

Федеральное агентство железнодорожного транспорта
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Петербургский государственный университет путей сообщения Императора
Александра I»
Федеральное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кубанский государственный технологический университет»

На правах рукописи

Шевченко Гриттель Геннадьевна



**РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА
ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ СПОСОБОМ СВОБОДНОГО
СТАНЦИОНИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОИСКОВОГО
МЕТОДА НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ**

Специальность 25.00.32 – Геодезия

Диссертация на соискание ученой степени кандидата
технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук, профессор
Брынь М.Я.

Санкт–Петербург – 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА 1 АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩЕЙ ТЕХНОЛОГИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ.....	12
1.1 Общие сведения о зданиях и сооружениях.....	12
1.2 Понятие, виды и требования к точности измерения деформаций зданий и сооружений.....	13
1.2.1 Понятие и виды деформаций.....	13
1.2.2 Анализ требований к точности определения деформаций зданий и сооружений	16
1.3 Анализ этапов технологии геодезического мониторинга зданий и сооружений.....	22
1.3.1 Предварительная оценка проектов геодезических сетей.....	22
1.3.2 Закрепление геодезических исходных пунктов и деформационных марок	27
1.3.3 Анализ способов контроля планового и высотного положения исходных пунктов.....	30
1.3.4 Анализ методов наблюдения за вертикальными и горизонтальными смещениями.....	33
1.3.5 Анализ способов математической обработки геодезических измерений при наблюдении за стабильностью зданий и сооружений.....	49
1.3.6 Прогнозирование деформаций по геодезическим данным.....	55
1.4 Выводы по главе 1	58
ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ПРОВЕДЕНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ СПОСОБА СВОБОДНОГО СТАНЦИОНИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОИСКОВОГО МЕТОДА	62
2.1 Постановка задачи.....	62
2.2 Обоснование требований к точности выполнения геодезических измерений способом свободного стационарирования	63
2.3 Разработка методики математической обработки геодезических измерений на основе комбинации методов Пауэрлла и Девиса-Свенна-Кемпи.....	70
2.4 Проектирование и априорная оценка точности опорных сетей поисковым методом нелинейного программирования	74
2.4.1 Методика проектирования и априорной оценки точности геодезических сетей на основе «неискаженной модели» сети.....	75

2.4.2 Методика проектирования и априорной оценки точности геодезической сети поисковым методом на основе метода Монте-Карло.....	80
2.5 Предложения по закреплению исходных пунктов плановой и высотной геодезических сетей и деформационной сети	84
2.6 Контроль стабильности планового и высотного положения исходных пунктов на основе использования поискового метода	86
2.7 Определение планового и высотного положения исходных пунктов и деформационных марок	87
2.8 Уравнивание результатов геодезических измерений поисковым методом нелинейного программирования при различных условиях.....	91
2.9 Оценка точности положения исходных пунктов и деформационных марок поисковым методом	98
2.10 Преобразование систем координат поисковым методом нелинейного программирования	102
2.11 Прогнозирование деформаций поисковым методом по геодезическим данным	104
2.12 Объединение разработанных элементов технологии геодезического мониторинга деформаций зданий и сооружений способом свободного стационарирования с использованием поискового метода в единую технологическую схему.....	110
2. 13 Выводы по главе 2.....	112
ГЛАВА 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ РАЗРАБОТАННОЙ ТЕХНОЛОГИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ПРОГРАММЫ НА ОСНОВЕ ПОИСКОВОГО МЕТОДА.....	116
3.1 Разработка автоматизированной программы обработки и уравнивания данных геодезических измерений поисковым методом	116
3.2 Проектирование сети триангуляции на основе «неискаженной модели» сети и поисковым методом на основе метода Монте-Карло.....	122
3.3 Проектирование плановой геодезической сети по схеме свободного стационарирования и высотной сети на основе «неискаженной модели» сети и поисковым методом на основе метода Монте-Карло.....	127
3.4 Реализация алгоритма поискового метода для уравнивания коррелированных измерений.....	131
3.5 Использование комбинации поисковых методов Пауэлла и ДСК для уравнивания и оценки точности элементарных геодезических построений при различных условиях.....	136

3.6 Реализация комбинации поисковых методов Пауэлла и ДСК для уравнивания и оценки точности пространственных геодезических построений при различных условиях.....	149
3.7 Преобразование плановых систем координат поисковым методом	156
3.8 Выводы по главе 3	158
ГЛАВА 4 НАТУРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ РАЗРАБОТАННОЙ ТЕХНОЛОГИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА	160
4.1 Проведение наблюдений за деформациями гостиничного комплекса «Нефтяник Кубани» в г. Анапа.....	160
4.2 Определение координат деформационных марок при мониторинге многоэтажного жилого здания в г. Краснодар	165
4.3 Определение уравнения тренда для прогнозирования вертикальных смещений гостиничного комплекса в г. Краснодар.....	169
4.4 Определение деформационных характеристик стальных трехгранных сооружений высотой до 85 м.....	180
4.5 Выводы по главе 4	185
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	186
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	189
ПРИЛОЖЕНИЕ А Блок-схема программного алгоритма поискового метода нелинейного программирования	207
ПРИЛОЖЕНИЕ Б Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2015617205 от 03.07.2015.....	208
ПРИЛОЖЕНИЕ В Блок-схема программного алгоритма оценки точности результатов измерений.....	209
ПРИЛОЖЕНИЕ Г Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020617236 от 02.07.2020.....	210
ПРИЛОЖЕНИЕ Д Результаты выполнения измерений геометрии стальных трехгранных сооружений в Краснодарском крае.....	211
ПРИЛОЖЕНИЕ Е Акт внедрения результатов диссертационного исследования.....	212

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. Согласно федеральным законам, государственным стандартам и техническим рекомендациям об обеспечении безопасности зданий и сооружений в Российской Федерации предъявляются высокие требования к безопасности строящихся и эксплуатируемых зданий и сооружений на всех этапах жизненного цикла объекта. Для обеспечения требований безопасности таких зданий и сооружений необходимо проводить систематические наблюдения за их техническим состоянием, наличием и скоростью развития деформационных процессов. Все существующие здания и сооружения по уровню ответственности классифицируются на объекты повышенного, нормального и пониженного уровня ответственности. Одним из видов мониторинга технического состояния указанных выше зданий и сооружений является геодезический мониторинг, под которым понимается систематический контроль на основе геодезических измерений состояния строительных конструкций, зданий и сооружений с целью оперативного предупреждения или устранения выявленных негативных явлений и процессов. Геодезический мониторинг в настоящее время включает в себя следующий комплекс работ: проектирование исходной плановой и высотной геодезических сетей, закрепление исходных пунктов и деформационных марок, контроль стабильности планового и высотного положения исходных пунктов, проведение наблюдений за положением исходных пунктов и деформационных марок, математическая обработка и анализ точности результатов измерений, определение величин деформаций и прогнозирование развития деформаций.

Наибольшее распространение в производственной практике проведения геодезического мониторинга за смещениями зданий и сооружений получили методы на основе полигонометрии с использованием электронных тахеометров. Однако их применение в условиях плотной городской застройки не позволяет в большинстве случаев обеспечить достижение требований к точности определения деформаций. В настоящее время все большее развитие приобретает метод свободного стационарирования, суть которого заключается в проведении геодезических измерений электронным тахеометром с некоторой точки, положение которой определяется обратной засечкой от исходных пунктов, а передача координат на деформационные марки выполняется, как правило, полярным способом. Выбор в пользу данного метода

измерений так же делается в тех случаях, когда невозможно обеспечить сохранность центров пунктов опорной сети или когда невозможно измерениями непосредственно обеспечить их связь между собой, что, в свою очередь, является обязательным условием для проведения геодезического мониторинга большинством классических методов.

В тоже время в связи с нарастающей производительностью компьютеров, большим массивом измеряемых величин встает необходимость в быстрой автоматизированной обработке результатов геодезических измерений. Существует довольно много программных продуктов, позволяющих обрабатывать результаты геодезических измерений, например, программные комплексы фирмы «Credo», гис-карта «Рапогата» и др. Однако, практически нет программного продукта, который позволял бы решать сразу все задачи геодезического мониторинга по каждому из ее этапов, начиная с проектирования опорной геодезической сети и заканчивая прогнозированием деформаций.

Для обработки результатов геодезических измерений все большее применение начинают приобретать методы нелинейного программирования, в частности поисковый метод, преимуществом которого является возможность проведения уравнивания результатов измерений без вычисления частных производных. Кроме этого поисковые методы обладают простотой реализации алгоритмов решения задач.

Таким образом, разработка технологии геодезического мониторинга зданий и сооружений способом свободного стационарирования с применением автоматизированной программы, работающей на основе поискового метода нелинейного программирования, представляется актуальной.

Степень разработанности темы исследования

Вопросам совершенствования существующих и разработке новых методов геодезического мониторинга посвящено множество научных работ. Существенный вклад в развитие методов геодезического мониторинга внесли такие ученые как Ю.И. Беспалов, М.Я. Брынь, В.И. Волков, Ю.П. Гуляев, Ч.Н. Желтко, Б.Н. Жуков, А.К. Зайцев, В.И. Кафтан, Б.Т. Мазуров, М.Г. Мустафин, В.А. Середович, В.В. Симонян, Г.А. Уставич, Ю.Е. Федосеев, Г.А. Шеховцов, Х.К. Ямбаев и др.

Развитием методов математической обработки геодезических измерений занимались известные ученые В.Д. Большаков, М.Д. Герасименко, В.В. Голубев,

В.А. Гордеев, Л.Н. Келль, Н.Г. Келль, В.А. Коугия, Г.П. Левчук, Ю.И. Маркузе, М.М. Машимов, Н.А. Урмаев, А.С. Чеботарёв и др.

Развитием методов нелинейного программирования занимались такие видные ученые–математики как David M. Himmelblau, Willard I. Zangwill, Ходоковский В.А. Заметный вклад в изучение методов нелинейного программирования при решении различных геодезических задач, в т.ч. поисковыми методами, внесли польский ученый Z. Adamczewski, российские ученые Ч.Н. Желтко, А.В. Зубов, М.И. Коробочкин, В.А. Коугия, Г.В. Макаров, В.И. Мицкевич, В.Г. Назаренко, Л.А. Растрингин, З.М. Юршанский и др.

Цель работы: разработать технологию геодезического мониторинга, повышающую точность определения деформационных характеристик зданий и сооружений.

Идея работы: в качестве средства для повышения точности предлагается использование способа свободного стационарирования для определения положения деформационных марок с обработкой результатов измерений поисковым методом нелинейного программирования.

Задачи исследования:

1. Проанализировать состояние вопроса по существующей технологии геодезического мониторинга зданий и сооружений различного уровня ответственности с выявлением ее достоинств и недостатков.

2. Обосновать требования к точности выполнения геодезических измерений способом свободного стационарирования и на ее основе разработать технологию геодезического мониторинга с применением поискового метода.

3. Разработать методику проектирования геодезических сетей на основе поискового метода и обосновать возможность его применения для уравнивания и оценки точности геодезических построений.

4. Составить прогнозную модель на основе поискового метода и проверить достоверность прогнозных значений.

5. Составить автоматизированную программу на основе поискового метода и проверить корректность ее работы на разных этапах геодезического мониторинга.

Объектом исследования выступают деформационные характеристики зданий и сооружений.

Предмет исследования – свободное стационарирование, как способ определения положения деформационных марок, и поисковые методы нелинейного программирования, как способ обработки результатов измерений.

Научная новизна работы:

1. Обоснованы требования к точности геодезических измерений при реализации способа свободного стационарирования для определения положения деформационных марок.

2. Разработана методика проектирования геодезических построений поисковым методом на основе «неискаженной модели» сети.

3. Доказана возможность уравнивания и оценки точности большинства геодезических построений (как плановых, высотных, так и пространственных) поисковым методом при различных условиях: равноточные и неравноточные измерения, коррелированные и некоррелированные измерения, без учета и с учетом ошибок исходных данных, а также свободных сетей.

4. Предложены методические решения по построению трендовой модели поисковым методом.

5. Разработана автоматизированная программа обработки и уравнивания данных геодезических измерений поисковым методом.

Теоретическая и практическая значимость работы. *Теоретическая значимость работы* заключается в разработке теоретических основ определения деформаций способом свободного стационарирования и обработке результатов измерений поисковым методом нелинейного программирования, применение которых позволяет создавать научно обоснованную базу для проведения геодезического мониторинга. *Практическая значимость работы* заключается в том, что разработанная технология геодезического мониторинга нашла применение на реальных объектах и может быть реализована для широкого использования в условиях плотной застройки.

Методология и методы исследования. При выполнении исследований применялись теоретические и экспериментальные методы, включающие в себя методы сравнительного анализа, теорию ошибок измерений, методы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве, метод наименьших квадратов, поисковые методы нелинейного программирования, методы статистических испытаний, методы моделирования геодезических сетей.

Положения, выносимые на защиту:

1. Разработанная технология геодезического мониторинга на основе способа свободного стационарирования с обработкой результатов измерений поисковым методом, позволяет определять деформации зданий и сооружений нормального уровня ответственности в условиях плотной застройки и достигать требований, предъявляемых ко II классу точности измерений.

2. Проектирование геодезических сетей, уравнивание и оценка точности результатов измерений поисковым методом нелинейного программирования, позволяют обрабатывать большинство видов свободных и несвободных геодезических построений как без учета, так и с учетом ошибок исходных данных и их корреляционных связей.

3. Построение прогнозной модели поисковым методом позволяет корректно изучать закономерности процесса деформации и планировать частоту циклов геодезического мониторинга.

Степень достоверности результатов исследования подтверждается: совпадением результатов проектирования, уравнивания, оценки точности и преобразования результатов геодезических измерений, выполненных поисковым методом, и параметрическим способом метода наименьших квадратов; согласованностью результатов работы разработанной автоматизированной программы на основе поискового метода с программными продуктами «NW» проф. Коугия В.А. и «CREDO_DAT PROFESSIONAL»; совпадением видов уравнений тренда, подобранных разработанной автоматизированной программой на основе поискового метода, с уравнениями тренда, полученными специальной функцией встроенной в Microsoft Excel для этих целей; соответствием спрогнозированных значений деформационных марок, полученных по подобранному поисковым методом уравнению тренда, с их фактическими значениями, полученными натурными наблюдениями.

Апробация результатов исследования. Основные положения и выводы проведенных исследований докладывались на 8 всероссийских и международных научно–практических конференциях по проблемам геодезии, строительства, техническим наукам, в том числе.: XII Всероссийская научно–практическая конференция «Новые технологии при недропользовании» (секция «Инновационные технологии в маркшейдерском деле, геодезии и кадастре»), г. Санкт–Петербург, 27-28 октября 2016 г.; Международная научно–техническая конференция «Пространственные

данные – основа стратегического планирования, управления и развития», г. Москва (МИИГАиК), 27-29 мая 2019 г.; Международная научно–техническая конференция «Транспортное строительство в холодных регионах (TRANSOILCOLD 2019)», г. Санкт–Петербург, 20-23 мая 2019 г.; Международная научно–техническая конференция «Строительство и архитектура: теория и практика инновационного развития» (CATPID–2019), г. Кисловодск, 1-5 октября 2019 г.

Результаты диссертационных исследований докладывались на конкурсе проектов НИОКР в рамках программы «У.М.Н.И.К», а так же на II и IV конкурсе молодежных научных и инновационных проектов «InnoTech» (г. Краснодар), по итогам которых были получены дипломы лауреата второй и первой степени соответственно.

Практическая реализация. Разработанная технология геодезического мониторинга использована при наблюдении за деформациями строящихся и введенных в эксплуатацию жилых зданий и сооружений в Краснодарском крае и на объектах ООО «ТюменьПромИзыскания» (подтверждается актом внедрения).

Личный вклад автора состоит в проведении анализа нормативно-методических документов, регулирующих порядок проведения геодезического мониторинга и требований к точности определения деформаций; самостоятельной разработке приведенной в диссертации технологии определения деформаций зданий и сооружений на основе поискового метода нелинейного программирования; составлении автоматизированной программы на основе поискового метода языком программирования Visual Basic; проведении экспериментальных исследований по определению корректности работы автоматизированной программы на основе поискового метода. Автором самостоятельно выполнено не менее 90% экспериментальных наблюдений за стабильностью зданий и сооружений.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 15 печатных работ, из них: 2 статьи, входящие в международные реферативные базы данных и системы цитирования Scopus и Web of Science; 1 статья в российском издании, входящем в международные реферативные базы данных и системы цитирования Scopus и Web of Science; 2 статьи в изданиях, входящих в перечень ВАК России по специальности 25.00.32 Геодезия и 2 статьи, входящие в перечень ВАК России по отрасли науки 25.00.00 Науки о Земле. Получено 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из оглавления, введения, четырех глав с выводами по каждой из них, заключения, списка литературы, включающего 167 наименований, и 5 приложений. Диссертация изложена на 212 страницах машинопечатного текста, содержит 40 рисунков и 54 таблицы.

ГЛАВА 1 АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩЕЙ ТЕХНОЛОГИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

1.1 Общие сведения о зданиях и сооружениях

Согласно [121] здание – результат строительства, представляющий собой объемную строительную систему, имеющую надземную и (или) подземную части, включающую в себя помещения, сети инженерно–технического обеспечения и системы инженерно-технического обеспечения и предназначенную для проживания и (или) деятельности людей, размещения производства, хранения продукции или содержания животных.

Сооружение – результат строительства, представляющий собой объемную, плоскостную или линейную строительную систему, имеющую наземную, надземную и (или) подземную части, состоящую из несущих, а в отдельных случаях и ограждающих строительных конструкций и предназначенную для выполнения производственных процессов различного вида, хранения продукции, временного пребывания людей, перемещения людей и грузов [121],

Идентифицировать здания и сооружения можно в зависимости от уровня ответственности [121]. Представим на рисунке 1.1 классификацию зданий и сооружений по уровню ответственности, под которым понимается такая характеристика здания или сооружения, определяющая насколько сильно будет нанесен урон гражданам, экономической и социальной сфере при его разрушении.

Особый интерес представляют объекты I и II уровня ответственности. Такие здания и сооружения практически непрерывно подвержены различным нагрузкам как внешним (сейсмичность, климатические условия, давление собственного веса здания, расположение в границах влияния нового строительства) так и внутренним (эксплуатация технологического оборудования, деятельность человека).

В связи с этим необходимо проводить работу с целью выявления степени физического состояния строительных конструкций объекта, влияния различных факторов на их фактическое состояние [108]. Для обеспечения безопасной работы здания и сооружения должны быть устойчивыми [33], т.е. сохранять в установленных пределах свое первоначальное положение. Однако, вследствие конструктивных особенностей, влияния природных и техногенных факторов сооружения подвержены

различного вида **деформациям**, характеризующимся изменением как его пространственного положения в целом, так и взаимного положения отдельных частей и элементов.

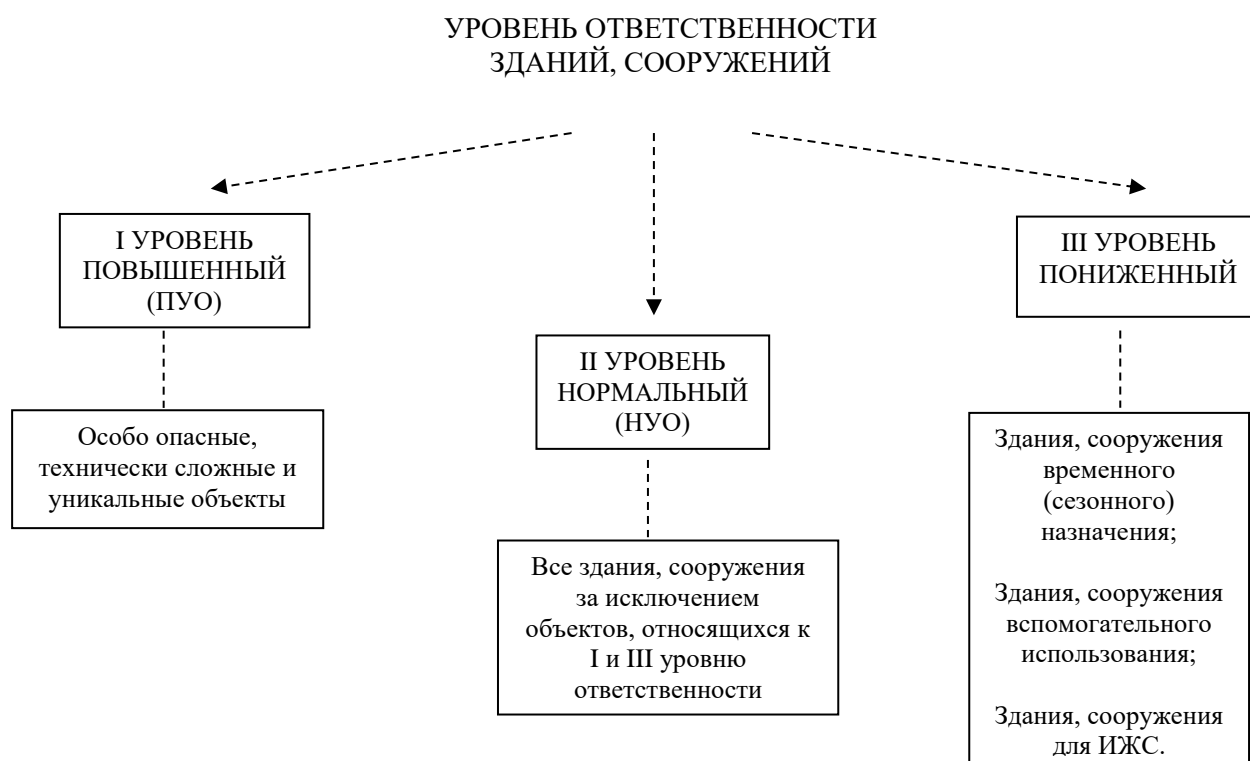


Рисунок 1.1 – Классификация зданий и сооружений по уровню ответственности по Федеральному закону № 384-ФЗ

1.2 Понятие, виды и требования к точности измерения деформаций зданий и сооружений

1.2.1 Понятие и виды деформаций

Согласно [8] под деформацией здания или сооружения понимается изменение формы и размеров зданий или сооружений, а также изменение их пространственного положения под влиянием внешних и внутренних факторов и нагрузок. Также определение деформации дается в [32], согласно которому деформации – это изменение положения грунтов или конструкций, определяемое по вертикальным и горизонтальным перемещениям в сравнении с первоначальным положением.

Основными видами деформаций зданий и сооружений являются вертикальные и горизонтальные смещения. Осадка [74] – вертикальное смещение сооружения,

вызванное сжатием грунтов или уменьшением вертикальных размеров сооружения или его частей (рисунок 1.2.).

Горизонтальное смещение – это перемещение в горизонтальной плоскости определенной точки, лежащей на опорном контуре или других элементах конструкции объекта, вследствие деформации, вызываемой силовыми, температурными и другими нагрузками и воздействиями (рисунок 1.2.) [74].

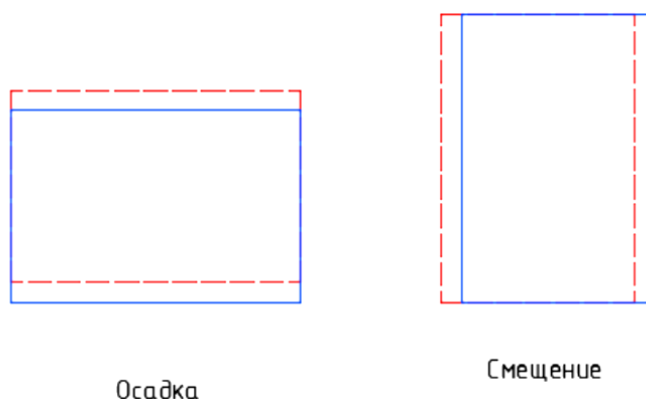


Рисунок 1.2. – Схематическое отображение вертикального (осадка) и горизонтального (смещение) перемещения объекта

Различают несколько видов осадок и горизонтальных смещений, для каждого из которых расчеты производятся по формулам [117], представленным в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Виды и расчетные формулы осадок и горизонтальных смещений зданий и сооружений

Контролируемый параметр	Расчетная формула
<i>Осадка</i>	
Абсолютная величина осадки, S_{Hi}	$S_{Hi} = H_i - H_0$, где H_i – отметка той же марки в i -ом цикле наблюдений; H_0 – отметка наблюдаемой деформационной марки в начальном (нулевом) цикле наблюдений. Или $\delta h_i = h_i - h_0 = D_i \cos Z_i - D_0 \cos Z_0$, где h_i – превышение точки в текущем цикле измерений; h_0 – превышение точки в исходном цикле измерений; D – длина наклонной линии; Z – зенитное расстояние.
Текущая величина осадки, $S_{H(\text{тек})}$	$S_{H(\text{тек})} = H_{i+1} - H_i$, где H_{i+1} – отметка деформационной марки i -го цикла наблюдений
Неравномерность осадки, $(\Delta S_{mn})_i$	$(\Delta S_{mn})_i = (S_n)_i - (S_m)_i$ Разность вертикального смещения марок n и m в одном цикле измерений i
Средняя величина осадки	$S_{Hi\text{ср}} = \frac{\sum_1^n S_{Hi}}{n}$, где n – число наблюдаемых точек в группе или назначенном профиле точек

Продолжение таблицы 1.1

Относительная разность осадок марок	$\eta = \frac{(\Delta S_{mn})_i}{L}$, где L – расстояние между двумя контролируруемыми марками, расположенными на объекте
Скорость вертикального смещения (осадки)	$v_i = \frac{S_i}{t}$, где S_i – величина осадки деформационной марки в вертикальной плоскости за время t ; t – время наблюдений, выраженное в месяцах или годах
Градиент скорости осадки	Относительная неравномерность скорости осадки двух марок, расположенных на расстоянии L : $grad v_{ij} = \left \frac{v_j - v_i}{L_{ij}} \right $
<i>Горизонтальные смещения</i>	
Абсолютные величины смещений по осям координат	$S_{xj} = x_j - x_{0j}$; $S_{yj} = y_j - y_{0j}$
Среднее смещение из n марок (знаков)	$S_{xcp} = \frac{\sum_1^n S_{xj}}{n}$; $S_{ycp} = \frac{\sum_1^n S_{yj}}{n}$
Скорость горизонтального смещения	$v_{i(x,y)} = \frac{S_{i(x,y)}}{t}$, где t – время наблюдений, выраженное в месяцах или годах; $S_{i(x,y)}$ – величина смещения знака по оси X или Y координат за время t .

Описанные выше виды осадок и смещений обычно принято определять отдельно и разными приборами, хотя справедливости ради стоит отметить, что современное геодезическое оборудование такое как электронные тахеометры, ГНСС-оборудование, наземные лазерные сканеры позволяют определять вертикальные и горизонтальные смещения одновременно.

Учитывая зависимость от характера неравномерных осадок и от вида здания или сооружения, возникают также деформации и перемещения сооружений следующих видов: прогиб, выгиб, перекося, крен, кручение. Согласно [74] прогиб и выгиб – вертикальное перемещение отдельной точки, лежащей на элементах большепролетных конструкций, вследствие деформации, вызываемой силовыми, температурными и другими нагрузками и воздействиями (рисунок 1.3). Такие деформации могут возникнуть в зданиях и сооружениях, не обладающих большой жесткостью.

Перекося (рисунок 1.3) возникает в конструкциях, когда неравномерность осадок проявляется на участке небольшой протяженности при сохранении относительно равномерных осадок под всем сооружением.

Креном согласно [74] (рисунок 1.4) здания или сооружения принято называть поворот вокруг оси, проходящей через центр тяжести подошвы фундамента.

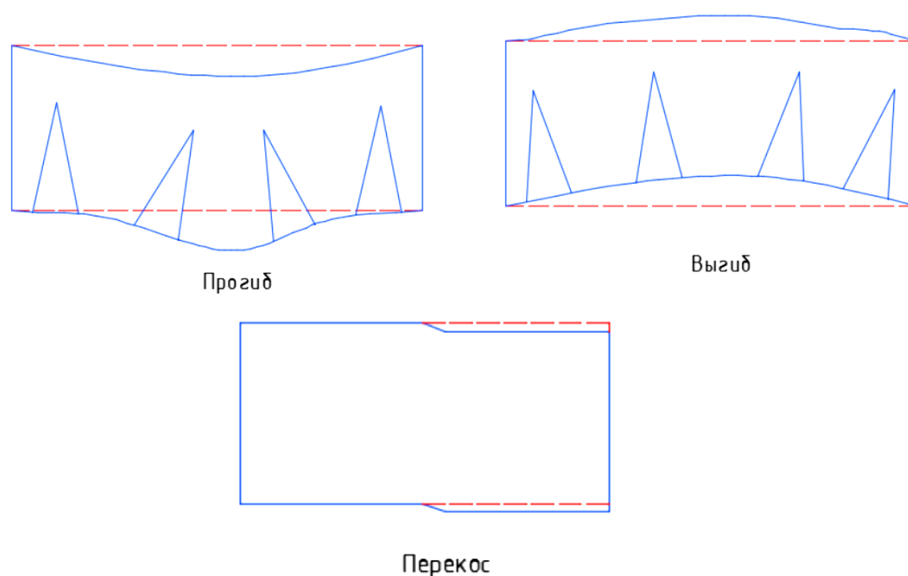


Рисунок 1.3 – Схематическое отображение прогиба, выгиба и перекаса объекта

Он возникает при несимметричной загрузке основания или несимметричном напластовании грунтов. Наибольшую опасность представляет крен высоких сооружений (трубы, башни, мачты и т.п.).

Кручение (рисунок 1.4) возникает при неодинаковом крене по длине сооружения. При скручивании дополнительные усилия возникают не только в стенах, но и в перекрытиях, которые могут изгибаться в горизонтальном направлении.

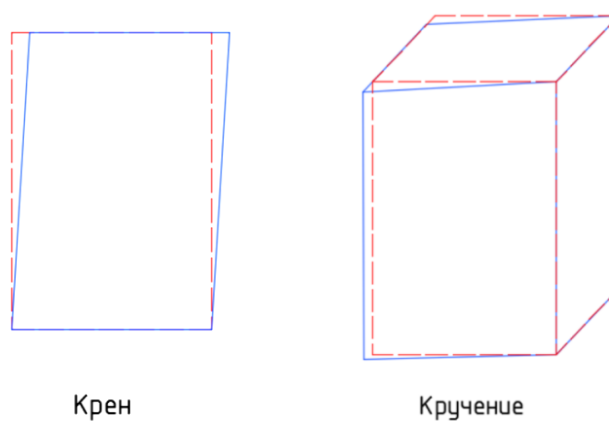


Рисунок 1.4 – Схематическое отображение крена и кручения объекта

1.2.2 Анализ требований к точности определения деформаций зданий и сооружений

Согласно [107], предельные величины деформаций и осадки оснований не должны превышать установленных проектом величин. В противном случае должны

быть разработаны конструктивные решения, снижающие чувствительность здания, сооружения или технологического оборудования к повышенной деформации основания.

По своду правил [107] для объектов нового строительства и реконструкции необходимо проводить мониторинг оснований фундаментов и конструкций для сооружений, указанных в п.1.1 настоящей главы:

- имеющие высоту более 75 м;
- вновь возводимых при I и II уровне ответственности, высотой менее 75 м;
- реконструируемых I и II уровней ответственности.

В этом же своде правил регламентируются предельные деформации основания фундаментов объектов нового строительства, реконструируемых зданий и сооружений окружающей застройки (таблицы 1.2-1.4).

Таблица 1.2 – Максимальная или средняя осадка фундаментов объектов нового строительства

Сооружения	Предельная величина осадки (максимальная S_{\max} или средняя S_{cp}), см
Производственные и гражданские одноэтажные и многоэтажные здания с полным каркасом:	
– железобетонным	10
– то же, с устройством железобетонных поясов или монолитных перекрытий	15
– здания монолитной конструкции со стальным каркасом	15
– то же с устройством железобетонных поясов или монолитных перекрытий	18
Здания и сооружения, в конструкциях которых не возникают условия от неравномерных осадок	20
Многоэтажные бескаркасные здания с несущими стенами из:	
– крупных панелей	12
– крупных блоков или кирпичной кладки без армирования	12
– то же, с армированием, в том числе с устройством железобетонных поясов или монолитных перекрытий, а также здания монолитной конструкции	18
Сооружения элеваторов из железобетонных конструкций:	
– рабочее здание и силосный корпус монолитной конструкции на одной фундаментной плите	40 30
– то же, сборной конструкции	40
– отдельно стоящий силосный корпус монолитной конструкции	40
– то же, сборной конструкции	30
Дымовые трубы высотой H , м:	
$H \leq 100$	40
$100 < H \leq 200$	30
$200 < H \leq 300$	20
$H > 300$	10

Таблица 1.3 – Максимальная или средняя осадка фундаментов реконструируемых зданий в зависимости от уровня ответственности

Сооружения	Предельная величина осадки (максимальная S_{\max} или средняя $S_{\text{ср}}$), см		
	Уровень ответственности сооружений		
	I	II	III
Одноэтажные и многоэтажные бескаркасные здания со стенами из крупных панелей	4,0	3,0	2,0
Одноэтажные и многоэтажные бескаркасные здания со стенами из кирпича или крупных блоков без армирования	4,0	3,0	2,0
Одноэтажные и многоэтажные бескаркасные здания со стенами из кирпича или крупных блоков с армированием или железобетонными поясами	5,0	4,0	3,0
Многоэтажные и одноэтажные здания исторической застройки или памятники истории, архитектуры и культуры с несущими стенами из кирпичной кладки без армирования	–	1,5	1,0

Таблица 1.4 – Максимальная или средняя осадка фундаментов сооружений окружающей застройки, расположенных в зоне влияния нового строительства или реконструкции в зависимости от уровня ответственности

Сооружения	Предельная величина осадки (максимальная S_{\max} или средняя $S_{\text{ср}}$), см		
	Уровень ответственности сооружений		
	I	II	III
Гражданские и производственные одноэтажные и многоэтажные здания с полным железобетонным каркасом	5,0	3,0	2,0
Многоэтажные бескаркасные здания с несущими стенами из крупных панелей	4,0	3,0	2,0
Многоэтажные бескаркасные здания с несущими стенами из крупных блоков или кирпичной кладки без армирования	4,0	3,0	1,0
Многоэтажные бескаркасные здания с несущими стенами из кирпича или бетонных блоков с армированием или железобетонными поясами	5,0	3,0	2,0
Многоэтажные и одноэтажные здания исторической застройки или памятники истории, архитектуры и культуры с несущими стенами из кирпичной кладки без армирования	–	1,0	0,5

Для выявления описанных выше деформаций зданий и сооружений проводится **геодезический мониторинг**.

Согласно [117] геодезический мониторинг – это систематический контроль на основе геодезических измерений состояния строительных конструкций, зданий и сооружений с целью оперативного предупреждения или устранения выявленных негативных явлений и процессов.

Геодезический мониторинг подразделяется на постоянный и периодический [106]. Постоянный геодезический мониторинг зачастую применяется для уникальных зданий и сооружений и осуществляется на основе автоматизированных систем управления. Часто такой мониторинг еще называют автоматизированным или непрерывным [74, 95, 166].

Периодический геодезический мониторинг является более распространенным видом геодезического мониторинга для большинства зданий и сооружений различного уровня ответственности, выполняемого с определенной частотой.

На основе проведенного анализа на рисунке 1.5 представлена обобщённая схема видов зданий и сооружений, для которых необходимо проводить геодезический мониторинг с учетом классификации с рисунка 1.1.

На рисунке 1.5 объекты категории «Высотные здания и сооружения» указаны несколько обособленно вследствие того, что согласно СП 267.1325800.2016 высотное здание – это здание, имеющее высоту более 75 м. В связи с этим, объекты данной категории могут быть отнесены как к группе повышенного уровня опасности – уникальные здания и сооружения, так и к группе нормального уровня опасности – здания и сооружения.

Анализируя схему «Объекты, подлежащие мониторингу», можно сделать вывод, что здание и сооружение, какого бы конструктивного решения оно не было, нуждается в обязательном контроле за стабильностью. Такой контроль обеспечивается проведением мониторинга вертикальных и горизонтальных смещений возводимых конструкций и является составной частью периодического мониторинга, проводимого геодезическими методами, инструментами и приборами в период возведения зданий и сооружений и их эксплуатации [107].

Предельная точность измерения вертикальных и горизонтальных смещений зависит от ожидаемой величины смещения. В [32] приводятся значения максимально допустимой средней квадратической ошибки (СКО) определения смещения для различных периодов наблюдения (таблица 1.5).

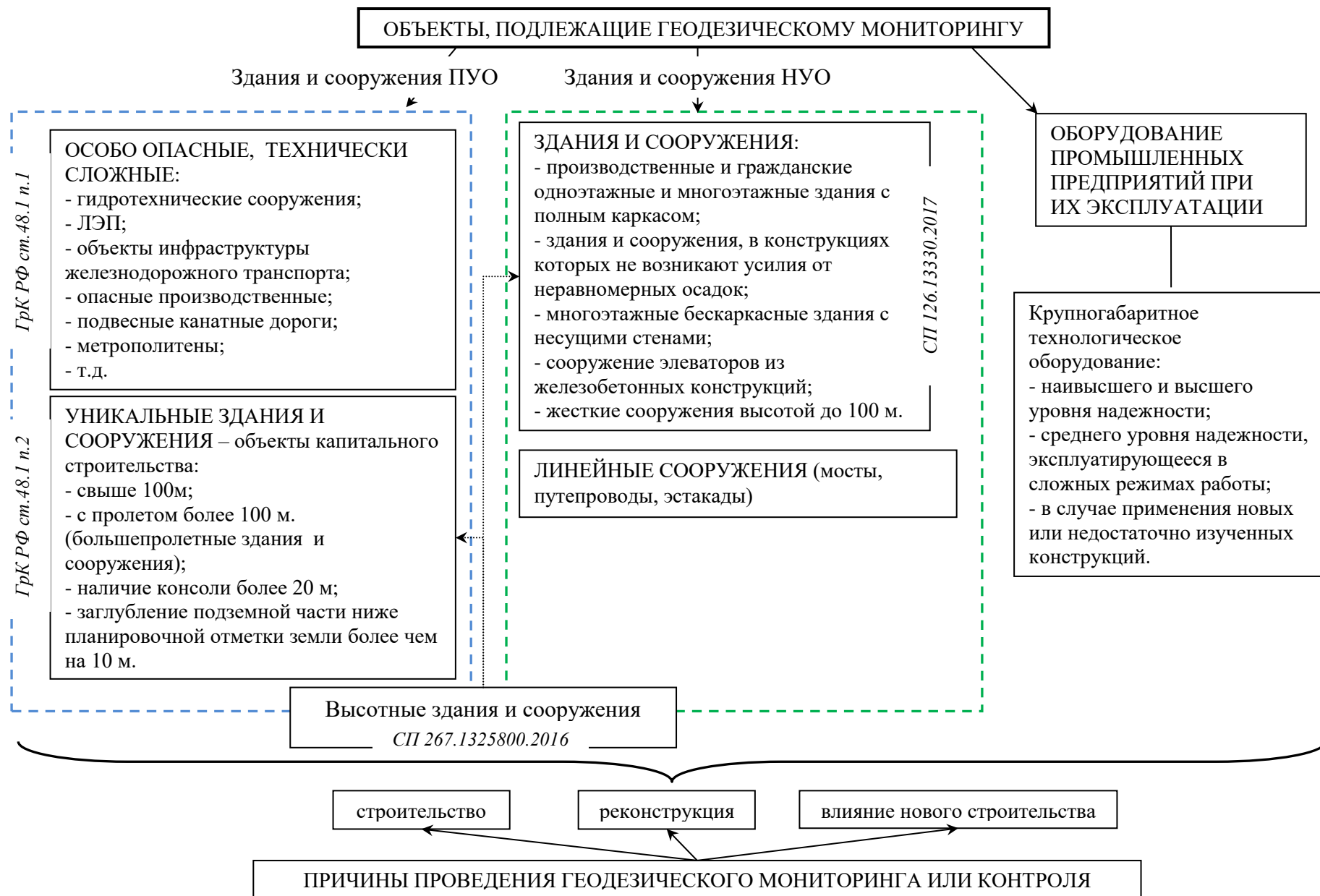


Рисунок 1.5 – Классификация объектов подлежащих, геодезическому мониторингу

Таблица 1.5 – Точность измерения вертикальных и горизонтальных смещений

Расчетные значения смещений, предусмотренные проектом, в мм	Максимально допустимая средняя квадратическая ошибка определения вертикальных и горизонтальных смещений, для периода наблюдений, в мм			
	строительного		эксплуатационного	
	Грунты			
	песчаные	глинистые	песчаные	глинистые
До 50	1	1	1	1
Свыше 50 до 100	2	1	1	1
Свыше 100 до 250	5	2	1	2
Свыше 250 до 500	10	5	2	5
Свыше 500	15	10	5	10

Как отмечается в [32], мониторинг деформаций следует проводить в течение всего периода строительства и в период эксплуатации до достижения состояния стабилизации деформаций.

На основании максимально допустимой средней квадратической ошибки определения вертикальных и горизонтальных смещений из таблицы 1.5, устанавливается класс точности измерения таких деформаций (таблица 1.6).

Таблица 1.6 – Класс точности измерения вертикальных и горизонтальных смещений

Класс точности измерений	Максимально допустимая средняя квадратическая ошибка определения смещений, в мм	
	вертикальных	горизонтальных
I	1	2
II	2	5
III	5	10
IV	10	15

Отметим, что по [32] класс точности можно устанавливать в зависимости от грунтов, на которых возводится или эксплуатируется здание и сооружение:

– I класс точности допускается устанавливать для зданий и сооружений, построенных на скальных и полускальных грунтах, уникальных сооружений, длительное время (более 50 лет) находящихся в эксплуатации;

– II класс точности допускается устанавливать для зданий и сооружений, возводимых на песчаных, глинистых и других сжимаемых грунтах;

– III класс точности допускается устанавливать для зданий и сооружений возводимых на насыпных, просадочных, заторфованных и других сильно сжимаемых грунтах;

– IV класс точности – для грунтовых сооружений (плотин, дамб, насыпей каналов).

Отметим, что согласно нормативным документам [74, 117] геодезический мониторинг деформаций зданий и сооружений включает в себя работы, выполняемые в следующей последовательности:

- предварительная оценка проекта геодезических сетей;
- закрепление геодезических исходных пунктов и деформационных марок;
- оценка устойчивости и выбор исходного пункта;
- определение вертикальных и горизонтальных смещений;
- камеральная обработка результатов измерений;
- прогнозирование развития деформаций зданий и сооружений.

Дадим краткий анализ, перечисленным выше работам, которые в свою очередь можно назвать этапами существующей технологической схемы геодезического мониторинга зданий и сооружений.

1.3 Анализ этапов технологии геодезического мониторинга зданий и сооружений

1.3.1 Предварительная оценка проектов геодезических сетей

Ввиду развития компьютерных технологий и разнообразия способов построения геодезических сетей вопросам их проектирования и оценки уделяется все больше внимания. Основными требованиями для проектирования сети являются требования к точности ее элементов, как правило, к точности положения пунктов. В свою очередь, точность элементов сети зависит от состава измерений и их точности, геометрии сети, числа избыточных измерений.

Согласно [117] разработка проекта геодезической сети – это совокупность действий, связанная с рассмотрением различных вариантов схем построения плановой, высотной или пространственной сети и методов измерений в ней с целью выбора окончательного варианта построения сети. Правильный выбор построения сети обеспечит передачу координат с исходных (опорных) пунктов на деформационные марки с требуемой точностью и в заданный временной интервал.

Требования к созданию геодезических сетей регулируются нормативными документами [35, 105]. В зависимости от требуемой точности измерений, условий и

объемов работ, проектируемая геодезическая сеть может включать одну, две или более ступеней. Как было уже упомянуто выше, в зависимости от определяемых параметров деформаций, предусматривается проектирование плановой, высотной и пространственной (планово–высотной) сети. Разработка схем таких сетей может предусматривать их моделирование в следующей последовательности [32, 117]:

- исходная (опорная) сеть – первая ступень;
- деформационная сеть для контроля смещений марок, заложенных по внешнему периметру зданий и сооружений – вторая ступень.

При разработке схем размещения исходных пунктов и деформационных марок могут применяться топографические планы крупных масштабов, генеральные планы, строительные чертежи.

Средняя квадратическая ошибка определения вертикальных и горизонтальных смещений фундамента зданий и сооружений назначается в соответствии с таблицами 1.5, 1.6 и должна соответствовать СКО деформационной марки, наиболее удаленной от исходного пункта.

Необходимую точность определения пространственного положения пунктов геодезической сети устанавливают в зависимости от назначения создаваемой сети.

В ходе оценки проекта сети для целей геодезического мониторинга обычно ставится одна из двух задач:

- при заданных требованиях к средней квадратической ошибке положения наиболее слабого пункта сети необходимо подобрать прибор;
- при наличии средней квадратической ошибки измерения углов и расстояний (известен прибор для выполнения работ), необходимо определить среднюю квадратическую ошибку наиболее слабого пункта сети.

Определим среднюю квадратическую ошибку положения наиболее слабого пункта сети, которая должна удовлетворять нормативным требованиям, указанным в таблицах 1.5, 1.6. Согласно нормативным требованиям допустимая погрешность измерения горизонтальных смещений для II класса точности составляет 5 мм, а значит, средняя квадратическая ошибка определения координат и положения деформационной марки должна составлять 3,5 мм и 5 мм соответственно.

Отметим, что средняя квадратическая ошибка положения деформационной марки определяется по известной формуле (1.1):

$$m_p = \sqrt{m_{\text{исх}}^2 + m_{\text{изм}}^2}, \quad (1.1)$$

где $m_{\text{исх}}$ – средняя квадратическая ошибка положения исходного пункта опорной сети, создаваемой для проведения геодезического мониторинга, $m_{\text{изм}}$ – средняя квадратическая ошибка измерений определяемой точки относительно исходного пункта.

Если применить принцип равных влияний, получим, что средняя квадратическая ошибка положения наиболее слабого пункта проектируемой сети не должна превышать 3,5 мм.

Если применить принцип ничтожного влияния, согласно которому средняя квадратическая ошибка положения исходного пункта не должна превышать 1/3 от средней квадратической ошибки измерения, то получим, что средняя квадратическая ошибка наиболее слабого пункта сети не должна превышать 1,6 мм.

Для выполнения оценки проекта сети можно использовать различные способы. В [56, 147] приводятся алгоритмы и примеры оценки геодезических сетей классическими способами: коррелятным и параметрическим.

В коррелятном способе решение задачи начинают с подсчета числа условных уравнений, возникающих в сети. Затем к полученной системе уравнений присоединяют весовые функции, вычисляют коэффициенты в составленных условных уравнениях, составляют и решают нормальные уравнения. Далее вычисляются значения обратных весов и расчетные значения средних квадратических ошибок по осям координат [21, 56]. Однако сложность составления условных уравнений для больших сетей не позволяет использовать коррелятный способ повсеместно.

Традиционно проектирование плановой геодезической сети выполняется на основе параметрического способа метода наименьших квадратов [5, 24, 39, 56, 119]. Используется при этом следующая последовательность проектирования сети [56]:

- устанавливается положение известных элементов сети (исходных пунктов, дирекционных углов, сторон);
- задаются параметры сети – координаты определяемых пунктов и их приближенные значения, которые могут быть определены по карте, плану или по чертежу сети;
- по формулам обратной геодезической задачи вычисляются «результаты измерений», такие как дирекционные углы заданных направлений, длины сторон сети, а

в последнее время и приращения координат [91], а также коэффициенты уравнений поправок;

- составляется система параметрических уравнений поправок к «результатам измерений», где вектор свободных членов и поправки к исходным пунктам при оценке проектов сети принимаются равными нулю;

- задаются веса «результатов измерений»;

- составляется матрица коэффициентов нормальных уравнений поправок к приближенным значениям параметров сети;

- рассчитывается обратная весовая матрица уравненных параметров обращением матрицы коэффициентов нормальных уравнений;

- оцениваются уравненные значения определяемых параметров сети;

- оцениваются ошибки абсцисс, ординат и положения определяемых пунктов сети по отношению к исходным пунктам.

Проектирование высотной сети также выполняется на основе параметрического способа, причем система нормальных уравнений составляется непосредственно по схеме ходов, без составления уравнений поправок [56]:

- проектируется схема высотной сети;

- вычисляются веса превышений в каждой секции высотной сети по длинам сторон сети;

- для составления матрицы коэффициентов нормальных уравнений применяются правила Попова В.В.: 1) квадратичные коэффициенты матрицы нормальных уравнений N в строках равны сумме весов превышений ходов, сходящихся в узле; всем им приписывается знак «плюс»; 2) неквадратичные коэффициенты каждой строки, равные весу превышения по ходу, соединяющему данный ход с узлом, записывают со знаком «минус» в столбец, соответствующий наименованию соседнего узла; в остальных столбцах ставятся нули [56].

- вычисляется обратная весовая матрица обращением матрицы коэффициентов нормальных уравнений неизвестных;

- определяется наиболее слабый репер высотной сети по максимальному значению диагональных элементов обратной весовой матрицы;

- вычисляется средняя квадратическая ошибка его отметки относительно исходных (опорных) реперов.

Порядок проектирования геодезических сетей практически никак не отражен в существующих нормативных документах, регулирующих порядок проведения геодезического мониторинга зданий и сооружений нормального уровня ответственности. Порядок проектирования геодезических сетей для геодезического мониторинга зданий и сооружений повышенного уровня ответственности, приводится лишь в стандарте организации [117] п.10.3.3 и в [74]. В [74] имеются данные предрасчета точности при выполнении различного вида измерений и рекомендации по применению их при геодезическом мониторинге. Однако, в данном нормативном документе не приводится методика выполнения предрасчета точности, а лишь указываются значения предрасчета погрешностей для расстояния 50 м. Так же в [74] не указано, к какому параметру относятся приведенные значения средних квадратических ошибок, иными словами, приводятся некорректные точностные характеристики.

В настоящее время проектирование и оценку точности проектов геодезических сетей выполняют в различных программных продуктах параметрическим способом. Наиболее популярным является программное обеспечение «*CREDO DAT PROFI*» и «*CREDO* Расчет деформаций».

В работе [24] авторы приводят разработанные ими программы проектирования плановых и пространственных геодезических сетей так же на основе параметрического способа.

Известны и другие способы оценки проекта геодезических сетей. Так, например, в работах Маркузе Ю.И. [71, 72] и других авторов [111] говорится о рекуррентном способе.

Авторы работ [66, 116, 147] указывают на эффективность использования методов статистических испытаний (метод Монте-Карло) для проектирования геодезических сетей. В данном случае оценку точности проекта геодезической сети выполняют так, что вместо измеренных величин используют их расчетные значения, искаженные случайными ошибками, полученными моделированием на компьютере. Моделирование ошибок измерений и уравнивание сети выполняют многократно (не менее 15-20 раз) и из полученных значений одноименных ошибок уравненных элементов находят среднее [147].

Как отмечается в работах Мицкевича В.И. [79, 85] автоматизация проектирования геодезических сетей на компьютере осуществляется путем минимизации целевой

функции. Минимизация различными методами математического программирования разных целевых функций при проектировании геодезических сетей, рассматривалась в работах Герасименко М.Д. [22], Нейман Ю.М. [94], Маркузе Ю.И. [70, 71], Тамутис З.П. [120].

В последнее время все шире в геодезической практике, в том числе для оценки проектов геодезических сетей, стали использовать методы нелинейного программирования. В [116, 64, 66, 79] рассматривается последовательность проектирования плановых геодезических сетей с применением методов нелинейного программирования таких как метод Якоби, метод Коши, метод Ньютона, метод наискорейшего спуска, метод Хука-Дживса, метод Нелдера-Мида, метод Пауэла и метод релаксации. Мицкевич В.И. отмечает, что самым удобным, надежным и простым для проектирования геодезических сетей являются методы поиска, включая метод релаксации. В работе [64] авторы подтверждают вывод о надежности использования метода релаксации для проектирования плановых геодезических сетей.

В силу перспективности использования методов нелинейного программирования исследование и развитие их целесообразно продолжить.

1.3.2 Закрепление геодезических исходных пунктов и деформационных марок

Перед выполнением измерений деформаций зданий и сооружений необходимо определиться с исходными геодезическими пунктами и деформационными марками.

В [32, 74, 102, 117] приводятся требования к виду и порядку закрепления исходных пунктов и деформационных марок при выполнении геодезического мониторинга деформаций зданий и сооружений. В зависимости от требований и точности наблюдений за осадками исходными пунктами могут служить:

– для I класса точности – глубинные фундаментальные реперы, закладываемые в коренные, стабильные породы;

– для II–IV классов точности – грунтовые реперы, закладываемые ниже глубины промерзания грунта; стенные репера, заложенные в стенах зданий или сооружений, осадку фундаментов которых можно считать практически закончившейся.

Описанные выше исходные пункты образуют исходную высотную опорную сеть, закрепление которой осуществляется вне зоны деформаций. Такая сеть обычно

размещается в стороне от проездов и других территорий, где возможны вибрации от движения транспорта, вне зоны влияния нового строительства [74].

В [74, 108] отмечается, что часто при наблюдении за рядовыми зданиями и сооружениями исходные пункты устанавливаются на конструкциях, в которых произошла стабилизация смещений, т.е. на объектах считающихся стабильными и не находящиеся в зоне осадок наблюдаемых объектов. Отметим, что требования, предъявляемые к расположению исходных пунктов довольно сложно выполнить в реальных полевых условиях, особенно при наличии плотной застройки и объектов инфраструктуры (автодороги, ж/д транспорт и др.) Авторы [108] отмечают, что необходимо устанавливать два типа исходных пунктов:

- основной – практически неподвижный, удаленный от объекта наблюдения на 100-150 м;
- рядовой – установленный вблизи здания.

Местоположение и конструкция исходных пунктов обычно определяется при разработке программы геодезического мониторинга. Согласно [32] число исходных пунктов должно быть не менее трех.

Конструкция деформационных марок и способы их установки должны обеспечивать долговременную сохранность, устойчивость и удобство выполнения измерений [32, 74] и определяются при разработке программы геодезического мониторинга. Деформационные марки устанавливаются по всему периметру фундамента наблюдаемых зданий и сооружений, по обе стороны осадочного или температурного шва, в местах примыкания продольных и поперечных стен и др. В [117] указывается, что при наблюдениях за горизонтальными смещениями деформационные марки рекомендуется размещать по периметру зданий, сооружений с шагом до 20 м. Так же в [74] приводится рекомендация об использовании вспомогательных пунктов для наблюдений за горизонтальными смещениями. Вспомогательные пункты являются связующими в схеме измерений и используются для передачи плановых координат от исходных пунктов к деформационным маркам.

Основные требования к конструкции исходных пунктов и деформационных марок приводятся в [32]. Однако, использование классических видов исходных пунктов и деформационных марок не всегда удобно и целесообразно при выполнении работ в городской черте, в условиях плотной застройки. Все чаще при выполнении

геодезического мониторинга деформаций зданий и сооружений в таких условиях в качестве исходных пунктов, деформационных марок и вспомогательных пунктов используются отражательная пленки (рисунок 1.6).

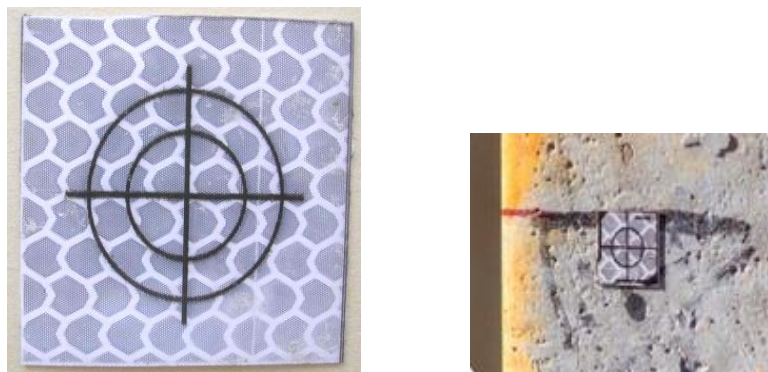


Рисунок 1.6 – Отражательные пленки

Так в работах [2-4, 30, 42, 101] отмечается эффективность и удобство использования отражательных пленок в условиях плотной застройки, когда геодезический мониторинг деформаций зданий и сооружений выполняются методами тригонометрического нивелирования или способом свободного стационарирования. Использование отражательных пленок позволяет выполнять мониторинг горизонтальных и вертикальных смещений зданий и сооружений при обеспечении II–IV класса точности [2, 4, 42]. Однако, недостатком их использования является невысокое обеспечение сохранности таких пластин на долгосрочный период, что является важным условием при выполнении работ по геодезическому мониторингу. Так же в работах [2, 3, 30, 101] указывается, что при использовании отражательных пленок в большинстве случаев не соблюдается условие перпендикулярности луча к поверхности пленки. Решением приведенных недостатков при использовании отражательных пленок, может стать использование специального вращающегося корпуса для таких отражателей, монтируемых на объекте.

Согласно [32] в процессе определения вертикальных и горизонтальных смещений необходимо выполнять контроль устойчивости исходных пунктов для каждого цикла наблюдений.

1.3.3 Анализ способов контроля планового и высотного положения исходных пунктов

Контроль стабильности исходных пунктов осуществляется по двум отдельным направлениям:

- контроль высотного положения исходных пунктов;
- контроль планового положения исходных пунктов.

Перейдем к анализу методов контроля высотного положения исходных пунктов. Их обычно подразделяют на две группы, основанные на применении следующих принципов:

- неизменной высоты одного из наиболее устойчивых исходных пунктов сети;
- неизменной средней высоты всех исходных пунктов сети или группы наиболее устойчивых исходных пунктов [20].

Так к методам анализа устойчивости, в основе которых лежит первый принцип, относятся следующие известные способы. Соловьевым А. Д. предложен способ сравнения превышений, измеренных в одноименных звеньях в сравниваемых циклах. Здесь последовательно сравниваются превышения между первым репером и всеми остальными, затем между вторым репером и всеми остальными, исключая первый и т.д. В [20] отмечается, что недостатком данного способа является отсутствие наглядности. При числе реперов более четырех и значительном числе циклов, сложно проследить за изменением положения каждого репера.

Другой известный способ – А. Костехеля, реализуется в следующей последовательности [20, 40]:

- уравнивание нивелирной сети как свободной;
- определение наиболее устойчивого пункта в текущем цикле;
- вычисление высот исходных пунктов по исходной высоте устойчивого исходного пункта и уравненным превышениям;
- расчет степени относительной устойчивости;
- улучшение качества исходной опорной сети исключением неустойчивых исходных пунктов.

А. Костехель полагает, что исходный пункт, для которого $[vv] = \min$, где v – разность превышений для циклов 1 и 2, является наиболее устойчивым [20]. Заметим,

что данный способ имеет объективную простоту и наглядность решения. Стоит отметить, что его удобно использовать при условии стабильности хотя бы одного пункта. Однако если реперы получили одинаковое смещение, способ А. Костехеля не позволит выявить неустойчивый.

Способ Ботяна Г.К. как раз позволяет решить такую задачу. Он основан на методе анализа устойчивости высотного положения исходных пунктов на территории городов, расположенных вблизи подрабатываемых территорий. В нем исходный пункт, для которого $[\Delta h_{ij}^2] = \min$, где Δh_{ij} – изменение превышений между циклами i и j , считается наиболее устойчивым. Однако, Ботян Г.К. делает акцент на табулировании всех расчетов для сети с большим числом реперов и предлагает вычислять весовой коэффициент K , характеризующий степень устойчивости репера по формуле (1.2) [20]:

$$K = \Delta h_{\text{пред}} / \Delta h_{ij}, \quad (1.2)$$

где $\Delta h_{\text{пред}}$ – предельная ошибка определения изменений Δh_{ij} превышений.

Как отмечается в [20] возникают сомнения в отношении объективности результатов анализа, выполненного по этому способу, так как необходимо знать общую тенденцию изменения положения реперов, что весьма затруднительно.

Похожий на предыдущий является способ Рунова И.В., использующий для анализа устойчивости исходных пунктов величины смещения последних относительно друг друга. Рунов И.В. предлагает составлять кососимметричную матрицу, элементы строки которой – это смещения исходных пунктов, определенные от одного и того же исходного пункта, разного для каждой строки. Таким образом, составляется транспонированная матрица по отношению к той, что получается в способе Ботяна Г.К..

В [20] отмечается, что для анализа устойчивости исходных пунктов широко используются способы, основанные на методах математической статистики – это способы Карпенко В.А., Григоренко А.Г., критерии Аббе и Смирнова. Карпенко В.А. предлагает оценивать устойчивость высотного положения исходных пунктов методом множественного корреляционного анализа, Григоренко А.Г. – методом дисперсионного анализа. Однако, как отмечает Стороженко А.Ф. в [20], методы математической статистики применимы лишь при значительном объеме информации, накопленной в довольно большом числе циклов. А значит, такие методы контроля стабильности исходных пунктов не удовлетворяют требованию о необходимости

выполнять анализ устойчивости исходных пунктов в каждом очередном цикле наблюдений.

Типичным для анализа устойчивости высотного положения исходных пунктов, основанного на принципе неизменной средней высоты исходной опорной сети, является способ П. Марчака. П. Марчак предложил определять устойчивость исходных пунктов путем анализа изменений превышений между исходными пунктами в начальном и последующих циклах, но не визуально, как в способе Соловьева А.Д. , а с предельными ошибками измерений [20, 40].

Проанализируем способы контроля стабильности планового положения исходных пунктов. В [88, 89] контроль стабильности планового положения исходных пунктов предлагается проводить на основе свойств треугольника и его «четырёх замечательных точек». Предлагается геодезическую сеть разбить на треугольники, в которых, при смещении хотя бы одного пункта, произойдут изменения некоторых его свойств: площади треугольника, центра тяжести, радиуса вписанного или описанного круга, ортоцентра. Однако здесь не рассмотрен вопрос установления минимальных деформаций, которые можно выявлять при заданной точности измерения элементов сети.

Известен способ контроля стабильности плановой сети на основе корреляционного анализа разностей повторных наблюдений элементов сети [77]. Недостатком данного способа является невозможность его применения на первых циклах контроля сети, т.к. для его осуществления необходимо определенное накопление данных. Так же по данному способу сложно определить численное значение и направление смещения, можно установить лишь сам факт смещения.

В [12, 45] предлагается оперативный способ контроля планового положения исходных пунктов, основанный на линейно-угловых измерениях электронным тахеометром. Если геодезические работы выполняются с пунктов сети, то контроль их стабильности можно выполнять, измеряя расстояния до смежных пунктов и углы между направлениями на них. Сравнивая результаты измерений, с данными каталога можно установить, какой пункт сместился. Отметим, что при измерении расстояния только на один пункт или угла только между направлениями только на два пункта, невозможно выявить какой из пунктов получил смещение.

В [31] исследуется возможность применения обратной линейно-угловой засечки для оценки стабильности пунктов плановой геодезической сети. Была создана сеть из нескольких исходных пунктов, пространственное положение которых вычислялось в условной системе. Данные о положении пунктов были внесены в память тахеометра. Измерения выполнялись несколькими тахеометрами, полярным методом, одним полуприемом. Изменялось пространственное положение пунктов вдоль и поперек направления визирования. Тахеометрами производилась серия наблюдений обратной линейно-угловой засечкой, в которых число исходных пунктов менялось. Вывод об отклонениях исходных пунктов по результатам измерений проводился из данных, отражаемых на дисплеях тахеометров. Однако отмечается, здесь отмечается, что при таком способе контроля исходной плановой основы, «слабые» пункты засечки, находящиеся на минимальном удалении от станции, некоторыми тахеометрами определяются недостаточно уверенно. А тангенциальные смещения исходных пунктов некоторыми приборами могут быть не определены вовсе.

Существуют также способы контроля стабильности плановой сети основанные на принципе отыскания устойчивой статистической модели, т.е. некой функции, аппроксимирующей всю совокупность исследуемого параметра под условием минимума суммы квадратов отклонений измеренных значений от соответствующих им значений функции [46]. Однако общим недостатком этих методов является сложность и громоздкость вычислительных процедур.

1.3.4 Анализ методов наблюдения за вертикальными и горизонтальными смещениями

Методы наблюдения за вертикальными смещениями

Для наблюдений за вертикальными смещениями зданий и сооружений в период строительства и эксплуатации согласно [32] применяются такие геодезические методы как: геометрическое нивелирование, тригонометрическое нивелирование, гидростатическое нивелирование и стереофотограмметрический. Каждый из этих методов целесообразно применять в зависимости от требуемой точности измерений (таблица 1.5). Так геометрическое и гидростатическое нивелирование могут обеспечить точность I-IV классов, тригонометрическое нивелирование и стереофотограмметрия –

II-IV класс. Наибольшее распространение получили методы геометрического нивелирования и тригонометрического нивелирования.

Согласно большинству нормативных документов [32, 74, 117], регулирующих порядок выполнения геодезического мониторинга для зданий и сооружений различного уровня ответственности (рисунок 1.5) в качестве основного метода измерения вертикальных деформаций рекомендуется применять **геометрическое нивелирование**, проводимое с использованием оптических и цифровых нивелиров.

Согласно [32] и Инструкции по нивелированию [52], для обеспечения требуемого класса точности измерений должны быть соблюдены определенные допуски при выполнении геометрического нивелирования, обобщённые в таблице 1.7.

Таблица 1.7 – Параметры и допуски для геометрического нивелирования в зависимости от класса точности измерений

Условия геометрического нивелирования	Основные технические характеристики и допуски для геометрического нивелирования классов			
	I	II	III	IV
Число станций замкнутого хода, не более	2	3	5	8
Визирный луч: – длина, не более, м – высота над препятствием, не менее, м	25 1,0	40 0,8	50 0,5	100 0,3
Неравенство плеч (на станции), не более, м	0,2	0,4	1,0	3,0
Допускаемая невязка в замкнутом ходе, мм (n – число станций)	$\pm 0,3\sqrt{n}$	$\pm 0,5\sqrt{n}$	$\pm 1,5\sqrt{n}$	$\pm 5\sqrt{n}$
Средняя квадратическая ошибка превышения (на станции), мм	0,15	0,30	0,65	3,00
Нивелирные ходы прокладываются	двойным горизонтом, способом совмещений, замкнутый ход	одним горизонтом, способом совмещений, замкнутый ход	прямо и обратно по двум шкалам инварных реек	одним горизонтом, способом наведения

Допуски, указанные в таблице 1.7, соответствуют геометрическому нивелированию установленных классов. Однако если СКО измерения превышений на станции в ступени высотной сети будет соответствовать требованиям высокоточного

геометрического нивелирования коротким визирным лучом (не более 25 м), то выполнение наблюдений в зависимости от уровня ответственности зданий и сооружений необходимо выполнять в соответствии с нормативными документами [74, 76, 117] .

Проанализировав требования данных нормативных документов, была составлена таблица параметров и допусков высокоточного геометрического нивелирования коротким визирным лучом в зависимости от уровня ответственности зданий и сооружений (таблица 1.8).

Таблица 1.8 – Параметры и допуски высокоточного геометрического нивелирования коротким визирным лучом в зависимости от уровня ответственности зданий и сооружений

Параметры геометрического нивелирования		Основные технические характеристики и допуски для высокоточного геометрического нивелирования коротким лучом зданий и сооружений	
		Повышенного уровня ответственности	Нормального уровня ответственности
Визирный луч	Длина, не менее, м	3	
	Длина, не более, м	25	
	Высота над препятствием, не менее, м	0,8	
Неравенство плеч (на станции), не более, м		0,3	
Допустимая невязка в полигоне, мм (n – число станций)		$\pm 0,14\sqrt{n}$	$\pm 0,4\sqrt{n}$
Средняя квадратическая ошибка превышения (на станции), мм		0,07	0,2
Средняя квадратическая ошибка суммы превышений на 1 км хода, мм		0,3	1,0
Ошибка установки осадочных марок на один горизонт, не более, мм		2,5	
Нивелирные ходы прокладываются при двух горизонтах инструмента		в направлении прямо и обратно	
		«из середины» Z_i P_i P_j Z_j (нечетная станция) P_i Z_i Z_j P_j (четная станция)	

Геометрическое нивелирование необходимо выполнять по одной и той же схеме измерения во всех циклах. В каждом цикле измерений соблюдаются следующие требования [75]:

– применяются одни и те же инструменты и рейки;

– рейки нумеруются и устанавливаются на один и те же марки или реперы.

Вертикальные смещения наблюдаемых точек вычисляют как разность превышений в соответствующих циклах.

В работах [17, 108, 126] отмечается, что при значительной концентрации деформационных марок на объекте допускается часть их наблюдать как промежуточные, т.е. веерным способом геометрического нивелирования. При этом каждая марка должна наблюдаться с двух станций, включенных в основной ход. Нивелир при этом в каждом цикле наблюдений устанавливают на закрепленные станции.

Если определение за вертикальными смещениями выполняется для деформационных марок с расстоянием между ними в пределах 1-1,5 м, то дополняет геометрическое нивелирование метод микро nivelирования. Этот метод отличается простотой и высокой точностью процесса измерения.

Несмотря на то, что метод геометрического нивелирования является основным методом наблюдения за вертикальными смещениями зданий и сооружений, ему свойственны некоторые недостатки. Например, сложность нивелирования в труднодоступных местах, отсутствие системы дистанционного съема информации, размещение осадочных марок на зданиях и сооружениях не в местах осадок, а в местах, наиболее доступных для наблюдений [123]. Так в работе [97] отмечается, что примерно 15-30% осадочных марок оказываются недоступными для установки на них рейки при выполнении геометрического нивелирования.

В [32] указывается, что при измерениях вертикальных смещений в условиях резких перепадов высот, применение геометрического нивелирования становится невозможным.

Указанные недостатки геометрического нивелирования и повсеместное использование для геодезического мониторинга зданий и сооружений электронных тахеометров приводит к необходимости применения тригонометрического нивелирования.

Как отмечается в [32, 117], **тригонометрическое нивелирование** применяют при определении вертикальных смещений деформационных марок, закрепленных на высоко расположенных конструкциях или при больших перепадах высот между

закреплёнными деформационными марками. Тригонометрическое нивелирование выполняется точными или высокоточными теодолитами или тахеометрами.

Проанализировав нормативные требования к тригонометрическому нивелированию для измерения вертикальных смещений зданий и сооружений, была составлена обобщенная таблица параметров и допусков тригонометрического нивелирования в зависимости от класса точности измерений (таблица 1.9). Как отмечается в [117], одностороннее нивелирование применяют при наблюдении определяемой точки полярным способом с пунктов опорной сети.

Таблица 1.9 – Параметры и допуски для тригонометрического нивелирования в зависимости от класса точности измерений

Параметры тригонометрического нивелирования			Основные технические характеристики и допуски тригонометрического нивелирования классов		
			II	III	IV
Визирный луч, не более, м			100		
Допускаемая погрешность измерения	расстояний, мм (при значении вертикальных углов, °)	до 10	7	15	35
		свыше 10 до 40	1	3	5
	вертикальных углов, " (при их значениях, °)	до 10	2,5	5,0	12,0
		свыше 10 до 40	1,5	3,0	10,0
Схемы наблюдения			одностороннее		
			двустороннее		
			нивелирование «из середины»		

В работе [123] авторами подмечено, что одностороннее тригонометрическое нивелирование применяется, в основном, при земляных работах, топографической (исполнительной) съемке, при которых требуемая точность измерения превышения на станции в среднем равна не более 10–30 мм и нет возможности (или необходимости) для установки тахеометра в наблюдаемой точке. Двустороннее нивелирование применяют при создании опорной сети методом тригонометрического нивелирования. Нивелирование «из середины» рекомендуется применять при значительных расстояниях между опорной и определяемой точкой [117] или когда нет возможности (или необходимости) для установки тахеометра на концах измеряемой линии. Однако, как отмечается в исследованиях [19, 97, 98, 123], точность определения вертикальных смещений в 1, 2 мм (II класс точности) возможно обеспечить только

тригонометрическим нивелированием «из середины» короткими лучами до 100 м при строгом соблюдении равенства плеч.

Уставич Г.А. в работе [123] указывает, что при применении тригонометрического нивелирования для определения осадок и деформаций инженерных сооружений СКО измерения превышения на станции, в основном, должна быть равна 0,15-0,25 мм.

Все измерения целесообразно выполнять по однотипной схеме. Точки установки тахеометра необходимо закреплять на территории выполнения работ. В качестве исходных пунктов и деформационных марок, при выполнении геодезического мониторинга способами тригонометрического нивелирования, могут быть использованы как призменные отражатели, так и отражательные пленки, описанные ранее в пп. 1.3.2.

При выполнении геодезического мониторинга тригонометрическим нивелированием измеряются зенитное расстояние Z и наклонное расстояние D до деформационной марки. Значение превышения вычисляется по формуле (1.3) [75]:

$$h = D \cdot \cos Z + i - l + \frac{(1-k)D^2}{2R \cdot \sin^2 Z}, \quad (1.3)$$

где D – наклонное расстояние от станции до деформационной марки; Z – зенитное расстояние; i – высота прибора на станции; l – высота визирной цели на деформационной марке; R – радиус Земли, принимаемый 6370 км; k – коэффициент вертикальной рефракции.

Вертикальные смещения наблюдаемых точек вычисляют как разность превышений в соответствующих циклах.

В работе [19] приводится формула для оценки допустимого превышения марки над станцией для тригонометрического нивелирования и отмечается, что точность измерения вертикальных смещений в 1 мм можно получить, если такое превышение составит не более 2 м.

О достоинствах способа тригонометрического нивелирования указано в работах таких ученых как Уставич Г.А. [123], Ямбаев Х.К. [148], Гордеев В.А. [27]. В работе [7] авторами изложены результаты производственных работ, выполненных в целях наблюдения за осадками зданий и сооружений двумя способами – геометрическим нивелированием II класса и тригонометрическим нивелированием с использованием электронных тахеометров, приведена оценка точности результатов измерений и указано

на преимущества последнего способа. В работах [19, 98] перечислены следующие преимущества тригонометрического нивелирования:

- не требуется установки рейки на осадочные марки, что часто опасно или невозможно в условиях строительной площадки;
- измерения могут выполняться одним исполнителем;
- процесс измерений и обработки автоматизирован;
- возможность использования в качестве деформационных марок отражательных пленок.

Таким образом, можно сделать вывод, что метод тригонометрического нивелирования уступает по точности геометрическому, но в отличие от него имеет достоинство – позволяет определять осадки точек, расположенных на различных высотах в труднодоступных местах. В сравнении с геометрическим нивелированием, этот метод позволяет измерять с одной станции значительные превышения, отпадает необходимость в рейках и осадочных марках.

Гидростатическое нивелирование целесообразно использовать при наблюдениях за вертикальными перемещениями точек фундаментов и несущих строительных конструкций в стесненных условиях подвальных и цеховых помещений, где не могут быть обеспечены условия хорошей видимости наблюдаемых точек, отсутствуют удобные места для установки нивелира. В работе [124] приведено теоретическое обоснование двойной гидродинамической системы, а также многоуровневой двойной гидродинамической системы, которая позволяет выполнять измерения превышений на нескольких горизонтах одной измерительной головкой. Однако применение гидросистем связано со значительными организационными и технологическими трудностями, поэтому случаи их использования единичны.

Стереофотограмметрический метод позволяет определять пространственное положение объекта, то есть деформации будут определены по трем координатам. Съёмку объекта в каждом цикле выполняют с одних и тех же концов базиса известной длины. В результате будет получена стереопара, которая позволит построить модель объекта и путем измерения координат точек модели определить возможные деформации сооружения [127, 145].

Практически всегда определение вертикальных смещений сопровождается и измерениями горизонтальных подвижек сооружения. Рассмотрим и проанализируем

ниже способы определения горизонтальных смещений зданий и сооружений, а также методики, которые позволяют определять вертикальные и горизонтальные смещения сооружений одновременно.

Методы наблюдения за горизонтальными смещениями

Основные методы, применяемые для определения горизонтальных смещений, приводятся в [32]. Это методы створных наблюдений, отдельных направлений, полигонометрии, триангуляции, трилатерации, методы линейно-угловых построений, спутниковые методы. Стандарт [117] дополняет методы, перечисленные в [32]. Так в данном нормативном документе, кроме перечисленных выше методов измерения горизонтальных смещений, приводится полярный метод, метод засечек.

Проанализируем перечисленные выше методы наблюдения за горизонтальными смещениями зданий и сооружений.

Метод створных наблюдений, согласно [32, 117] применяется в случае прямолинейности здания или сооружения, при условии обеспечения возможности устойчивости концевых опорных знаков створа. В этих нормативных документах дается описание различных высокоточных способов метода створных наблюдений, таких как оптический способ на основе измерения малых углов при неподвижной визирной цели, способ подвижной визирной цели, струйный и струйно–оптический способ, дифракционный способ и др. Согласно государственному стандарту [32] метод створных наблюдений может обеспечить I–III классы точности измерений при выполнении геодезического мониторинга зданий и сооружений. Изучению различных способов метода створных наблюдений посвящено немало работ [29, 125, 132]. В данных работах отмечается, что общим недостатком метода створных наблюдений является определение смещения только в одном направлении, перпендикулярном к створу.

Метод отдельных направлений используют при отсутствии возможности закрепления створа на сооружении и когда число наблюдаемых точек невелико (3–5 точек). Согласно [32] для измерения смещения сооружения данным методом необходимо установить не менее трех опорных пунктов, а угол засечки в полученном треугольнике должен быть не менее 30° .

Метод отдельных направлений может обеспечить I-III классы точности измерений. По сравнению с методом створов метод отдельных направлений отличается большим объемом измерений и их обработкой.

Метод полигонометрии [32, 117] применяется в качестве основного способа для создания исходной опорной сети на строительных площадках для целей мониторинга с плотностью застройки свыше 50% при довольно высокой интенсивности движения строительных механизмов и транспорта. Пункты ходов полигонометрии должны опираться на 2 и более исходных пункта, причем должна быть обеспечена видимость с каждого такого исходного пункта на ориентирный пункт того же класса. О применении полигонометрии для решения различных задач мониторинга описано в работах [18, 103].

Согласно [32] метод полигонометрии можно применять при обеспечении III-IV классов точности. Однако, в настоящее время многие геодезические организации прокладывают ходы полигонометрии при выполнении II класса точности измерений. Проанализируем возможность использования методов полигонометрии для обеспечения требований такого класса точности.

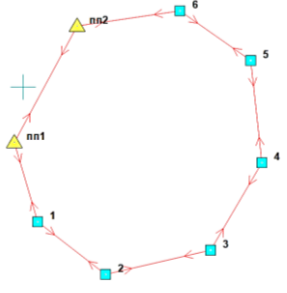
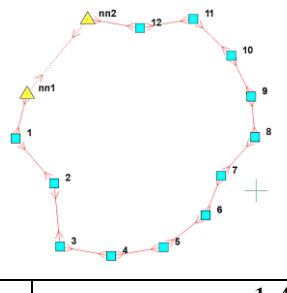
Для обеспечения II класса точности измерений (таблица 1.6) необходимо определить горизонтальные смещения деформационной марки со средней квадратической ошибкой 5 мм. Тогда, как было указано выше в пп.1.3.1, согласно принципу ничтожного влияния средняя квадратическая ошибка положения наиболее слабого пункта сети не должна превышать 1,6 мм.

Запроектируем 4 хода полигонометрии, состоящие из 2 исходных пунктов, 6 точек хода (длиной около 200 м и 1000 м) и 12 точек хода (длиной около 200 м и 1000 м).

Проектирование выполнялось при заданных значениях средней квадратической ошибки измерения горизонтальных углов и расстояний согласно техническим возможностям наиболее часто применяемых на производстве электронных тахеометров. Проектирование выполнялось в программном обеспечении «*CREDO DAT*».

Схемы и результаты проектирования полигонометрических ходов представлены в таблице 1.10.

Таблица 1.10 – Условия и результаты проектирования полигонометрических ходов

СКО измерений горизонтальных углов одним приемом	СКО измерений расстояний	Протяженность хода, м	Минимальное M_{\min} и максимальное M_{\max} значения СКО положения пунктов по результатам проектирования, мм
Схема проектирования			
$m_{\beta} = 5''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppм}$	195,115	1,4
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppм}$		2,2
$m_{\beta} = 2''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppм}$	195,115	0,8
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppм}$		1,3
$m_{\beta} = 1''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppм}$	195,115	1,2
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppм}$		1,9
$m_{\beta} = 5''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppм}$	984,991	0,7
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppм}$		1,1
$m_{\beta} = 2''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppм}$	984,991	1,2
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppм}$		1,9
$m_{\beta} = 1''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppм}$	984,991	3,1
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppм}$		5,3
$m_{\beta} = 5''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppм}$	198,548	2,1
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppм}$		3,6
$m_{\beta} = 2''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppм}$	198,548	1,9
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppм}$		3,0
$m_{\beta} = 1''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppм}$	198,548	1,2
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppм}$		1,9
$m_{\beta} = 5''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppм}$	198,548	1,5
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppм}$		2,4
Схема проектирования			
$m_{\beta} = 5''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppм}$	198,548	1,4
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppм}$		3,0
			0,7
			1,6

Продолжение таблицы 1.10

$m_{\beta} = 2''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	198,548	1,3
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppm}$		2,6
$m_{\beta} = 1''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	198,548	0,7
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppm}$		1,4
$m_{\beta} = 5''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	1015,675	1,3
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppm}$		2,6
$m_{\beta} = 2''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	1015,675	0,7
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppm}$		1,3
$m_{\beta} = 1''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	1015,675	2,1
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppm}$		6,5
$m_{\beta} = 5''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	1015,675	1,3
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppm}$		4,3
$m_{\beta} = 2''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	1015,675	1,6
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppm}$		3,8
$m_{\beta} = 1''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	1015,675	0,9
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppm}$		2,3
$m_{\beta} = 5''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	1015,675	1,5
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppm}$		3,1
$m_{\beta} = 1''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	1015,675	0,8
	$m_d = 1 \text{ мм} + 2\text{ppm}$		1,8

На основании таблицы 1.10 можно сделать вывод о том, что применение метода полигонометрии для определения горизонтальных смещений по II классу точности возможно только при использовании высокоточных электронных тахеометров с точностью измерения углов $2''$ или $1''$, причем средняя квадратическая ошибка измерения расстояний должна быть $1\text{мм} + 2\text{ppm}$. Однако, как показал анализ рынка продаж геодезического оборудования в Краснодарском крае за последние 5 лет, большим спросом пользуются приборы с точностью измерения углов $m_{\beta} = 5''$ и точностью измерения расстояний $m_d = 2\text{мм} + 2\text{ppm}$. Прибор с $m_{\beta} = 5''$ может обеспечить II класса точности измерений только если СКО измерения расстояний будет $m_d = 1\text{мм} + 2\text{ppm}$ и только при условии небольшой (до 200 м) протяженности хода полигонометрии. Отметим, что стоимость таких приборов начинается от 700 тыс. руб. (компания Leica Geosystems), более 1 млн. руб. – у компании Trimble, а линейка тахеометров с такими техническими характеристиками, например в компании Topcon, вовсе отсутствует.

Когда применение полигонометрии невозможно, можно применять метод триангуляции [111].

Метод триангуляции, согласно [32], обеспечивает I-IV классы точности измерений и применяется для измерения горизонтальных смещений фундаментов

зданий и сооружений, возводимых в пересеченной или горной местности. Сплошная сеть триангуляции должна опираться не менее чем на 3 исходных пункта и 2 базисные стороны. Цепочка треугольников в сети триангуляции должна опираться на 2 исходных пункта и примыкающие к ним две базисных стороны [117]. Для метода триангуляции допускается принимать условную систему координат, в которой направления осей x и y должны совпадать с поперечными и продольными осями зданий и сооружений [32].

Погрешность измерения горизонтальных углов в методе триангуляции зависит от расстояния между точками сети триангуляции. Так для обеспечения I класса точности измерений при расстояниях 150–500 м допускаемая средняя квадратическая ошибка измерения углов должна составлять от 3" до 1" соответственно. А для обеспечения точности II класса точности измерений, для таких же расстояний, от 7" до 2" соответственно [32].

Когда точность угловых измерений на коротких сторонах сети недостаточна для выполнения требований технического задания, наблюдение за горизонтальными смещениями можно проводить **методами трилатерации**. Согласно [32] метод трилатерации обеспечивает I-IV классы точности измерений. Трилатерацию проектируют в виде сплошных сетей, центральных систем, произвольных комбинаций треугольников и т.п.

Применение методов триангуляции и трилатерации для определения горизонтальных смещений описывается в работах [57, 115, 144].

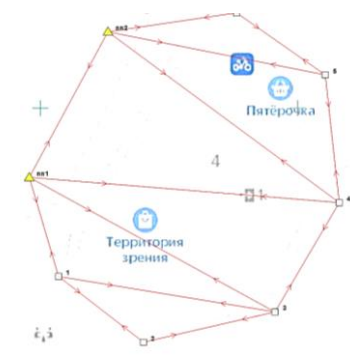
Однако с распространением и повсеместным использованием электронных тахеометров методы триангуляции и трилатерации используются реже, чем метод полигонометрии, метод линейно-угловых построений, засечек и т.п.

Как отмечается в [32], **методы линейно-угловых построений** с использованием электронных тахеометров должны обеспечивать точность определения деформаций, указанную в таблице 1.6. Линейно-угловые построения рекомендуется применять с целью повышения точности вычисления координат пунктов, если точность триангуляции или трилатерации недостаточна. Повышение точности определения исходных пунктов, как указано в [117], осуществляется за счет ослабления негативного влияния геометрии схемы сети, уменьшения зависимости между продольным и поперечным сдвигом, за счет жесткого контроля угловых и линейных измерений.

Однако ни в одном из перечисленных выше нормативных документов не указывается класс точности измерений, который могут обеспечить линейно-угловые построения.

Запроектировав линейно-угловую сеть, состоящую из 2 исходных пунктов, 6 определяемых пунктов, с расстояниями между пунктами от 20 до 60 м, были получены следующие результаты, представленные в таблице 1.11.

Таблица 1.11 – Условия и результаты проектирования линейно-угловой сети

СКО измерений горизонтальных углов	СКО измерений расстояний	Расстояние между точками сети, м	Минимальное M_{\min} и максимальное M_{\max} значения СКО положения пунктов по результатам проектирования, мм
Схема проектирования			
$m_{\beta} = 5''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	от 20 до 60 м	0,9 1,2
$m_{\beta} = 2''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	от 20 до 60 м	0,5 0,7
$m_{\beta} = 1''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	от 20 до 60 м	0,3 0,4

Анализируя результаты, указанные в таблице 1.11, можно сделать вывод о том, что использование наиболее популярных в геодезической практике электронных тахеометров с точностью измерения углов $5''$ и точностью измерения расстояний $2\text{мм} + 2\text{ppm}$ позволит применять метод линейно-угловых построений для обеспечения II класса точности.

В тоже время, линейно-угловая сеть состоит из нескольких треугольников. Запроектируем такие элементы линейно-угловой сети, состоящие из 2 исходных пунктов и 1 определяемого различной протяженности. Условия и результаты проектирования представлены в таблице 1.12.

Таблица 1.12 – Условия и результаты проектирования треугольного элемента линейно-угловой сети

СКО измерений горизонтальных углов	СКО измерений расстояний	Протяженность сети, м	Минимальное M_{\min} и максимальное M_{\max} значения СКО положения пунктов по результатам проектирования, мм
Схема проектирования			
$m_{\beta} = 5''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	80,332	– 0,6
$m_{\beta} = 2''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$		– 0,3
$m_{\beta} = 1''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$		– 0,1
$m_{\beta} = 5''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$	588,675	– 1,9
$m_{\beta} = 2''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$		– 1,1
$m_{\beta} = 1''$	$m_d = 2 \text{ мм} + 2\text{ppm}$		– 0,6

Если представить сеть, указанную в таблице 1.12 как небольшую элементарную линейно-угловую сеть, то можно увидеть, что применение электронных тахеометров с точностью измерения углов $5''$ и точностью измерения расстояний $2\text{мм} + 2\text{ppm}$ при относительно не большой протяженности сети (до 100 м) позволит обеспечить II класс точности измерения. А использование приборов с СКО измерения углов $2''$ или $1''$ и СКО измерения расстояний $2\text{мм} + 2\text{ppm}$, позволяют повысить точность измерений до требований I класса точности. При протяженности такой элементарной линейно-угловой сети, сумма длин сторон которой около 0,5 км, использование упомянутых выше электронных тахеометров позволят обеспечить II класс точности измерений.

Эффективность использования линейно-угловых построений в виде различных линейно-угловых сетей при мониторинге горизонтальных смещений отмечается во многих работах [87, 112-114]. Надо отметить, что точность элементов линейно-угловых сетей повышается за счет уравнительных вычислений.

При выполнении геодезического мониторинга горизонтальных смещений зданий и сооружений, возведенных на открытой местности при больших расстояниях до

исходных опорных пунктов, особенно при отсутствии взаимной видимости между наблюдаемыми пунктами, согласно [32, 117] можно использовать **метод спутниковых измерений**. При этом в [32] не дается конкретных рекомендаций и требований для применения данного метода. Указана лишь возможность использования метода спутниковых измерений для определения горизонтальных смещений. В [117] указывается, что каркасная сеть для спутниковых измерений должна состоять минимум из 3 пунктов. Взаимное положение пунктов определяется с большей точностью, чем требуемая точность определения деформаций. Наблюдения на центрах каркасной сети должны выполняться в статическом режиме с соблюдением требований [34]. Так же в [117] приводятся требования к сеансам наблюдений, требования к наблюдениям при ограниченном обзоре небосвода и др. Отметим, что использованию метода спутниковых наблюдений за деформациями зданий и сооружений посвящено множество российских и зарубежных публикаций [11, 54, 55, 128, 155, 165].

В [75, 117] в качестве методов определения горизонтальных смещений кроме перечисленных выше указываются полярный метод и метод засечек. Определение координат деформационной марки **полярным методом** рекомендуется выполнять с 2-х исходных пунктов сети. Полярный метод применяется в качестве одного из основных при определении горизонтальных смещений на промышленных или строительных площадках с большой плотностью застройки. Принцип полярного метода заключается в измерении значения горизонтального направления и расстояния до наблюдаемой деформационной марки с точек ходов полигонометрии или с пунктов линейно-угловой сети и т.п.

Если деформационные марки находятся на разных высотах или труднодоступны, то наблюдение за горизонтальным смещением таких марок можно выполнять с использованием прямых и обратных **линейно-угловых засечек**. Способ прямой линейно-угловой засечки заключается в определении планового положения деформационной марки из измерений горизонтальных углов и расстояний. На каждую контролируемую точку измерение выполняют электронным тахеометром минимум с двух исходных пунктов [75, 117]. Способ прямой линейно-угловой засечки применяют тогда, когда есть возможность установить электронный тахеометр на исходные пункты. Таким образом, использовать способ прямой линейно-угловой засечки не представляется возможным, если исходные пункты заложены в виде стенных знаков или

в виде отражательных пленок. Способ обратной линейно-угловой засечки применяется тогда, когда есть возможность беспрепятственно устанавливать электронный тахеометр над деформационной маркой [25]. Согласно [2, 3, 30, 75] обязательным условием применения способа обратной линейно-угловой засечки является хорошая видимость на исходные пункты и угол при деформационной марке не менее 30°.

В нормативном документе [75], в работах [2, 42, 131] указывается, что способ обратной линейно-угловой засечки применяется с произвольной точки стояния прибора. Такую произвольную точку стояния прибора принято называть свободной станцией. Если перечисленные выше методы определения горизонтального смещения зданий и сооружений можно назвать классическими, то применение способа обратной линейно-угловой засечки для определения координат свободной станции, с которой в дальнейшем полярным способом определяется положение деформационной марки, можно назвать альтернативным (специальным) способом определения горизонтальных смещений зданий и сооружений. Такой способ определения горизонтальных смещений зданий и сооружений принято называть способом свободной станции или **способом свободного стационарирования** [65, 90, 152]. Выбор в пользу данного способа измерений делается, например, когда невозможно обеспечить сохранность центров пунктов исходной опорной сети или когда невозможно измерениями непосредственно обеспечить их связь между собой. Связь между пунктами сети при этом часто осуществляется через связующие точки. Также способ свободного стационарирования активно применяется в условиях плотной городской застройки, когда применение традиционных методов наблюдения за деформациями зданий и сооружений невозможно или трудно применить [2, 53, 74, 101, 134].

Использование способа свободного стационарирования решает две задачи:

- 1) определение местоположения станции обратной засечкой от исходных пунктов, закрепленных отражательными пленками;
- 2) определение положения деформационной марки, расположенной на наблюдаемом объекте, полярным способом, где деформационная марка часто также представляет собой отражательную пленку.

Таким образом, при проведении геодезического мониторинга способом свободного стационарирования создается система «отражательная пленка – тахеометр – отражательная пленка». Особенностью данного метода и, в тоже время, его

преимуществом является возможность произвольной установки точки стояния прибора, которая в свою очередь позволяет:

- выполнять наблюдение за объектом мониторинга с любой удобной для исполнителя точки установки прибора;
- соблюдать условие перпендикулярности визирного луча к плоскости наблюдаемой отражательной пленки;
- исключить ошибки за центрирование в связи с не закреплением точки установки прибора на объекте работ.

Перечисленные выше достоинства способа свободного стационарирования, в настоящее время приводят к повсеместному его использованию при проведении геодезического мониторинга зданий и сооружений различного уровня ответственности [42, 53, 101, 122].

1.3.5 Анализ способов математической обработки геодезических измерений при наблюдении за стабильностью зданий и сооружений

Основные положения и методы обработки результатов геодезических измерений изложены в [36] и в [118]. Выбор способа обработки измерений при проведении геодезического мониторинга за зданиями, сооружениями различных уровней ответственности и конструктивных решений зависит от метода наблюдения за деформациями таких объектов. Традиционным методам наблюдения за осадками и смещениями зданий и сооружений сопутствует обработка измерений линейными способами метода наименьших квадратов: коррелятным и параметрическим.

О недостатках коррелятного способа упоминалось ранее в пп. 1.3.1. В связи с чем, повсеместно используется параметрический способ уравнивания результатов геодезических измерений, в основе которого лежит составление и решение параметрического уравнения поправок в следующей последовательности [28, 72, 73]:

- выбор параметров и составление параметрических уравнений связи;
- определение приближенных значений параметров и формирование вектора поправок приближенных значений параметров τ ;
- формирование матрицы коэффициентов параметрических уравнений поправок B ;

- вычисление свободных членов и формирование вектора L свободных членов;
- формирование системы параметрических уравнений поправок в развернутом виде по формуле (1.4)

$$V = B\tau + L, \quad (1.4)$$

где V – вектор поправок к результатам измерений;

- решение системы параметрических уравнений поправок на основе принципа метода наименьших квадратов [28].

Оценка точности по результатам уравнивания параметрическим способом предполагает определение следующих величин [28, 72]:

- средней квадратической ошибки единицы веса μ по формуле (1.5)

$$\mu = \sqrt{\frac{[pV^2]}{n-k}} = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-k}}, \quad (1.5)$$

где p_i – веса результатов измерений; v_i – поправки к результатам измерений; P – весовая матрица результатов измерений; n – число выполненных измерений; k – число необходимых измерений;

- обратной весовой матрицы Q уравненных координат x, y, H . Для одного определяемого пункта Q будет иметь следующий вид (1.6)

$$Q = \begin{bmatrix} q_x & q_{xy} & q_{xH} \\ q_{yx} & q_y & q_{yH} \\ q_{Hx} & q_{Hy} & q_H \end{bmatrix}, \quad (1.6)$$

где q_x, q_y, q_H – обратные веса оцениваемых величин координат x, y, H соответственно;

- средних квадратических ошибок положения координат x, y, H определяемого пункта или марки m_x, m_y, m_H по формулам (1.7)

$$m_x = \mu \sqrt{\frac{1}{p_x}} = \mu \sqrt{q_x}, \quad m_y = \mu \sqrt{\frac{1}{p_y}} = \mu \sqrt{q_y}, \quad m_H = \mu \sqrt{\frac{1}{p_H}} = \mu \sqrt{q_H}, \quad (1.7)$$

где q_x, q_y, q_H – обратный вес оцениваемых величин координат x, y, H соответственно;

- средней квадратической ошибки положения определяемого пункта или марки M по формулам (1.8-1.10):

$$M = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} \text{ – для плоской сети,} \quad (1.8)$$

$$M = \sqrt{m_H^2} \text{ – для высотной сети,} \quad (1.9)$$

$$M = \sqrt{m_x^2 + m_y^2 + m_H^2} - \text{для пространственной сети.} \quad (1.10)$$

Однако когда стоит задача отыскания глобального или локального экстремума фиксированной (целевой) функции при наличии ограничений в ситуации, когда целевая функция и ограничения имеют общий характер, т.е. не предполагаются линейными, тогда используются методы нелинейного программирования. В широком смысле задача нелинейного программирования заключается в отыскании экстремума целевой функции при заданных ограничениях в виде равенств, неравенств или при отсутствии таковых.

Пусть непрерывная функция $f(x)$ представляет собой целевую функцию, тогда задача нелинейного программирования может быть сформулирована следующим образом [130]: необходимо минимизировать $f(x)$, где $x \in E^n$ и $x = [x_1, \dots, x_n]^T$ – вектор–столбец переменных x_1, \dots, x_n в n -мерном евклидовом пространстве, при m линейных или нелинейных ограничениях в виде равенств

$h_j(x) = 0, j = 1, \dots, m$, и $(p - m)$ линейных или нелинейных ограничениях в виде неравенств $g_j(x) \geq 0, j = m+1, \dots, p$.

Вектор $x^* = [x_1^*, \dots, x_n^*]^T$, удовлетворяющий условию задачи нелинейного программирования, является оптимальной точкой, а значение $f(x^*)$ – оптимальным значением целевой функции [130]. При этом типы оптимальных решений могут быть различными в зависимости от того является целевая функция $f(x)$ унимодальной, т.е. имеющей один экстремум, или нет. Если $f(x)$ унимодальная функция, то значение глобального и локального оптимальных решений данной функции совпадают. Если $f(x)$ – не унимодальная, то глобальное оптимальное решение – наименьшее значение $f(x)$, а локальное – оптимальное решение, представляющее собой наименьшее значение $f(x)$ в окрестности некоторого вектора x [47, 130]. Таким образом, и для глобального и для локального минимума в общем виде должно выполняться условие (1.11):

$$f(x^*) \leq f(x). \quad (1.11)$$

Для решения описанной выше задачи существует множество методов нелинейного программирования. Заметный вклад в изучение методов нелинейного программирования для решения различных прикладных задач, в том числе геодезических, внесли польский ученый Z. Adamczewski [149-151], американский ученый David M. Himmelblau [130], российские ученые Юршанский З.М. [146], Назаренко В.Г. [92, 93], Макаров Г.В. [68], Растринин Л.А. [100], Мицкевич В.И. [80, 81,

84, 86], Коугия В.А. [61], Желтко Ч.Н. [44], Брынь М.Я. [13, 14, 15, 163], Зубов А.В. [48-51, 154] и др.

Методы нелинейного программирования можно разделить на три больших группы:

- методы, использующие первые производные;
- методы, использующие вторые производные;
- методы, не использующие производные.

К первой группе относится градиентный метод (метод наискорейшего спуска), применению которого для минимизации целевой функции посвящено множество как российских [61, 82, 153], так и зарубежных публикаций [159, 160, 167]. Ко второй группе относится метод Ньютона и связанные с ним алгоритмы [82, 83]. Особый интерес представляет третья группа методов нелинейного программирования – методы минимизации без ограничений, не использующие производные, называемые поисковыми методами. Существуют следующие виды поисковых методов:

- 1) прямой поиск Хука-Дживса;
- 2) метод Нелдера и Мида (поиск по деформируемому многограннику);
- 3) метод Розенброка;
- 4) метод Дэвиса-Свенна-Кэмпби (ДСК);
- 5) метод Пауэлла;
- 6) метод случайного поиска;
- 7) метод релаксации.

Как отмечается в [130] при решении задач нелинейного программирования при отсутствии ограничений методы, использующие первые и вторые производные, могут сходиться быстрее, чем методы, не использующие производные. Тем не менее, применяя на практике методы, использующие производные, приходится сталкиваться с двумя главными препятствиями. Во-первых, в задачах с достаточно большим числом переменных довольно трудно или даже невозможно получить производные в виде аналитических функций, необходимых для градиентного алгоритма или алгоритма, использующего производные второго порядка [130]. Хотя вычисление аналитических производных можно заменить вычислениями производных с помощью разностных схем, возникающая при этом ошибка, особенно в окрестностях экстремума, может ограничить применение подобной аппроксимации.

Вторым обстоятельством, является то, что при использовании методов оптимизации, основанных на вычислении первых и при необходимости вторых производных, требуется по сравнению с методами поиска довольно большое время на подготовку задачи к решению [130].

Вследствие изложенных выше трудностей в работе [130] также отмечается, что поисковые методы могут оказаться более удовлетворительными с точки зрения пользователя, чем методы, использующие первые и вторые производные. К такому же выводу пришел Мицкевич В.И. в работе [79]. Автор доказывает, что эффективность применения методов нелинейного программирования, использующих первые и вторые частные производные, снижается из-за невозможности точного вычисления значения таких производных. Кроме этого в [79] отмечается, что поисковые методы нелинейного программирования имеют довольно высокую область сходимости по сравнению с методами, использующими производные.

Еще одним преимуществом поисковых методов нелинейного программирования является разнообразие вида целевых функций, минимизация которых необходима, если решается задача уравнивания геодезических построений. Наиболее распространенным видом целевых функций, подлежащих минимизации, являются функции $f(x)=[vv]$ [42, 44, 50, 149], $f(x)=[pv^2]$ [81, 135] или $f(x)=V^T P V$ [68, 81, 135].

В настоящее время интерес к методам нелинейного программирования и в частности поисковым методам уравнивания не снижается. Например, в работе проф. Коугия В.А. [61] рассматриваются вопросы преобразования пространственной системы координат градиентными методами. В работах [58, 59] рассматривается уравнивание линейно-угловых сетей методами нелинейного программирования. В работе [42] рассматривается порядок обработки результатов геодезического мониторинга мостового сооружения с использованием градиентного метода нелинейного программирования, при этом автор принимает исходные данные безошибочными. В работе [44] отмечается и доказывается, что уравнивание измерений на ЭВМ путем подбора неизвестных обладает большей наглядностью и возможностью проанализировать строгость уравнивания по сравнению со многими компьютерными программами уравнивания, основанными на традиционных способах. Эффективность поискового метода была проверена этим автором при уравнивании геодезической сети, в результате были получены значения плоских прямоугольных координат точек сети. В работах [81, 82]

автор рассматривает уравнивание и оценку точности плоских геодезических сетей методами нелинейного программирования, использующих первые и вторые частные производные.

Отметим что почти все авторы приведенных выше работ, рассматривают вопросы уравнивания и оценки точности результатов уравнивания различных геодезических построений только с позиции получения плоских прямоугольных координат пунктов такой сети. При этом геодезическая сеть рассматривается без учета ошибок исходных данных и без учета корреляционных связей между ошибками исходных пунктов. В работе [130] автор отмечает, что применение поисковых методов невозможно для коррелированных переменных. Решение данных проблем по мнению автора диссертации является актуальным, так как на производстве исходные пункты могут иметь ошибки и при этом еще быть коррелированы, особенно когда решается задача геодезического мониторинга деформаций зданий и сооружений.

Исследования последних лет показали эффективность использования поисковых методов нелинейного программирования для обработки больших массивов пространственных данных, как например, результатов наземного лазерного сканирования [51].

В работе [79] Мицкевич В.И. рассмотрел возможность уравнивания пространственной линейно-угловой засечки как элемента пространственной геодезической сети различными методами нелинейного программирования, в том числе поисковым методом релаксации. Автор доказал корректность и эффективность использования поискового метода релаксации для уравнивания пространственной линейно-угловой засечки перед другими методами нелинейного программирования. В работе [1] авторы рассматривают оценку точности пространственных засечек методами нелинейного программирования без учета весов результатов измерений. Однако в данных работах не изучен вопрос уравнивания коррелированных измерений пространственной геодезической сети с учетом ошибок исходных данных, не рассмотрен вопрос оценки точности пространственных геодезических сетей с учетом весов результатов измерений методами нелинейного программирования и в частности поисковыми методами. Кроме этого, практически не встречаются работы по уравниванию свободных геодезических сетей методами нелинейного программирования.

При выполнении уравнивания геодезических измерений поисковым методом возникают трудности в выполнении оценки точности, так как в данном случае не составляются нормальные уравнения неизвестных и найти обратную весовую матрицу, как это делается в параметрическом способе, затруднительно. О сложностях выполнения такой оценки точности отмечалось в работах Макарова Г.В. [68], Мицкевича В.И. [81], Желтко Ч.Н. [44]. Мицкевич В.И. отмечает, что фрагмент обратной матрицы весов можно получить способом, разработанным Z. Adamczewski [150] для метода наименьших квадратов и обобщённым Макаровым Г.В. в [68]. Порядок выполнения оценки точности координат отдельного определяемого пункта геодезической сети поисковым методом приведен в работах [68, 81].

Разработка обобщённого алгоритма уравнивания и оценки точности геодезических сетей с различными исходными условиями, как для плановых, высотных, так и для пространственных прямоугольных координат при выполнении работ по геодезическому мониторингу зданий и сооружений может стать альтернативой применения классических методов обработки. Математическим методом, позволяющим получить такой обобщённый алгоритм, может быть поисковый метод нелинейного программирования.

1.3.6 Прогнозирование деформаций по геодезическим данным

Важным этапом геодезического мониторинга деформаций зданий и сооружений является выявление тенденции к возрастанию или убыванию наблюдаемых деформаций на краткосрочный или долгосрочный периоды. Для определения такой тенденции (тренда) сначала необходимо определить аналитическую функцию, которая связывает единым законом все последовательные уровни временного ряда, составленного по геодезическим данным. В нормативных документах нет обязательного требования для построения прогнозных моделей при выполнении геодезического мониторинга зданий и сооружений любого уровня ответственности. Лишь некоторые нормативные документы, регулирующие порядок проведения геодезического мониторинга зданий и сооружений повышенного уровня ответственности дают пояснения и рекомендации к проведению прогноза деформаций таких объектов. Требования к построению прогнозных моделей по геодезическим данным указаны в таких нормативных документах как [75, 117]. Так

согласно [117] для подбора уравнения тренда, необходимо составить временной ряд и выполнить его анализ. Анализ временного ряда – это совокупность математико-статистических процедур, предназначенных для выявления структуры временных рядов и для их прогнозирования [117]. Временные ряды бывают следующих видов: ряды абсолютных показателей, ряды относительных показателей, ряды средних величин; одномерные временные ряды; многомерные временные ряды; моментные и интервальные временные ряды; равноотстоящие и неравноотстоящие ряды; в зависимости от наличия пропущенных значений – полные и неполные временные ряды. В стандарте [117] так же указывается, что по данным геодезического мониторинга статистическое прогнозирование может осуществляться только на глубину 20-25 % от длины наблюдаемого ряда. Наблюдения необходимо фиксировать в один и тот же момент каждого временного отрезка, например первого числа каждого месяца. Прогнозные оценки, рассчитываемые методами экстраполяции, осуществляются в следующей последовательности [117]:

- выявление закономерностей прошлого развития явления;
- оценка степени достоверности выявленной закономерности развития явления в прошлом (подбор трендовой функции);
- экстраполяция – перенос выявленных закономерностей на некоторый период будущего;
- корректировка полученного прогноза с учетом результатов содержательного анализа текущего состояния.

В [75] с целью установления связи между величинами деформаций высотных и уникальных зданий и сооружений предлагается использовать корреляционный анализ. Суждение о виде корреляционной связи делают на основе зависимости между изменяемой во времени переменной и величиной, характеризующей измерение этой переменной. Степень связи определяется через коэффициент корреляции по формуле (1.12) [75]:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n\sigma_x\sigma_y}, \quad (1.12)$$

где $\bar{x} = \frac{[x]}{n}$ и $\bar{y} = \frac{[y]}{n}$ – средние арифметические величины; n – число наблюдений;

$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$, $\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n}}$ – средние квадратические отклонения x и y . Для

оценки надежности коэффициента корреляции используют критерий Фишера и проверяют коэффициент корреляции на выполнение указанных в [75] условий, после чего составляется уравнение регрессии, используемое в дальнейшем для прогнозирования смещений зданий и сооружений. В данном нормативном документе также упоминается, что составленное уравнение регрессии должно быть проанализировано. Однако условия и порядок выполнения такого анализа не указан.

Решению вопроса определения уравнения тренда и, как следствие, построению адекватной прогнозной модели посвящено множество работ [6, 62, 69, 109, 110, 156, 157]. В основу использования статистических методов для построения прогнозных моделей по геодезическим данным существенный вклад внесли такие ученые как Гуляев Ю.П. [37] и Николаев С.А. [96]. Построению прогнозных моделей по геодезическим данным посвящены также научные работы [37, 46, 99, 129], в которых рассматриваются порядок определения уравнения тренда временного ряда методами линейного и нелинейного регрессионного анализа.

В геодезической практике кроме указанных выше методов, применяются также математические модели на основе численных методов [10, 161] и прогнозные математические модели динамического типа, отраженные в работе Мазурова Б.Т. [67].

Гуляев Ю. П. [37] предложил в качестве прогнозных моделей использовать дифференциальные уравнения, что является довольно трудоемким процессом.

Для построения трендов часто применяются линейная, степенная, логарифмическая функции и полиномы различных степеней [110, 158, 162]. Коэффициенты каждого из уравнений трендов определяются традиционным методом наименьших квадратов [46], а степень аппроксимирующего многочлена выбирается из условия минимума дисперсии отклонений фактически измеренных значений от значений, полученных теоретическим путем [110]. Однако недостатками нелинейных регрессионных моделей является сложность определения вида функциональной зависимости [133], а также трудоемкость определения параметров модели, т.к. предварительно необходимо проводить стандартную процедуру их линеаризации. Недостатками линейных регрессионных моделей являются низкая адаптивность и отсутствие способности моделирования нелинейных процессов [133].

Одной из проблем при решении нелинейных уравнений является обеспечение быстрой сходимости вычислительного процесса. О данной проблеме отмечается в работах [38, 130].

Перечисленных недостатков при поиске уравнения тренда можно избежать, используя поисковый метод нелинейного программирования, суть которого будет состоять в итерационном поиске минимума отклонений исходных значений временного ряда от их экспериментальных (теоретических) значений, рассчитанных по уравнению тренда.

1.4 Выводы по главе 1

Проведение геодезического мониторинга зданий и сооружений является важной задачей для обеспечения надежности, долговечности и безопасности строящихся и эксплуатируемых зданий и сооружений. Геодезический мониторинг обычно включает в себя проектирование опорной геодезической сети, закрепление исходных пунктов и деформационных марок, контроль стабильности исходных пунктов, наблюдение за вертикальными и горизонтальными смещениями зданий и сооружений, математическая обработка и анализ точности результатов измерений, прогнозирование развития деформаций зданий и сооружений. Перечисленные работы, можно назвать элементами (этапами) и объединить в общую технологию геодезического мониторинга зданий и сооружений.

С целью изучения современного состояния технологии геодезического мониторинга зданий и сооружений, в диссертационной работе проанализированы нормативные документы и производственный опыт выполнения перечисленных выше этапов работ, который показал следующее:

1. К точности определения смещений деформационных марок нормативными документами предъявляются высокие требования, которые характеризуются следующими величинами: 2 мм в плане и 1 мм по высоте – для I класса точности измерений; 5 мм в плане и 2 мм по высоте – для II класса точности измерений.

2. В нормативных документах отсутствуют требования к составу, порядку и точности выполнения работ для каждого этапа технологии геодезического мониторинга зданий и сооружений с нормальным уровнем ответственности;

3. В нормативных документах отсутствуют требования к некоторым элементам технологии геодезического мониторинга для зданий и сооружений повышенного уровня ответственности. Так, например, в [75] упоминается необходимость выполнения проектирования опорных геодезических сетей, однако, требований к выполнению такого проектирования нет. Имеющиеся в данном документе пояснения носят рекомендательный характер и касаются только работ, выполняемых на коротких расстояниях (до 50 м).

4. Сложно, а порой и невозможно, закреплять исходные пункты таким образом, чтобы обеспечить их надежность и стабильность на протяжении всего цикла работ.

5. В нормативных документах отсутствуют требования и рекомендации по применению метода линейно-угловых построений для определения горизонтальных смещений зданий и сооружений. В связи с этим, в диссертационной работе проведены исследования, которые показали возможность использования метода линейно-угловых построений для обеспечения I-IV классов точности измерений. Однако, в условиях плотной городской застройки в силу отсутствия видимости между пунктами сети методы триангуляции, трилатерации и линейно-угловых построений не используются. И как следствие, преимущественное применение в таких условиях находит метод полигонометрии.

6. Отсутствуют сформулированные требования к точности определения положения пунктов сети, с которых выполняется наблюдение за деформациями мониторинга зданий и сооружений.

В связи с этим, в диссертационном исследовании определены требования к точности положения наиболее слабого пункта такой сети, удовлетворяющие II классу точности измерения деформаций, которые составили:

- с учетом принципа равных влияний – 3,5 мм;
- с учетом принципа ничтожного влияния – 1,6 мм.

Проведенные исследования по проектированию хода полигонометрии-показали:

– метод полигонометрии для ходов длиной около 200 м может обеспечить II класс точности измерения деформаций только при условии использования приборов с точностью измерения углов 2" и выше, расстояний не более – $1\text{мм} + 2\text{ppm}$;

– метод полигонометрии для ходов длиной около 1000 м не может обеспечить II класс точности измерения деформаций, необходимый для геодезического мониторинга

большинства зданий и сооружений различного уровня ответственности, тем более повышенного.

Учитывая изложенное, можно считать некорректными рекомендации некоторых нормативных документов по проведению геодезического мониторинга горизонтальных смещений зданий и сооружений повышенного уровня ответственности. Так, например, в СТО СРО-С 60542960 00043-2015 приводится метод полигонометрии как основной для создания опорной сети при выполнении геодезического мониторинга горизонтальных смещений.

7. В производственной деятельности широкое применение находит способ свободного стационарирования, который предполагает определение положения станции любой из известных обратных засечек, а затем определение деформационных марок полярным способом. Он обладает следующими преимуществами:

- возможностью устанавливать станции наблюдения в любом удобном для координирования деформационных марок месте;
- отсутствием необходимости закрепления местоположения станции на местности и, как следствие, исключением ошибок за центрирование;
- отсутствием необходимости обеспечения видимости между станциями наблюдения.

Таким образом, можно сделать вывод, что способ свободного стационарирования для проведения геодезического мониторинга зданий и сооружений является, практически, безальтернативным. Однако при этом следует отметить, что сформулированные требования к проведению геодезического мониторинга способом свободного стационарирования отсутствуют.

8. В условиях необходимости обработки большого объема информации получили развитие исследования по обработке геодезических измерений поисковыми методами нелинейного программирования. Они обладают следующими преимуществами:

- не требуют регулярности и непрерывности целевой функции;
- не используют производные;
- не требуют много времени на подготовку задачи к решению;
- обладают простой реализацией алгоритма решения задач.

При этом, не изучено применение поисковых методов для ряда важных задач при выполнении геодезического мониторинга, таких как:

- уравнивание и оценка точности коррелированных геодезических измерений;
- уравнивание геодезических сетей с учетом ошибок исходных данных и их корреляционных связей;
- оценка точности пространственных геодезических построений.

9. Прогноз деформаций является важной задачей геодезического мониторинга зданий и сооружений. При этом отсутствуют требования и рекомендации по составлению уравнения тренда и, как следствие, к построению адекватной прогнозной модели. Кроме этого, практически нигде не приводятся требования к анализу полученного уравнения тренда.

Таким образом, выполненный анализ состояния существующей технологии геодезического мониторинга зданий и сооружений выявил противоречие между высокими требованиями к точности определения планово–высотного положения деформационных марок, существующими высокоточными геодезическими приборами и способами (прежде всего, способом свободного стационарирования) определения положения марок и методами математической обработки (прежде всего, поисковых методов нелинейного программирования). В связи с этим, целью диссертационного исследования является разработка технологии геодезического мониторинга зданий и сооружений на основе свободного стационарирования, элементы которой будут объединены единым математическим алгоритмом на основе использования поисковых методов.

ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ПРОВЕДЕНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ СПОСОБА СВОБОДНОГО СТАНЦИОНИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОИСКОВОГО МЕТОДА

2.1 Постановка задачи

Для достижения поставленной цели по разработке технологии геодезического мониторинга зданий и сооружений на основе свободного стационарирования с использованием единого математического алгоритма, необходимо решить следующие задачи:

- 1) обосновать требования к точности выполнения геодезических измерений способом свободного стационарирования для целей геодезического мониторинга;
- 2) предложить единый математический алгоритм для выполнения работ на каждом этапе геодезического мониторинга на основе поискового метода нелинейного программирования;
- 3) разработать способы проектирования геодезических сетей с использованием поискового метода нелинейного программирования;
- 4) предложить и теоретически обосновать методику наблюдений за горизонтальными смещениями зданий и сооружений на основе способа свободного стационарирования;
- 5) адаптировать поисковые методы нелинейного программирования для контроля стабильности исходных пунктов;
- 6) разработать методику обработки результатов геодезических измерений с применением поискового метода нелинейного программирования, а именно:
 - выполнить уравнивание и оценку точности плановых геодезических построений без учета и с учетом ошибок плоских прямоугольных координат исходных пунктов и их корреляционных связей;
 - выполнить уравнивание и оценку точности пространственных геодезических построений без учета и с учетом ошибок пространственных прямоугольных координат исходных пунктов и их корреляционных связей;
 - выполнить оценку точности положения станции свободного стационарирования поисковым методом;

– выполнить взаимобратные преобразования плоских прямоугольных систем координат;

7) разработать методику определения уравнения тренда с использованием поискового метода и обосновать требования к ее анализу;

8) разработать схему технологии геодезического мониторинга, позволяющую выполнять работы в условиях плотной городской застройки или строительной площадки с использованием способа свободного стационарирования с применением на каждом этапе технологии единого математического аппарата на основе поискового метода нелинейного программирования.

2.2 Обоснование требований к точности выполнения геодезических измерений способом свободного стационарирования

Как было отмечено в главе 1, п. 1.3.1 средняя квадратическая ошибка положения определяемой точки вычисляется по формуле (1.1) $m_p = \sqrt{m_{\text{исх}}^2 + m_{\text{изм}}^2}$.

Предположим, что положение свободной станции электронного тахеометра ЭТ определяется обратной угловой засечкой от исходных пунктов A , B , C (рисунок 2.1).

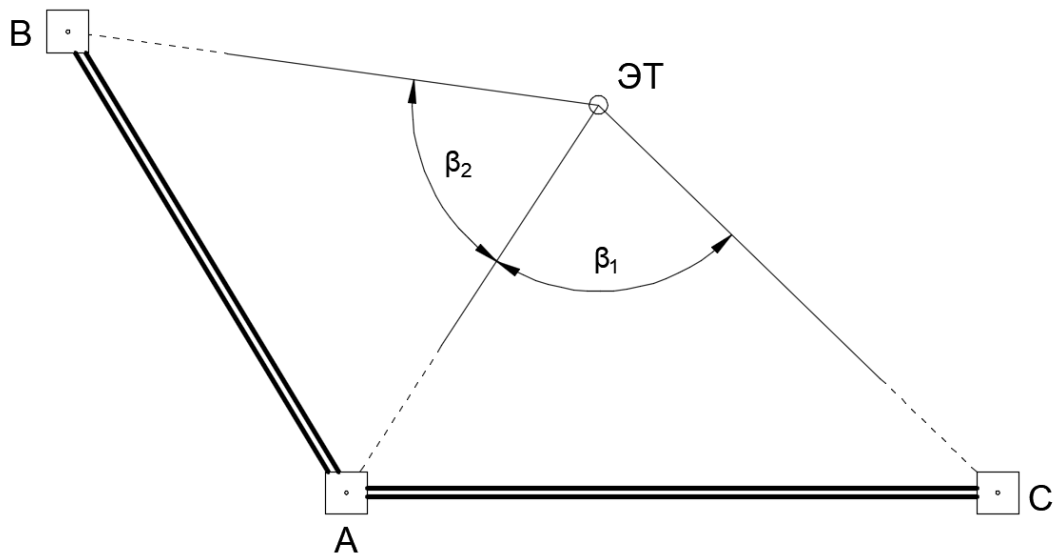


Рисунок 2.1 – Определение положения свободной станции обратной угловой засечкой

Тогда средняя квадратическая ошибка собственно обратной угловой засечки $m_{\text{изм}} = m_{\text{О.З.}}$ определяется по известной формуле (2.1) [15]:

$$m_{0.3} = \frac{m_{\beta} S_A}{\rho \sin(\beta_1 + \beta_2 + \omega_{BAC})} \sqrt{\left(\frac{S_B}{b_{AB}}\right)^2 + \left(\frac{S_C}{b_{AC}}\right)^2}, \quad (2.1)$$

где S_A, S_B, S_C – расстояния от свободной станции электронного тахеометра до соответствующих исходных пунктов; b_{AB}, b_{BC} – расстояния между соответствующими исходными пунктами; m_{β} – средняя квадратическая ошибка измерения угла; ω_{BAC} – угол BAC между исходными сторонами.

Известно, что величина смещения деформационной марки в горизонтальной плоскости определяется по известной формуле (2.2) [75]

$$\delta = \sqrt{\delta_x^2 + \delta_y^2}, \quad (2.2)$$

где смещения по осям координат $\delta_x = x_{i+1} - x_i$, $\delta_y = y_{i+1} - y_i$, при этом $x_{(i+1)}$, $y_{(i+1)}$ – координаты деформационной марки в цикле $(i+1)$, x_i , y_i – координаты марки в предшествующем цикле измерений.

Средняя квадратическая ошибка m_{δ} определения смещения может быть вычислена по формуле (2.3) средней квадратической ошибки функции независимых аргументов δ_x, δ_y

$$m_{\delta} = \sqrt{\left(\frac{\partial \delta}{\partial \delta_x}\right)^2 m_{\delta_x}^2 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial \delta_y}\right)^2 m_{\delta_y}^2}, \quad (2.3)$$

где частные производные $\left(\frac{\partial \delta}{\partial \delta_x}\right) = \frac{\delta_x}{\delta}$, $\left(\frac{\partial \delta}{\partial \delta_y}\right) = \frac{\delta_y}{\delta}$, а $m_{\delta_x}, m_{\delta_y}$ – средняя квадратическая ошибка смещений по осям координат.

Если принять равенство этих ошибок, т.е. $m_{\delta_x} = m_{\delta_y} = m_{\delta_{xy}}$, то в результате получим $m_{\delta} = m_{\delta_{xy}}$. И тогда средняя квадратическая ошибка определения координат деформационных марок будет $m_{xy} = m_{\delta} / \sqrt{2}$, а СКО определения положения деформационных марок $m_p = m_{xy} \sqrt{2} = m_{\delta}$.

Таким образом, в общем случае средняя квадратическая ошибка определения положения деформационных марок равна средней квадратической ошибке определения смещения в горизонтальной плоскости, т.е. для II класса точности измерений – 5 мм.

Точность геодезических измерений для определения планового положения деформационной марки

Обоснование требований к точности выполнения геодезических измерений при определении положения деформационной марки способом свободного стационарирования можно выполнить несколькими способами.

При определении горизонтальных смещений деформационных марок может быть реализован метод свободного стационарирования, при котором положение точки стояния электронного тахеометра определяется обратной засечкой на исходные пункты опорной плановой сети, а затем полярным способом определяется положение деформационных марок. Тогда погрешность измерений $m_{\text{изм}}$ будет состоять из ошибки $m_{\text{ЭТ}}$ определения положения электронного тахеометра и ошибки $m_{\text{ПС}}$ определения положения деформационной марки полярным способом, т.е. $m_{\text{изм}}$ можно рассчитать по формуле (2.4)

$$m_{\text{изм}} = \sqrt{m_{\text{ЭТ}}^2 + m_{\text{ПС}}^2}. \quad (2.4)$$

1) Согласно принципу равных влияний ошибок исходных пунктов и ошибок измерений, значения их средних квадратических ошибок по формуле (1.1) соответственно равны $m_{\text{исх}} = m_{\text{изм}} = 3,5$ мм.

Отсюда, по формуле (2.4), на основе принципа равных влияний вытекают требования к определению погрешностей $m_{\text{ЭТ}}$ и $m_{\text{ПС}}$:

$$m_{\text{ЭТ}} = m_{\text{ПС}} = \frac{m_{\text{изм}}}{\sqrt{2}} = \frac{3,5}{\sqrt{2}} = 2,5 \text{ мм.}$$

Точность определения положения деформационной марки в горизонтальной плоскости полярным способом выражается формулой (2.5) [28]:

$$m_{\text{ПС}} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = \sqrt{m_d^2 + \left(\frac{d}{\rho''}\right)^2 m_{\beta}^2}, \quad (2.5)$$

где m_d , m_{β} – СКО измерения углов и расстояний, d – горизонтальное проложение от точки стояния электронного тахеометра до деформационной марки.

Используя принцип равного влияния погрешностей измерения длин линий и углов на точность положения деформационной марки, получим необходимую точность

линейных и угловых измерений (примем $d = 100$ м): $m_d = \frac{m_{\text{ПС}}}{\sqrt{2}} = \frac{2,5}{\sqrt{2}} = 1,8$ мм,

$$m_{\beta} = \frac{m_{\text{ПС}} \rho''}{\sqrt{2}d} = \frac{2,5 \cdot 206265''}{\sqrt{2} \cdot 100000} = 3,6''.$$

Таким образом, определение положения деформационных марок относительно пунктов опорной сети или точек стояния электронного тахеометра можно определять одним приемом тахеометром с СКО измерения расстояний 1,5 мм и СКО измерения углов не более 3'', либо двумя приемами тахеометром с СКО измерения углов 5''.

2) В соответствии с принципом ничтожного влияния для того, чтобы ошибками исходных пунктов можно было пренебречь, их средняя квадратическая ошибка не должна превышать 1/3 от средней квадратической ошибки измерений [28]. Тогда

$m_{\text{исх}}^2 \leq \varepsilon m_p^2$ и при $\varepsilon = 0,10$ $m_{\text{исх}} = 0,316 m_p$. Таким образом, для рассматриваемого случая

$$m_{\text{исх}} = 1,6 \text{ мм и } m_{\text{изм}} = 4,7 \text{ мм. Тогда, } m_{\text{ЭТ}} = m_{\text{ПС}} = \frac{m_{\text{изм}}}{\sqrt{2}} = \frac{4,7}{\sqrt{2}} = 3,3 \text{ мм,}$$

$$m_d = \frac{m_{\text{ПС}}}{\sqrt{2}} = \frac{3,3}{\sqrt{2}} = 2,3 \text{ мм, } m_{\beta} = \frac{m_{\text{ПС}} \rho''}{\sqrt{2}d} = \frac{3,3 \cdot 206265''}{\sqrt{2} \cdot 100000} = 4,8''$$

Для данного случая определение положения деформационных марок относительно пунктов опорной сети или точек стояния электронного тахеометра можно определять одним приемом тахеометром с СКО измерения расстояний 2 мм и СКО измерения углов 5''.

3) В общем виде формулы (1.1) и (2.4) для способа свободного стационарирования можно записать в виде (2.6):

$$m_p = \sqrt{m_{\text{исх}}^2 + m_{\text{ЭТ}}^2 + m_{\text{ПС}}^2}, \quad (2.6)$$

тогда учитывая принцип равных влияний $m_{\text{исх}} = m_{\text{ЭТ}} = m_{\text{ПС}} = \frac{m_p}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} = 2,9$ мм.

Отсюда точность линейных и угловых измерений $m_d = \frac{m_{\text{ПС}}}{\sqrt{2}} = \frac{2,9}{\sqrt{2}} = 2,1$ мм,

$$m_{\beta} = \frac{m_{\text{ПС}} \rho''}{\sqrt{2}d} = \frac{2,9 \cdot 206265''}{\sqrt{2} \cdot 100000} = 4,2''.$$

Требования к техническим характеристикам прибора будут аналогичны второму варианту.

**Точность геодезических измерений для определения высотного положения
деформационной марки**

Обратимся теперь к обоснованию точности определения высот деформационных марок. Величина вертикальных смещений определяется следующей формулой (2.7) [75, 117]:

$$\delta_h = H_{i+1} - H_i, \quad (2.7)$$

где H_{i+1}, H_i – отметки деформационной марки в $i+1$ и i -м цикле измерений.

Исходя из того, что средняя квадратическая ошибка определения вертикальных смещений не должна превышать 2 мм для II класса точности измерений [32], получим СКО определения высоты деформационной марки в отдельном цикле измерений

$$m_H = \frac{m_{\delta_h}}{\sqrt{2}} = \frac{2,0}{\sqrt{2}} = 1,4 \text{ мм.}$$

Согласно [32] для обеспечения II класса точности измерений вертикальных смещений можно применять метод тригонометрического нивелирования. Тогда высоту деформационной марки можно найти по формуле (2.8)

$$H_i = H_{\text{исх}} + h = H_{\text{исх}} + D \cos Z + (i - v) + \frac{(1 - k)D^2}{2R \sin^2 Z}, \quad (2.8)$$

где $H_{\text{исх}}$ – высота исходного пункта; D – наклонное расстояние от станции до деформационной марки; Z – зелинтное расстояние; i – высота прибора на станции; v – высота визирной цели на деформационной марке; R – радиус Земли, принимаемый 6370 км; k – коэффициент вертикальной рефракции.

Среднюю квадратическую ошибку определения высоты деформационной марки m_H можно рассчитать по формуле (2.9):

$$m_H = \sqrt{m_{\text{исх}}^2 + m_{\text{изм}}^2}. \quad (2.9)$$

При выполнении измерений на отражательную пленку высота визирования v принимается равной 0.

Для минимизации ошибки измерения высоты инструмента i , воспользуемся опытом исполнителей, описанным в работе, а именно выполним передачу отметки с репера на горизонтальную ось электронного тахеометра, тогда при установке станции тахеометра по высоте будет введена отметка горизонтальной оси инструмента, а высота инструмента при этом будет задана равной 0. Выполняя передачу отметки высоты от

репера на горизонтальную ось прибора несколько раз, можно пренебречь ошибкой передачи отметки и считать $m_{\text{исх}} = m_{\text{ЭГ}}$.

Тогда формула (2.8) примет вид (2.10)

$$H_i = H_{\text{ЭГ}} + h = H_{\text{ЭГ}} + D \cos Z + \frac{(1-k)D^2}{2R \sin^2 Z}, \quad (2.10)$$

а формулу (2.9) можно записать в следующем виде (2.11)

$$m_H = \sqrt{m_{\text{ЭГ}}^2 + m_{\text{изм}}^2} = \sqrt{m_{\text{ЭГ}}^2 + (\cos Z)^2 m_D^2 + \left(\frac{D \sin Z}{\rho}\right)^2 m_Z^2 + m_f^2}. \quad (2.11)$$

Средняя квадратическая ошибка определения высотного положения деформационной марки вычисляется по одному из следующих принципов:

1) согласно принципу равных влияний ошибок исходных пунктов и ошибок измерений получаем $m_{\text{исх}} (m_{\text{ЭГ}}) = m_{\text{изм}} = \frac{m_H}{\sqrt{2}} = \frac{1,4}{\sqrt{2}} = 1,0$ мм.

Учитывая принцип равного влияния ошибок измерения длин линий и углов на точность положения деформационной марки (при этом ошибкой m_f можно пренебречь), получим необходимую точность линейных и угловых измерений по формуле (2.12)

$$m_D = \frac{m_{\text{изм}}}{\sqrt{2} \cdot \cos Z}, \quad m_Z = \frac{m_{\text{изм}} \rho''}{\sqrt{2} D \sin Z}. \quad (2.12)$$

Примем величину зенитного расстояния в пределах $0 < Z < 90$, расстояние от прибора до наблюдаемой точки D примем в соответствии с требованиями точности II класса измерений $D \leq 40$ м.

Тогда, по формуле (2.12) получим:

– при $Z = 80^\circ$ и $D = 40$ м – $m_D = 4,1$ мм, $m_Z = 3,7''$;

– при $Z = 45^\circ$ и $D = 40$ м – $m_D = 1,0$ мм, $m_Z = 5,1''$;

– при $Z = 10^\circ$ и $D = 40$ м – $m_D = 0,7$ мм, $m_Z = 20,1''$.

В этом случае тригонометрическое нивелирование обеспечивающее точность II класса измерений можно выполнить электронным тахеометром с СКО измерения углов $5''$ (одним или двумя приемами в зависимости от величины зенитного расстояния) и СКО измерения расстояний $1,5$ мм.

2) согласно принципу ничтожно малого влияния ошибок исходных пунктов, получим $m_{\text{исх}} = m_{\text{ЭГ}} = 0,316 m_H$.

Для II класса точности измерений $m_{\text{исх}} = m_{\text{ЭТ}} = 0,4$ мм, $m_{\text{изм}} = 1,3$ мм.

Результаты расчетов СКО измерения длин линий и углов по (2.12), для наклонного расстояния и зенитных расстояний близких к предельным значениям, представлены в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Расчет средних квадратических ошибок m_D и m_Z для различных значений зенитных расстояний Z

Значения зенитного расстояния Z	СКО измерения наклонного расстояния m_D и СКО измерения зенитного расстояния m_Z ($D = 40$ м)
$Z = 80^0$	$m_D = \frac{m_{\text{изм}}}{\sqrt{2} \cdot \cos Z} = \frac{1,3}{\sqrt{2} \cos 80} = 5,3 \text{ мм};$ $m_Z = \frac{m_{\text{изм}} \rho''}{\sqrt{2} D \sin Z} = \frac{1,3 \cdot 206265}{\sqrt{2} \cdot 40000 \cdot \sin 80} = 4,8''$
$Z = 45^0$	$m_D = \frac{m_{\text{изм}}}{\sqrt{2} \cdot \cos Z} = \frac{1,3}{\sqrt{2} \cos 45} = 1,3 \text{ мм};$ $m_Z = \frac{m_{\text{изм}} \rho''}{\sqrt{2} D \sin Z} = \frac{1,3 \cdot 206265}{\sqrt{2} \cdot 40000 \cdot \sin 45} = 6,7''$
$Z = 10^0$	$m_D = \frac{m_{\text{изм}}}{\sqrt{2} \cdot \cos Z} = \frac{1,3}{\sqrt{2} \cos 10} = 0,9 \text{ мм};$ $m_Z = \frac{m_{\text{изм}} \rho''}{\sqrt{2} D \sin Z} = \frac{1,3 \cdot 206265}{\sqrt{2} \cdot 40000 \cdot \sin 10} = 27,3''$

На основании изложенного можно сделать вывод:

– если величина зенитного расстояния близка к значению в 0^0 , то ошибки измерения Z не сказываются на СКО определения высоты деформационной марки;

– если величина зенитного расстояния близка к значению в 90^0 , то ошибки измерения наклонного расстояния не сказываются на СКО определения высоты деформационной марки.

Обоснование требований к точности выполнения измерений при выполнении геодезического мониторинга деформаций зданий и сооружений является важным этапом для выбора метода проведения наблюдений за такими деформациями и подбора геодезического оборудования.

Для решения поставленных в пункте 2.1 задач, необходимо определить общий математический алгоритм, который позволит объединить все элементы технологии геодезического мониторинга.

2.3 Разработка методики математической обработки геодезических измерений на основе комбинации методов Пауэлла и Девиса-Свенна-Кемпи

Как было отмечено в первой главе, основной задачей нелинейного программирования является минимизация целевой функции $f(x)$, где $x \in E^n$, а точка x^* – точка локального минимума функции $f(x)$. В данном диссертационном исследовании рассматриваются методы минимизации нелинейного программирования без ограничений в виде равенств или неравенств, не использующие производные – поисковые методы. Поисковых методов нелинейного программирования существует довольно много (п.1.3.5 глава 1). Каждый из них по отдельности и в различных комбинациях позволяет определить экстремум заданной целевой функции. Выбор метода обуславливается степенью релевантности (адекватности природе решаемой задачи) и эффективности решения задачи. Почти все алгоритмы нелинейного программирования, в том числе и основанные на поисковых методах, дают локальное оптимальное решение, так как на каждом этапе решения при движении к x^* они зависят в основном от локальных свойств целевой функции.

Пусть функция $f(x)$ – унимодальная и имеет единственное значение x^* такое, что $f(x^*)$ – минимум $f(x)$. Условие унимодальности функции не требует ни непрерывности последней, ни наличия единственной производной.

В работе [130] David M. Himmelblau приводит последовательность поиска экстремума целевой функции комбинацией методов Дэвиса-Свенна-Кэмпи (ДСК) и Пауэлла: сначала поиск осуществляется методом ДСК, а на заключительном этапе методом Пауэлла. Минимизацию целевой функции по такому алгоритму в [130] предлагается выполнять в следующей последовательности:

1) первый этап на основе алгоритма ДСК:

– первоначальные значения функции изменяются на возрастающие по величине приращения Δx до тех пор, пока не будет пройден минимум (в зависимости от получаемых результатов необходимо постоянно корректировать размер приращения Δx – удваивать либо уменьшать вдвое);

– выполняется одноразовая квадратичная интерполяция;

2) заключительный этап на основе алгоритма Пауэлла:

– вычисляется с требуемой точностью приближенное значение x в точке минимума функции $f(x)$ по формуле (2.13) [130]:

$$x^* = -\frac{1}{2} \frac{[(x^{(1)})^2 - (x^{(2)})^2]f(x^{(0)}) + [(x^{(2)})^2 - (x^{(0)})^2]f(x^{(1)}) + [(x^{(0)})^2 - (x^{(1)})^2]f(x^{(2)})}{(x^{(1)} - x^{(2)})f(x^{(0)}) + (x^{(2)} - x^{(0)})f(x^{(1)}) + (x^{(0)} - x^{(1)})f(x^{(2)})}. \quad (2.13)$$

Однако, анализ данного метода минимизации функции $f(x)$ показал, что первый этап на основе алгоритма ДСК не всегда удобен при написании программного кода, т.к. необходимо задать большее количество условий по сравнению, например, с первым этапом выполнения расчётов по алгоритму Пауэлла. При этом конечная формула для поиска переменной x^* на заключительном этапе по алгоритму Пауэлла довольно громоздкая и не удобна в использовании по сравнению с такой же формулой в алгоритме ДСК.

В связи с этим, поиск минимума целевой функции предлагается осуществлять комбинацией алгоритмов ДСК и Пауэлла (рисунок 2.2) несколько видоизменив её: на первом этапе (шаги 1-6) используется алгоритм Пауэлла, а на заключительном этапе (шаги 7-8) алгоритм ДСК.

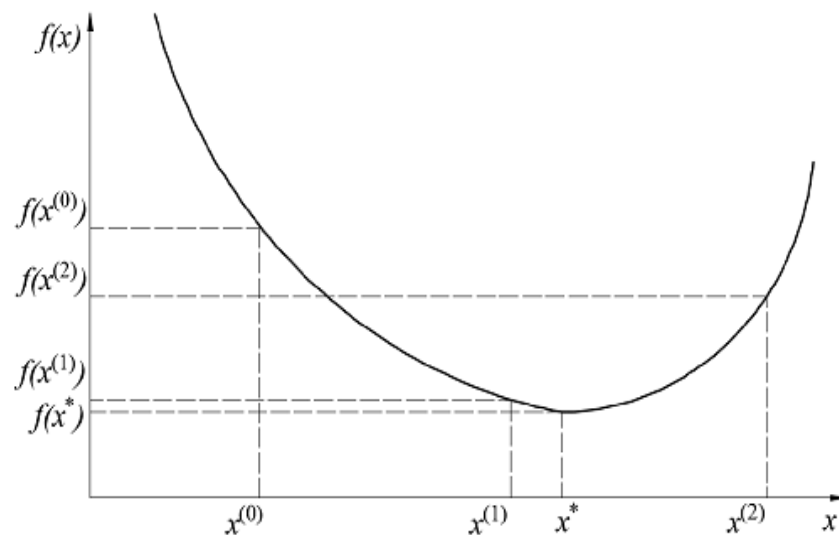


Рисунок 2.2 – Геометрическая интерпретация минимизации функции $f(x)$ методом Пауэлла-ДСК

Приведем данный алгоритм:

Шаг 1. Задается начальный элемент переменной $x^{(0)}$.

Шаг 2. Вычисляется значение целевой функции $f(x^{(0)})$.

Шаг 3. Изменяется переменная $x^{(0)}$ на выбранную величину Δx и задается $x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x$.

Шаг 4. Вычисляется значение целевой функции $f(x^{(1)})$.

Шаг 5. Если $f(x^{(0)}) > f(x^{(1)})$, то переменная $x^{(1)}$ изменяется на выбранную величину Δx и задается $x^{(2)} = x^{(0)} + 2\Delta x$ или $x^{(2)} = x^{(1)} + \Delta x$. Если $f(x^{(0)}) \leq f(x^{(1)})$, то принимается $x^{(2)} = x^{(0)} - \Delta x$.

Шаг 6. Вычисляется значение целевой функции $f(x^{(2)})$.

Шаг 7. Определяется переменная x^* , соответствующая значению минимума целевой функции $f(x)$ по формуле (2.14):

$$x^* = x^{(1)} + \frac{\Delta x [f(x^{(0)}) - f(x^{(2)})]}{2[f(x^{(0)}) - 2f(x^{(1)}) + f(x^{(2)})]}. \quad (2.14)$$

Шаг 8. Вычисляется значение целевой функции $f(x^*)$. Таким образом, достигается минимум целевой функции $f(x)$.

Информационная блок-схема минимизации целевой функции комбинацией алгоритмов Пауэлла и ДСК приведена на рисунке 2.3

Формулу (2.14) можно вывести следующим образом. Пусть для первоначального значения переменной $x^{(0)}$ имеем значение целевой функции $f(x^{(0)})$. Далее, изменяя переменную $x^{(0)}$ на величину Δx , определяем новые значения целевой функции по формуле (2.15)

$$f(x^{(1)}) = f(x^{(0)} + \Delta x) \text{ и } f(x^{(2)}) = f(x^{(0)} + 2\Delta x) \quad (2.15)$$

или по формуле (2.16)

$$f(x^{(0)}) = f(x^{(1)} - \Delta x) \text{ и } f(x^{(2)}) = f(x^{(1)} + \Delta x) \quad (2.16)$$

В результате имеем три значения аргумента $x^{(0)}$, $x^{(1)}$, $x^{(2)}$ и соответствующие им значения целевой функции $f(x^{(0)})$, $f(x^{(1)})$ и $f(x^{(2)})$.

По этим точкам можно построить параболу. Известно, что уравнение параболы имеет вид $f(x) = \pm ax^2 \pm bx \pm c$. Для рассматриваемого случая точки с координатами $(x^{(0)}; f(x^{(0)}))$, $(x^{(1)}; f(x^{(1)}))$, $(x^{(2)}; f(x^{(2)}))$ соответственно являются корнями данного уравнения.

А значит с учетом (2.16) можно составить следующую систему уравнений (2.17):

$$\begin{cases} f(x^{(1)}) = a(x^{(1)})^2 + b(x^{(1)}) + c \\ f(x^{(0)}) = a(x^{(1)} - \Delta x)^2 + b(x^{(1)} - \Delta x) + c \\ f(x^{(2)}) = a(x^{(1)} + \Delta x)^2 + b(x^{(1)} + \Delta x) + c \end{cases}, \quad (2.17)$$

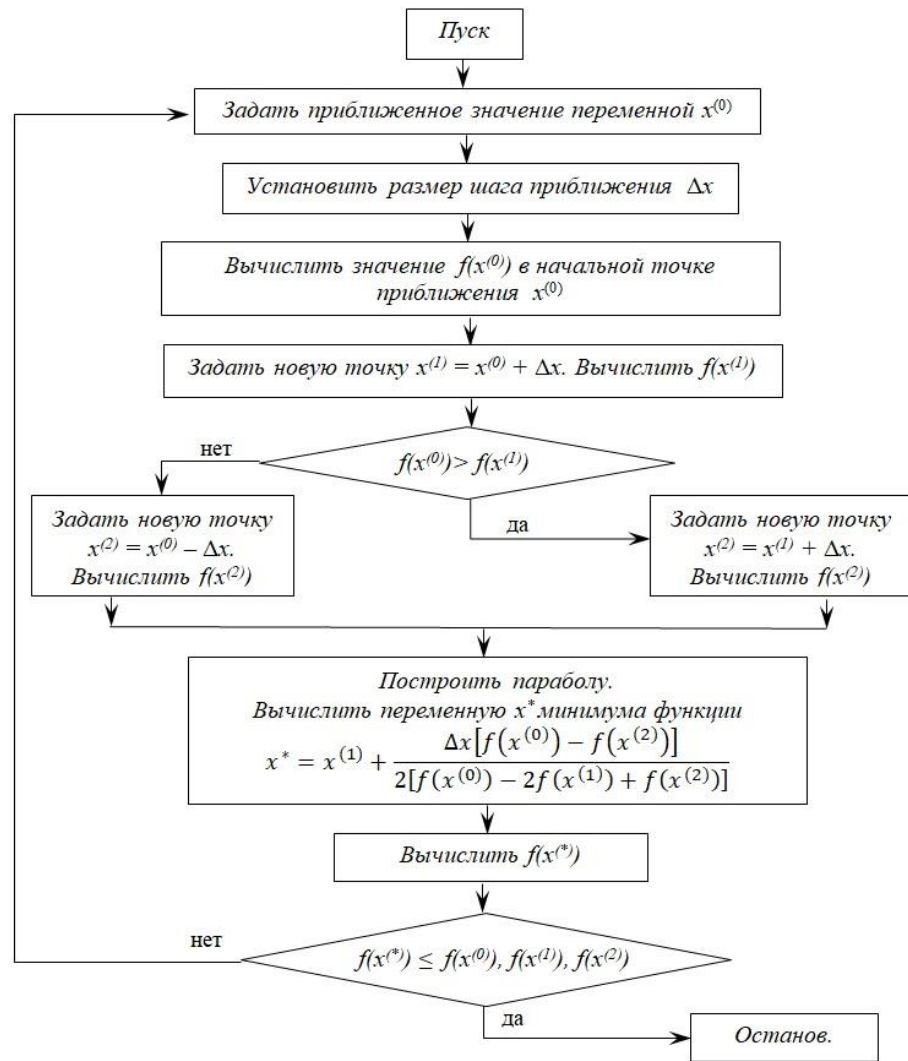


Рисунок 2.3 – Информационная блок-схема минимизации целевой функции
ПОИСКОВЫМ МЕТОДОМ

Из (2.17) получаем значения параметров a и b по формулам (2.18), (2.19):

$$a = \frac{f(x^{(0)}) - f(x^{(1)}) + b\Delta x}{\Delta x^2 - 2x^{(1)}\Delta x}, \quad (2.18)$$

$$b = \frac{\Delta x[f(x^{(2)} - f(x^{(0)}))] - 2x^{(1)}[f(x^{(0)} - 2f(x^{(1)}) + f(x^{(2)}))]}{2\Delta x^2}. \quad (2.19)$$

Для того чтобы найти минимум функции необходимо, чтобы $\lim \frac{df(x)}{dx} \rightarrow 0$.

Пусть минимум рассматриваемой функции находится в точке x^* (рисунок 2.2) с абсциссой $(x^{(1)} + z_1)$, где z_1 – некоторая поправка в $x^{(1)}$, которая вводится в переменную $x^{(1)}$ для достижения минимума целевой функции. Тогда, получим выражение (2.20)

$$\frac{df(x^{(1)})}{dx^{(1)}} = 2ax^{(1)} + 2za + b \quad (2.20)$$

Выражение (2.20) при поиске минимума приравнивается к нулю, получаем с учетом (2.18) и (2.19) значение поправки z_1 следующего вида (2.21)

$$z_1 = \frac{\Delta x [f(x^{(0)}) - f(x^{(2)})]}{2 [f(x^{(0)}) - 2f(x^{(1)}) + f(x^{(2)})]} . \quad (2.21)$$

Выражение (2.21) представляет собой второе слагаемое в формуле (2.14).

Очевидно, что можно определить соответствующие поправки z_0 и z_2 для переменных $x^{(0)}$ и $x^{(2)}$ по формулам (2.22)-(2.23), что отмечено в работах автора диссертации [41, 137, 142]:

$$z_0 = \frac{\Delta x [3f(x^{(0)}) - 4f(x^{(1)}) + f(x^{(2)})]}{2 [f(x^{(0)}) - 2f(x^{(1)}) + f(x^{(2)})]} , \quad (2.22)$$

$$z_2 = \frac{\Delta x [-f(x^{(0)}) + 4f(x^{(1)}) - 3f(x^{(2)})]}{2 [f(x^{(0)}) - 2f(x^{(1)}) + f(x^{(2)})]} . \quad (2.23)$$

Таким образом, контролем правильности выведенных формул (2.22), (2.23), а значит, определения минимума целевой функции является равенство абсцисс $(x^{(0)} + z_0)$, $(x^{(1)} + z_1)$ и $(x^{(2)} + z_2)$ для точки минимума функции.

Представленная выше последовательность вычислений минимума $f(x)$ в общем виде описана в работах автора диссертации [15, 135].

Рассмотрим особенности применения предложенного алгоритма данной методики на различных этапах геодезического мониторинга.

2.4 Проектирование и априорная оценка точности опорных сетей поисковым методом нелинейного программирования

Построение геодезических сетей осуществляется на основе их проектирования. Ввиду развития компьютерных технологий и разнообразия способов построения геодезических сетей вопросам их проектирования и оценки точности уделяется все больше внимания. При этом проектирование геодезических сетей может осуществляться как на основе использования традиционных методов (триангуляция, трилатерация и т.д.), так и на основе способа свободного стационарирования.

Основными требованиями для проектирования любых геодезических сетей являются требования к точности ее элементов, как правило, к точности положения

пунктов. В свою очередь, точность элементов сети зависит от состава измерений и их точности, геометрии сети, числа избыточных измерений.

Проектирование плановой геодезической сети можно выполнить двумя способами – на основе «неискаженной модели» сети, разработанной автором диссертации, когда целевая функция приравнивается к нулю и поисковым методом нелинейного программирования на основе метода статистических испытаний, когда отыскивается минимум заданной целевой функции. Выполним теоретическое обоснование каждого из этих вариантов.

2.4.1 Методика проектирования и априорной оценки точности геодезических сетей на основе «неискаженной модели» сети

Плановая геодезическая сеть

Проектирование плановой геодезической сети на основе «неискаженной модели» сети осуществляется в следующей последовательности.

Сначала составляется модель плановой геодезической сети, устанавливаются координаты исходных пунктов, по карте или плану снимаются приближенные значения координат определяемых пунктов, по формулам обратной геодезической задачи вычисляются значения n «результатов измерений» (горизонтальные углы, направления, горизонтальные проложения). «Результаты измерений» должны строго соответствовать принятым координатам исходных и определяемых пунктов.

Вектор поправок V_0 к «результатам измерений» будет равен 0, и, соответственно, значение целевой функции можно записать в виде (2.24)

$$G_0 = V_0^T P V_0 = 0, \quad (2.24)$$

где P – матрица весов независимых «результатов измерений», диагональными элементами которой будут являться веса запланированных к измерению в проектируемой сети величин. В общем случае вес каждой «измеренной» величины вычисляется как $P = \frac{c^2}{m^2}$, где c – априорная ошибка единицы веса; m – средняя квадратическая ошибка «измеренной» величины.

Придадим координате x некоторого пункта, например, 1 небольшое приращение Δx_1 . Тогда вектор поправок V_1 к «результатам измерений» будет $V_1 = B \delta x + L$, где B –

матрица коэффициентов параметрических уравнений поправок размера $n \times k$ (k – число необходимых измерений), δx – вектор поправок к приближенным значениям координат пунктов размера $k \times 1$, L – вектор свободных членов размера $n \times 1$. Структура вектора

$$\delta x \text{ применительно к решаемой задаче будет } \delta x = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta y_1 \\ \dots \\ \Delta y_{\frac{k}{2}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix}. \text{ Вектор свободных}$$

членов $L = 0$, т.к. элементы вектора вычисляются как разность между «измеренной» величиной, вычисленной по приближенным значениям параметров, и «результатами измерений».

$$\text{Разность } V_1 - V_0 = B\delta x, \text{ или } V_1 = B\delta x.$$

Тогда с учетом формулы (2.24) будем иметь $\Delta G_1 = G_1 - G_0 = V_1^T P V_1 - V_0^T P V_0 = \delta x^T B^T P B \delta x$. Или, считая, что $B^T P B = N$, где N – матрица коэффициентов нормальных уравнений порядка k , получим

$$\Delta G_1 = \begin{bmatrix} \Delta x_1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} & \dots & N_{1k} \\ N_{21} & N_{22} & \dots & N_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ N_{k1} & N_{k2} & \dots & N_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} = N_{11} \Delta x_1^2. \quad (2.25)$$

Откуда получим выражение (2.26):

$$N_{11} = \frac{\Delta G_1}{\Delta x_1^2}. \quad (2.26)$$

Если придать координате y пункта 1 небольшое приращение Δy_1 , то получим выражение (2.27)

$$N_{22} = \frac{\Delta G_2}{\Delta y_1^2}. \quad (2.27)$$

И наконец, придав приращения Δx_1 , Δy_1 абсциссе и ординате пункта 1 получим недиагональный элемент по формуле (2.28)

$$N_{12} = \frac{\Delta G_{12} - \Delta G_1 - \Delta G_2}{2\Delta x_1 \Delta y_1}. \quad (2.28)$$

Реализуя поисковую процедуру можно найти все элементы матрицы N , например, придавая приращения Δx абсциссам пунктов 1 и 2, получим элемент N_{13} .

Обратим внимание, что полученные формулы совпали с формулами, приведенными в статье [68], в которой автор рассматривал вопросы оценки точности при поисковых методах уравнивания геодезических построений.

Обратив матрицу N , получим обратную весовую матрицу координат определяемых пунктов по формуле (2.29), диагональными элементами которой, как известно, являются обратные веса

$$N_{xy}^{-1} = Q_{xy} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1k} \\ Q_{21} & Q_{22} & \dots & Q_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{k1} & Q_{k2} & \dots & Q_{kk} \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

Для каждого из определяемых пунктов обратный вес положения пунктов будет равен сумме обратных весов их координат (формула 2.30), например, для пункта 1

$$Q_1 = Q_{11} + Q_{22} \quad (2.30)$$

Наиболее слабым пунктом сети, будет тот пункт, у которого обратный вес положения пункта будет наибольшим. Предположим, что это будет пункт 1, тогда его средняя квадратическая ошибка будет (2.31)

$$m_1 = c\sqrt{Q_1}. \quad (2.31)$$

Если при проектировании сети средняя квадратическая ошибка положения пункта задана, то для того, чтобы обеспечить эту точность необходимо, либо выбирать прибор с требуемыми техническими характеристиками (т. е. подбирать c), либо уменьшать обратный вес положения пункта (а это связано с изменением схемы и состава измерений в сети).

На основании изложенного можно сформулировать следующую последовательность проектирования и априорной оценки точности плановой геодезической сети на основе использования «неискаженной модели» сети:

- устанавливается положение известных элементов сети (геометрия сети);
- задаются координаты исходных пунктов и приближенные значения координат определяемых пунктов;

– по формулам обратной геодезической задачи вычисляются значения «результатов измерений» и составляется матрица весов P «результатов измерений», при этом вектор поправок к результатам измерений должен быть равен нулю для выполнения условия $V_0^T P V_0 = 0$;

– координатам определяемых пунктов поочередно придается заданное приращение Δ , причем на данном этапе не выполняется минимизация функции $G_1 = V_1^T P V_1$, а фиксируется ее новое значение;

– вычисляются коэффициенты нормальных уравнений неизвестных по формулам (2.26)-(2.28) и составляется матрица коэффициентов нормальных уравнений N ;

– вычисляется обратная весовая матрица координат определяемых пунктов путем обращения матрицы N ;

– определяется обратный вес положения наиболее слабого пункта сети по формуле (2.29) и его средняя квадратическая ошибка по формуле (2.31);

– выполняется анализ соответствия полученной средней квадратической ошибки положения наиболее слабого пункта с требуемой средней квадратической ошибкой положения пункта.

По результатам анализа оценки проекта сети делается вывод о принятии или непринятии мер для повышения точности.

Отметим, что при использовании параметрического способа при оценке проекта сети между координатами и «результатами измерений» может не быть строгого соответствия, т.к. эти данные используются только для вычисления коэффициентов уравнений поправок. Однако при проектировании геодезической сети на основе «неискаженной модели» таких несоответствий быть не должно.

Высотная геодезическая сеть

Выполняя проектирование высотной сети на основе «неискаженной модели» сети сохраняется общий подход к решению задачи проектирования, рассмотренный выше.

1. Выбирается местоположение реперов сети и определяются длины сторон нивелирного хода (например, по стройгенплану).

2. Определяется количество станций между точками хода, приняв длину визирного луча в соответствии с классом нивелирования (таблица 1.7).

3. Вычисляются веса превышений между точками хода по формуле (2.32) [56, 147]:

$$p = \frac{1}{L} \text{ или } p = \frac{1}{n}, \quad (2.32)$$

где L – длина стороны нивелирного хода в км; n – число станций между точками хода.

Составляется матрица весов P .

4. Задаются высоты исходных реперов и остальных определяемых точек нивелирного хода, по которым вычисляются превышения h_{ij} в запроектированном нивелирном ходе. Таким образом, формируются «результаты измерений». Важным здесь является выполнение условия для расчета теоретической суммы превышений h_T в нивелирных ходах по (2.33) [46]:

$$\sum h_T = H_K - H_H, \quad (2.33)$$

где H_K, H_H – высота конечного и начального репера нивелирного хода соответственно.

Для замкнутого хода $\sum h_T = 0$.

5. Вектор поправок к результатам измерений должен быть равен нулю для выполнения условия (2.24) $V_0^T P V_0 = 0$.

6. Поочередно придается небольшое приращение Δh в запроектированные высоты каждой точки высотной сети. Фиксируя новые значения целевой функции ΔG_n , рассчитываются диагональные коэффициенты матрицы нормальных уравнений неизвестных по (2.34)

$$N_{11} = \frac{\Delta G_1}{\Delta h^2}, N_{22} = \frac{\Delta G_2}{\Delta h^2} \dots N_{mm} = \frac{\Delta G_n}{\Delta h^2} \quad (2.34)$$

Введя приращение Δh одновременно в высоты двух точек высотной сети, и зафиксировав новое значение целевой функции, получим недиагональные элементы матрицы коэффициентов нормальных уравнений. Так, например, для точек 1 и 2 высотной сети получим выражение (2.35)

$$N_{12} = \frac{\Delta G_{12} - \Delta G_1 - \Delta G_2}{2\Delta h^2} \quad (2.35)$$

Таким образом, определяются все недиагональные элементы матрицы N .

7. Вычисляется обратная весовая матрица высот определяемых пунктов высотной сети в соответствии с приведенным ранее алгоритмом. Определяется наиболее слабый пункт высотной сети.

8. Вычисляется значение средней квадратической ошибки определения высотной отметки наиболее слабого пункта высотной сети m_{H_i} по формуле (2.36) [56]:

$$m_{H_i} = c\sqrt{Q_{\max}}, \quad (2.36)$$

где c – априорная средняя квадратическая ошибка единицы веса (зависит от формулы определения веса – если $p = 1/n$, то СКО на 1 штатив (одного превышения), если $p = 1/L$, то СКО на 1 км хода); Q_{\max} – обратный вес наиболее слабого пункта высотной сети.

Рассмотренный метод проектирования геодезической сети на основе «неискаженной модели» является одним из вариантов моделирования такой сети. Рассмотрим алгоритм проектирования геодезической сети, когда «результаты измерений» содержат «ошибки измерений».

2.4.2 Методика проектирования и априорной оценки точности геодезической сети поисковым методом на основе метода Монте-Карло

Часто проектирование геодезических сетей выполняют через моделирование «результатов измерений» на компьютере, используя метод статистических испытаний или метод Монте-Карло, о чем упоминалось ранее в п.1.3.1.

Общие сведения о методе Монте-Карло

Общая схема метода Монте-Карло заключается в том, что вычисление некоторой неизвестной величины a выполняется через рассмотрение некоторой случайной величины ξ такой, что ее математическое ожидание равно искомой неизвестной величине $M(\xi) = a$, а дисперсия данной случайной величины $D(\xi) = b^2$ [23, 78].

Пусть известны X случайных независимых величин $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_X$, распределения которых совпадают с распределением рассматриваемой случайной величины ξ . Тогда среднее арифметическое из этих значений будет равно a . Согласно центральной предельной теореме Ляпунова [23], распределение суммы $\rho_X = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_X$ будет приблизительно нормальным со средним, равным $\mu = Xa$, и дисперсией $\sigma^2 = Xb^2$.

Согласно «правилу трех сигм» [28], каковы бы ни были μ и σ , вероятность P попадания случайной величины в интервал между трех сигм можно записать как (2.37)-(2.38):

$$P\{\mu - 3\sigma < \rho_X < \mu + 3\sigma\} = 0,997, \quad (2.37)$$

или

$$P \left\{ a - \frac{3b}{\sqrt{X}} < \frac{\rho_X}{X} < a + \frac{3b}{\sqrt{X}} \right\} = P \left\{ \left| \frac{1}{X} \sum_{j=1}^X \xi_j - a \right| < \frac{3b}{\sqrt{X}} \right\} \approx 0,997. \quad (2.38)$$

При решении задачи проектирования геодезической сети случайные величины ξ_i будут моделируемыми «ошибками измерений».

Учитывая выше сказанное, а также опыт применения метода статистических испытаний для проектирования геодезических сетей [147], порядок проектирования геодезической сети методом Монте-Карло следующий.

Плановая и высотная геодезические сети

Сначала выполняется геометрическое моделирование геодезической сети и по топографической карте (плану) на бумажной основе или в электронном виде определяются координаты всех запроектированных исходных пунктов и приближенные координаты определяемых пунктов геодезической сети.

Далее по формулам обратной геодезической задачи вычисляют значения n «измерений» (например, горизонтальные углы, направления, горизонтальные проложения).

Устанавливаются веса и априорная ошибка единицы веса c , и генерируются нормально распределенные числа $\xi_i = N(0, c\sqrt{p_i})$ – «ошибки измерений», где p_i – веса «результатов измерений».

«Ошибки измерений» вводятся в соответствующие значения «измерений» и, таким образом, формируются «результаты измерений» n' . Так, например, для плановой сети «результаты измерений» направлений N'_i и горизонтальных проложений d'_i можно представить в виде (2.39) и (2.40) соответственно:

$$N'_i = N_i + \xi_{N_i}, \quad (2.39)$$

$$d'_i = d_i + \xi_{d_i}, \quad (2.40)$$

где N_i , d_i – «измеренные» значения направлений и горизонтальных проложений соответственно; ξ_{N_i} , ξ_{d_i} – «ошибки измерений» направлений и горизонтальных проложений соответственно. Аналогично могут быть рассчитаны «результаты измерений» горизонтальных углов и дирекционных углов.

Далее вычисляется вектор поправок V_0 к «результатам измерений» $V_0 = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n]^T$, где v_i – поправка к «результату измерения» n'_i , определяемая как разность между значениями n_i , вычисленными по формулам обратной геодезической задачи, и «результатами измерений», т.е. $v_i = n_i - n'_i$.

Составляется P – матрица весов независимых «результатов измерений» n' , имеющая вид для плановой сети согласно выражению (2.41):

$$P = \begin{vmatrix} \frac{c}{m_{n'_1}^2} & 0 & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & 0 & \frac{c}{m_{n'_n}^2} \end{vmatrix} \quad (2.41)$$

После необходимо определить минимум целевой функции $G_0 = V_0^T P V_0$.

При проектировании высотной сети «результаты измерений» превышений h'_i определяются по выражению (2.42):

$$h'_i = h_i + \xi_{h_i}, \quad (2.42)$$

где h_i – «измеренные» значения превышений; ξ_{h_i} – «ошибки измерений» превышений.

Вычисляется вектор поправок к «результатам измерений» для высотной сети.

Составляется матрица весов независимых «результатов измерений» для высотной сети по формуле (2.43):

$$P = \begin{vmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{n'}} \end{vmatrix} \quad \text{или} \quad P = \begin{vmatrix} \frac{1}{n_1} & 0 & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & 0 & \frac{1}{n_{n'}} \end{vmatrix}. \quad (2.43)$$

Целевая функция G_0 будет иметь такой же вид как для плановой сети. Необходимо достижение условия (2.44):

$$G_0 = V_0^T P V_0 = \min. \quad (2.44)$$

Для этого необходимо подобрать значения координат определяемых пунктов или высот точек хода относительно координат исходных пунктов или высот реперов

соответственно, что в свою очередь осуществляется по алгоритму поискового метода, описанного ранее в п. 2.3.

Таким образом, осуществляется процесс проектирования плановой и высотной геодезических сетей поисковым методом нелинейного программирования на основе метода Монте-Карло.

Априорная оценка точности уравненных «результатов измерений» выполняется в той же последовательности как при «неискаженной модели» сети:

- поочередно в каждую координату определяемого пункта вводятся соответствующее небольшие приращения Δx и Δy – для плановой сети и Δh – для высотной сети;

- вычисляются диагональные элементы матрицы коэффициентов нормальных уравнений неизвестных по формулам (2.26)-(2.27) для плановой сети и по (2.34) для высотной сети;

- одновременно в координаты определяемого пункта вводятся соответствующие небольшие приращения Δx и Δy – для плановой сети, а для пары точек высотной сети одновременно вводится приращение Δh ;

- вычисляются недиагональные элементы матрицы коэффициентов нормальных уравнений неизвестных по формуле (2.28) для плановой сети и по (2.35) для высотной сети;

- составляется матрица коэффициентов нормальных уравнений неизвестных. Отметим, что применение метода статистических испытаний предполагает многократное моделирование «ошибок измерений» и уравнивание сети (не менее 15-20 раз) [147]. В связи с этим матрица коэффициентов нормальных уравнений составляется столько раз, сколько выполнялось уравнивание сети. Усреднив каждый коэффициент нормальных уравнений, составляется матрица средних коэффициентов нормальных уравнений неизвестных N_{cp} ;

- обратив N_{cp} по формуле (2.29), вычисляется обратная весовая матрица координат или высот определяемых пунктов;

- по формулам (2.31), (2.36) вычисляется средняя квадратическая ошибка наиболее слабого пункта запроектированной геодезической сети.

2.5 Предложения по закреплению исходных пунктов плановой и высотной геодезических сетей и деформационной сети

Как правило, для проведения геодезического мониторинга зданий и сооружений на объекте работ развивают две сети: плановую сеть для определения горизонтальных смещений и высотную сеть для определения вертикальных смещений. Для каждой из этих сетей необходимо закрепить как исходные пункты, так и деформационные марки.

Для того чтобы проводить наблюдения за горизонтальными смещениями зданий и сооружений, **плановая сеть** должна включать в себя опорную сеть, состоящую из исходных пунктов, и деформационную сеть, состоящую из деформационных марок. Существуют различные виды исходных пунктов и деформационных марок, закрепляемых на объекте работ, который зависит от планируемого метода наблюдения за горизонтальными смещениями (см. главу 1).

Приведем последовательность закрепления пунктов плановой сети для способа свободного стационарирования. Как было отмечено ранее, способ свободного стационарирования предполагает наличие на объекте работ системы «исходный пункт – тахеометр – деформационная марка», а при закреплении таких пунктов и марок отражательными пленками, о широком использовании на практике которых говорилось ранее в п. 1.3, приведет к появлению на объекте работ системы «отражательная пленка – тахеометр – отражательная пленка» [136]. Данная система предполагает следующее:

– исходные пункты, закрепляемые отражательными пленками в наиболее стабильном месте, например, на давно построенных зданиях или сооружениях, осадка которых считается затухшей. Такие исходные пункты будут служить для определения местоположения электронного тахеометра обратной угловой засечкой. Количество исходных пунктов определяется с учетом необходимого количества свободных станций для дальнейшего определения положения деформационных марок, а так же из условия выполнения обратной угловой засечки, согласно которой количество исходных пунктов должно быть не менее трех (для обратной линейно-угловой засечки – не менее двух исходных пунктов).

– деформационные марки, располагаемые на определенных высотах по периметру здания или сооружения в соответствии с его конструктивными особенностями.

Положение таких марок будет определяться электронным тахеометром полярным способом. Деформационные марки предлагается закреплять отражательными пленками.

Если стоит задача преобразования выполненных измерений в систему координат объекта, то предлагается на объекте работ закреплять также связующие точки (не менее 2-х), в частности устанавливать их на фундаменте наблюдаемого здания или сооружения, для разворота осей координат вдоль наблюдаемого объекта. Связующие точки для удобства могут быть закреплены в виде отражательных пленок. Так как исходные и деформационные марки закрепляются отражательными пленками, то необходимо минимизировать ошибки за неперпендикулярность визирного луча к плоскости отражательной пленки. Для этого вместо традиционных отражательных пленок (рисунок 1.6), предлагается использовать специальную поворотную марку (рисунок 2.4), которая монтируется в стену (рисунок 2.5) и позволяет вращать плоскость марки на 360° вдоль одной из ее осей.



Рисунок 2.4 – Отражательная пленка

Такая поворотная марка была разработана на кафедре кадастра и геоинженерии ФГБОУ ВО «Кубанский государственный технологический университет» преподавателями Гура Д. А., Акопяном Г. Т. и автором диссертации. Проект каркаса был создан в ПО Autodesk fusion и изготовлен на 3D-принтере.

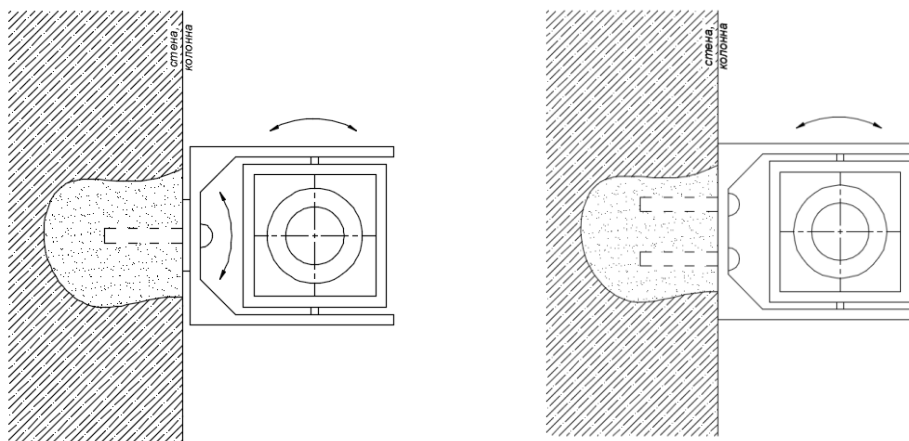


Рисунок 2.5 – Способ монтирования поворотной марки

Для проведения наблюдений за вертикальными смещениями предлагается на объекте развить **высотную сеть**, которая позволит выполнять наблюдения за осадками зданий и сооружений электронным тахеометром. При этом высотную сеть предлагается создавать в виде системы «репер – тахеометр – отражательная пленка», включающую в себя:

- нивелирную сеть, закрепляемую, например, стенными реперами, конструкция которых представлена на рисунке 2.6. Данная сеть предназначена для передачи высоты с репера на горизонтальную ось электронного тахеометра. Реперы нивелирной сети будут являться опорными пунктами высотной сети.

- определение значений высот деформационных марок с использованием электронного тахеометра методом тригонометрическим нивелирования. Вид деформационных марок и способ крепления такой же, как на рисунках 2.4, 2.5.

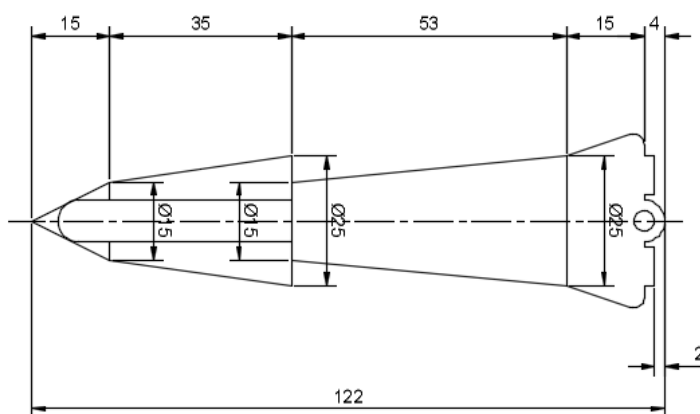


Рисунок 2.6 – Стенной репер (размеры даны в мм)

Все исходные пункты плановой сети и исходные пункты высотной сети подлежат обязательному контролю стабильности их положения в каждом цикле измерений.

2.6 Контроль стабильности планового и высотного положения исходных пунктов на основе использования поискового метода

Приведенный в п. 2.3 комбинированный алгоритм поискового метода Пауэлла и Девиса-Свенна-Кемпи можно так же без труда использовать для математической обработки контроля стабильности положения исходных пунктов плановой и высотной сети. Как было отмечено в главе 1 п. 1.3.3, для определения стабильности исходных пунктов плановой сети можно использовать методы, основанные на расчете функции, аппроксимирующей весь массив исследуемых параметров под условием минимума

суммы квадратов отклонений измеренных значений от соответствующих им значений функции. Выполняя такие расчёты поисковым методом, можно предположить сокращение громоздкости вычислительных процедур, характерных для применения классических расчетов, в силу простоты реализации процедуры поиска.

При выполнении контроля стабильности исходных пунктов высотной сети, используя метод Костехеля, Рунова или Ботяна, можно применить поисковый метод при выполнении уравнивания высотной сети относительно принятого за стабильный исходный пункт, когда необходимо реализовать условие минимума функции $f(x) = [UV]$, где U – разность превышений для циклов 1 и 2. Выполняя расчет такой целевой функции последовательно от разных исходных пунктов, принятых за стабильные, устойчивым будет пункт с наименьшим значением функции $f(x)$.

2.7 Определение планового и высотного положения исходных пунктов и деформационных марок

Определение планового положения исходных пунктов и деформационных марок способом свободного стационарирования

Для того чтобы определить горизонтальные смещения зданий и сооружений способом свободного стационарирования, для обеспечения требований II класса точности измерений работы предлагается проводить в следующей последовательности.

1. Определение положения исходных пунктов плановой геодезической сети необходимо выполнить в начале работ. Для этого предлагается на первом этапе развить линейно-угловую сеть или сеть полигонометрии, с точек которой на втором этапе электронным тахеометром будет выполнено определение положения отражательных пленок – исходных пунктов плановой опорной сети, которые в дальнейшем будут использоваться для проведения геодезического мониторинга способом свободного стационарирования. Условия создания такой сети, требования к техническим характеристикам прибора описаны ранее в п. 1.3.4 главы 1. Определение плоских прямоугольных координат исходных пунктов опорной сети выполняется с двух-трех пунктов сети, но только один раз в нулевом цикле измерений. В последующих циклах выполняется контроль стабильности их положения.

2. *Определение положения свободной станции электронного тахеометра* от исходных пунктов выполняется обратной засечкой (линейно-угловой, угловой или линейной) (рисунок 2.1). Для этого прибор устанавливают в любом месте удобном для дальнейшего наблюдения за деформационными марками. В настройках прибора вводятся допуски для определения местоположения станции в соответствии с требованиями к СКО положения электронного тахеометра (см. п.2.2). В программе тахеометра выбирают способ установки станции «засечкой». Для нулевого цикла из списка выбираются соответствующие исходные пункты опорной сети. Для последующих циклов измерения предварительно вводятся в проект данные о наименовании и координатах исходных пунктов плановой опорной сети. На экране прибора появится сообщение о средней квадратической ошибке установки станции и о соответствии ее указанным ранее допускам.

3. *Определение плоских прямоугольных координат деформационных марок* осуществляется полярным способом, т.е. после установки тахеометра в рабочее положение на деформационную марку выполняется измерение горизонтального направления и горизонтального проложения. Количество приемов зависит от требований к точности измерений (см. п.2.2). Измерение на деформационные марки выполняется с одной или нескольких станций тахеометра, в зависимости от видимости. В последнем случае в схеме измерений появляются избыточные измерения, которые, в свою очередь, позволяют повысить точность конечного результата [136, 140].

Итоговая схема определения исходных пунктов и деформационных марок способом свободного стационарирования, реализующая систему «отражательная пленка – тахеометр – отражательная пленка», представлена на рисунке 2.7.

После уравнивания результатов измерений по разностям соответствующих координат деформационных марок в каждом цикле относительно нулевого определяется величина горизонтального смещения зданий и сооружений по формуле (2.2). Использование способа свободного стационарирования позволяет провести обработку результатов следующим образом: сначала выполняется обработка результатов измерения исходных пунктов опорной сети от пунктов линейно-угловой сети или сети полигонометрии, затем обрабатываются результаты измерений на деформационные марки от исходных пунктов опорной сети.

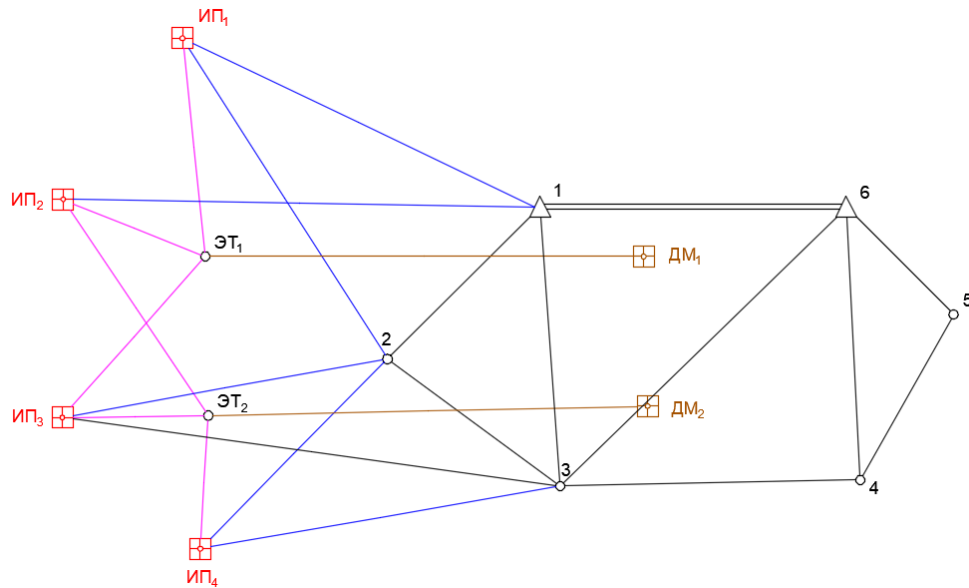


Рисунок 2.7 – Схема плановой сети для определения положения исходных пунктов (ИП) и деформационных марок (ДМ) электронным тахеометром (ЭТ) на основе способа свободного стационарирования

Определение высотного положения опорных пунктов и деформационных марок тригонометрическим нивелированием

Учитывая, что деформационные марки представляют собой отражательные пленки (рисунок 2.4) определение их высотного положения выполняется с использованием электронного тахеометра по программе тригонометрического нивелирования. Работы предлагается выполнять в следующей последовательности.

1. *Определяются высоты опорных пунктов (реперов) нивелирной сети.* Сначала развивается нивелирная сеть, состоящая как правило из нескольких ственных реперов, высотное положение которых определяется цифровым нивелиром по программе геометрического нивелирования в соответствии с требованиями класса измерений. Определение высотного положения опорных пунктов выполняется один раз в нулевом цикле. В последующих циклах выполняется контроль стабильности их высотного положения.

2. *Передается высота с репера нивелирной сети на горизонтальную ось тахеометра:*

- цифровой нивелир устанавливается между репером нивелирной сети и электронным тахеометром;
- определяется превышение между репером и горизонтальной осью прибора;
- вычисляется значение высоты горизонтальной оси электронного тахеометра.

Данная процедура выполняется несколько раз для повышения точности определения высоты горизонтальной оси прибора. За итоговое значение высоты горизонтальной оси принимается среднее.

3. *Установка станции электронного тахеометра по высоте:* указывается значение высоты станции, равное вычисленному значению высоты горизонтальной оси прибора. Значение высоты инструмента принимается равным нулю.

После установки прибора в рабочее положение по высоте переходят к определению высоты деформационных марок.

4. *Определение высоты деформационных марок* осуществляется по программе тригонометрического нивелирования. Для этого со станции электронного тахеометра на марку выполняется измерение наклонного расстояния и зенитного расстояния. Вычисляется превышение между станцией электронного тахеометра и деформационной маркой и по формуле (2.8) вычисляется отметка высоты марки.

Таким образом, итоговая схема определения высотного положения опорных пунктов и деформационных марок тригонометрическим нивелированием реализуется через систему «репер – тахеометр – отражательная пленка» и представлена на рисунке 2.8.

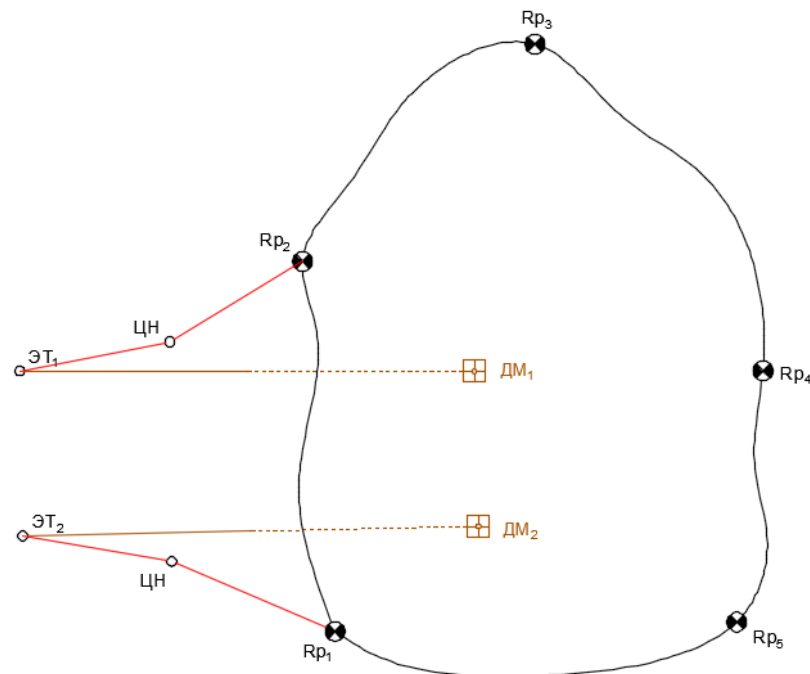


Рисунок 2.8 – Схема высотной сети, состоящей из реперов (Rp) нивелирной сети, станций цифрового нивелира (ЦН), электронного тахеометра (ЭТ) и деформационных марок (ДМ)

Для определения планового и высотного положения деформационных марок справедливо единое условие – от цикла к циклу необходимо соблюдать преемственность геометрии измерений – станции электронного тахеометра должны располагаться примерно в одних и тех же местах.

Обработка результатов измерения высотного положения опорных пунктов геометрическим нивелированием и деформационных марок тригонометрическим нивелированием выполняется в следующей последовательности: сначала обрабатываются результаты геометрического нивелирования, вычисляются высоты реперов нивелирной сети и высота горизонтальной оси электронного тахеометра на каждой станции; затем по формулам тригонометрического нивелирования определяется высотное положение деформационных марок.

Отметим, что выполнение наблюдений за плановыми и высотными смещениями деформационных марок целесообразно выполнять с одних и тех же установок электронного тахеометра, т.е. с одних и тех же станций, если позволяет обстановка на объекте работ. Так же определение планового и высотного положения деформационных марок предложенными выше способами можно выполнять независимо, т.е. с разных станций прибора.

2.8 Уравнивание результатов геодезических измерений поисковым методом нелинейного программирования при различных условиях

Уравнивание плановой и высотной сетей, входящих в состав развиваемой на объекте мониторинга планово–высотной сети может выполняться независимо друг от друга. Для уравнивания плановой сети с прибора загружаются в компьютер все измеренные значения горизонтальных направлений $N_{\text{изм}}$ и горизонтальных проложений $d_{\text{изм}}$. Для уравнивания высотной сети с прибора загружаются в компьютер все измеренные зенитные расстояния $Z_{\text{изм}}$ и наклонные расстояния $D_{\text{изм}}$. Кроме этого вводятся в электронные таблицы координаты исходных пунктов, а также предварительные координаты определяемых деформационных марок. По сравнению с известными способами измерений здесь добавляются в качестве неизвестных величин координаты станций.

Обработку измерений производят поисковым методом по методике, приведенной в п. 2.3. Уравнивание результатов измерений предлагается выполнять через минимизацию целевой функции $f(x) = [pv^2] = \min$, где p – вес измерения, v – поправки к результатам измерений или $f(x) = V^T P V = \min$, где V – вектор поправок к результатам измерений, P – весовая матрица результатов измерений.

При этом число поправок равно числу измерений. Для n -го измерения будем иметь выражение (2.45)

$$v_n = L_n - l_n, \quad (2.45)$$

где L_n – вычисленное по уравненным значениям неизвестных n -ое измерение; l_n – измеренное значение.

Приведем порядок расчета вычисленных по координатам горизонтальных направлений $L_{N_{\text{выч}}}$, горизонтальных проложений $L_{l_{\text{выч}}}$, зенитных расстояний $L_{Z_{\text{выч}}}$ и наклонных расстояний $L_{D_{\text{выч}}}$.

Для расчета горизонтальных направлений вначале находим дирекционные углы линий с точки стояния j на точку визирования i , используя известную формулу (2.46) обратной геодезической задачи

$$\text{tg}\alpha = \frac{y_i - y_j}{x_i - x_j}. \quad (2.46)$$

Переход от угла α , найденного по (2.46), к нужной четверти дирекционного угла α_{ji} можно выполнять проще, если используется ЭВМ или калькулятор. Любой калькулятор или ЭВМ даёт значение угла α в зависимости от знака правой части формулы (2.46) в диапазоне от -90° до $+90^\circ$. Поэтому, если α находится в 1-ой или 4-й четвертях, то по арктангенсу получим сразу дирекционный угол. В этих четвертях знаменатель (2.46) положителен. Для перехода во 2-ю и 3-ю четверти, когда знаменатель (2.46) отрицателен, нужно прибавить 180° . Отсюда получим более простые формулы (2.47) и (2.48) перехода к дирекционному углу, где учитывается только знак знаменателя (2.44)

$$\alpha_{ji} = \text{arctg} \frac{y_i - y_j}{x_i - x_j}, \quad \text{если } x_i - x_j > 0; \quad (2.47)$$

$$\alpha_{ji} = \arctg \frac{y_i - y_j}{x_i - x_j} + 180^\circ, \text{ если } x_i - x_j < 0. \quad (2.48)$$

Не обязательно, но можно ввести ещё одно условие: если дирекционный угол отрицателен, то к нему нужно прибавить 360^0 . Однако ясно, что один полный оборот здесь ничего не меняет, поэтому данное условие при решении задачи на компьютере можно опустить.

Далее находим ориентирующие углы Θ_i как разность дирекционного угла α_{ji} на точку и измеренного горизонтального направления $N_{\text{изм}}$ на эту же точку – формула (2.49):

$$\Theta_i = \alpha_{ji} - N_{\text{изм}} \quad (2.49)$$

После того как все ориентирующие углы для точек визирования на данной станции найдены, определяется значение среднего ориентирующего угла по формуле (2.50):

$$\Theta_{\text{ср}} = \frac{[\Theta_i]}{n}, \quad (2.50)$$

где n – число направлений на станции.

Тогда, для горизонтальных направлений получим (2.51):

$$L_{N_{\text{выч}}} = N_{\text{выч}} = \alpha_{ji} - \Theta_{\text{ср}}. \quad (2.51)$$

Для горизонтальных проложений – формула (2.52):

$$L_{d_{\text{выч}}} = d_{\text{выч}} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}. \quad (2.52)$$

Для зенитных расстояний – формула (2.53):

$$L_{Z_{\text{выч}}} = Z_{\text{выч}} = 90^\circ - \arctg \frac{H_i - H_j - i + v - f}{\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}}, \quad (2.53)$$

где H_i, H_j – высоты точек визирования и стояния; i – высота инструмента; v – высота визирования; f – поправка за кривизну Земли и рефракцию. Величины i и v принимаются равными нулю.

Для наклонных расстояний применяется формула (2.54):

$$L_{D_{\text{выч}}} = D_{\text{выч}} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (H_i - H_j - i + v - f)^2}. \quad (2.54)$$

Если уравнивание результатов измерений необходимо выполнить через поиск минимума целевой функции $f(x) = [p\nu^2] = \min$, то величину поправки (2.45) или уклонения измеренных значений горизонтальных направлений от значений, вычисленных по произвольно введенным координатам, можно рассчитать двумя способами. Первый способ является самым очевидным: уклонение горизонтальных направлений ν_N рассчитывается по формуле (2.55):

$$\nu_N = (N_{\text{выч}} - N_{\text{изм}})\sqrt{p}, \quad (2.55)$$

где $N_{\text{выч}}$, $N_{\text{изм}}$ – вычисленные и измеренные значения горизонтальных направлений соответственно; p – вес измерения, рассчитываемый по формуле $p = \frac{c^2}{m^2}$, где c – произвольная постоянная; m – средняя квадратическая ошибка данного измерения.

Однако если подставить выражение (2.51) в формулу (2.55), то учитывая (2.49) можно определить величину ν_N и без расчетов $N_{\text{выч}}$, что уменьшит количество промежуточных вычислений. Таким образом, величину уклонения горизонтальных направлений можно рассчитать по формуле (2.56):

$$\nu_N = (\Theta_i - \Theta_{\text{ср}})\sqrt{p}. \quad (2.56)$$

Поправки в горизонтальные проложения можно рассчитать по формуле (2.57):

$$\nu_d = (d_{\text{выч}} - d_{\text{изм}})\sqrt{p}. \quad (2.57)$$

Поправки в зенитные расстояния ν_Z или уклонение измеренного зенитного расстояния $Z_{\text{изм}}$ от вычисленного $Z_{\text{выч}}$ рассчитывается по (2.58):

$$\nu_Z = (Z_{\text{выч}} - Z_{\text{изм}})\sqrt{p}. \quad (2.58)$$

При расчете поправки в наклонные расстояния ν_D или уклонения измеренных наклонных расстояний $D_{\text{изм}}$ от наклонных расстояний, вычисленных по приближенным координатам, $D_{\text{выч}}$ применяется формула (2.59):

$$\nu_D = (D_{\text{выч}} - D_{\text{изм}})\sqrt{p}. \quad (2.59)$$

Так же можно рассчитать относительное уклонение наклонного расстояния $\nu_{D_{\text{отн}}}$ для этого используется известная формула (2.60):

$$v_{D_{\text{отн}}} = \left(\frac{D_{\text{выч}} - D_{\text{изм}}}{D_{\text{выч}}} \right) \sqrt{p} . \quad (2.60)$$

Если исходные пункты для плановой и высотной сети мониторинга одни и те же, то можно говорить о наличии на объекте работ пространственной сети. Тогда, для уравнивания пространственной сети достаточно будет измерить на объекте работ горизонтальные направления, зенитные расстояния и наклонные расстояния, а поправки рассчитывать по формулам (2.55), (2.58) и (2.59).

Если целевая функция представлена в матричном виде $f(x) = V^T P V = \min$, то вектор поправок к результатам измерений для плановой, высотной и пространственной сетей будет определен по формулам (2.61)-(2.63) соответственно:

$$V = \left[v_{N_1} \quad v_{N_2} \quad \dots \quad v_{N_n} \quad v_{d_1} \quad v_{d_2} \quad \dots \quad v_{d_n} \right]^T , \quad (2.61)$$

$$V = \left[v_{Z_1} \quad v_{Z_2} \quad \dots \quad v_{Z_n} \quad v_{D_1} \quad v_{D_2} \quad \dots \quad v_{D_n} \right]^T , \quad (2.62)$$

$$V = \left[v_{N_1} \quad v_{N_2} \quad \dots \quad v_{N_n} \quad v_{Z_1} \quad v_{Z_2} \quad \dots \quad v_{Z_n} \quad v_{D_1} \quad v_{D_2} \quad \dots \quad v_{D_n} \right]^T , \quad (2.63)$$

где $v_{N_n} = N_{n_{\text{выч}}} - N_{n_{\text{изм}}}$ – уклонение вычисленного значения n -го горизонтального направления $N_{n_{\text{выч}}}$ от измеренного n -го горизонтального направления $N_{n_{\text{изм}}}$; $v_{Z_n} = Z_{n_{\text{выч}}} - Z_{n_{\text{изм}}}$ – уклонение вычисленного значения n -го зенитного расстояния $Z_{n_{\text{выч}}}$ от измеренного n -го зенитного расстояния $Z_{n_{\text{изм}}}$; $v_{D_n} = D_{n_{\text{выч}}} - D_{n_{\text{изм}}}$ – уклонение вычисленного значения n -го наклонного расстояния $D_{n_{\text{выч}}}$ от измеренного n -го наклонного расстояния $D_{n_{\text{изм}}}$.

Для корректного выполнения уравнивания существенное значение имеет верное определение весовой матрицы, в т.ч. для выполнения уравнивания с учетом ошибок исходных данных. Весовая матрица, по формуле (2.64), является обратной относительно ковариационной матрицы K_{Δ} ошибок наблюдаемых величин, которая в свою очередь равна ковариационной матрице свободных членов K_L [60]:

$$P = K_{\Delta}^{-1} = K_L^{-1} \quad (2.64)$$

Для ковариационной матрицы свободных членов согласно [60] имеем формулу (2.65):

$$K_L = K_{\Delta_{\text{изм}}} + \Phi K_E \Phi^T \quad (2.65)$$

где $K_{\Delta_{\text{изм}}}$ – ковариационная матрица результатов измерений, которая принимает вид

$$K_{\Delta_{\text{изм}}} = \begin{bmatrix} m_{N_{ji}}^2 & 0 \\ 0 & m_{d_{ji}}^2 \end{bmatrix} \text{ – для плановой сети, } K_{\Delta_{\text{изм}}} = \begin{bmatrix} m_{Z_{ji}}^2 & 0 \\ 0 & m_{D_{ji}}^2 \end{bmatrix} \text{ – для высотной сети,}$$

$$K_{\Delta_{\text{изм}}} = \begin{bmatrix} m_{N_{ji}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_{Z_{ji}}^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_{D_{ji}}^2 \end{bmatrix} \text{ – для пространственной сети, где } m_{N_{ji}}, m_{Z_{ji}}, m_{D_{ji}} \text{ – средние}$$

квадратические ошибки измерения горизонтальных направлений, зенитных расстояний и наклонных расстояний соответственно; K_E – ковариационная матрица ошибок исходных данных, которая для плановой, высотной и пространственной сетей по формулам (2.66)-(2.68) соответственно принимает вид:

$$K_E = \begin{bmatrix} m_{x_1_{\text{исх}}}^2 & K_{xy_1_{\text{исх}}} & 0 & 0 \\ K_{yx_1_{\text{исх}}} & m_{y_1_{\text{исх}}}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{x_i_{\text{исх}}}^2 & K_{xy_i_{\text{исх}}} \\ 0 & 0 & K_{yx_i_{\text{исх}}} & m_{y_i_{\text{исх}}}^2 \end{bmatrix}, \quad (2.66)$$

$$K_E = \begin{bmatrix} m_{H_1_{\text{исх}}}^2 & 0 \\ 0 & m_{H_i_{\text{исх}}}^2 \end{bmatrix}, \quad (2.67)$$

$$K_E = \begin{bmatrix} m_{x_1_{\text{исх}}}^2 & K_{xy_1_{\text{исх}}} & K_{xH_1_{\text{исх}}} & 0 & 0 & 0 \\ K_{yx_1_{\text{исх}}} & m_{y_1_{\text{исх}}}^2 & K_{yH_1_{\text{исх}}} & 0 & 0 & 0 \\ K_{Hx_1_{\text{исх}}} & K_{yH_1_{\text{исх}}} & m_{H_1_{\text{исх}}}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{x_i_{\text{исх}}}^2 & K_{xy_i_{\text{исх}}} & K_{xH_i_{\text{исх}}} \\ 0 & 0 & 0 & K_{yx_i_{\text{исх}}} & m_{y_i_{\text{исх}}}^2 & K_{yH_i_{\text{исх}}} \\ 0 & 0 & 0 & K_{Hx_i_{\text{исх}}} & K_{yH_i_{\text{исх}}} & m_{H_i_{\text{исх}}}^2 \end{bmatrix}; \quad (2.68)$$

Φ – матрица влияния ошибок исходных данных на результаты измерений.

Влияние ошибок в исходных данных на их ковариационную матрицу полностью определяется матрицей Φ , где число ее строк равно числу измерений n физических параметров u_i , число столбцов равно числу исходных данных [60]. Вид матрицы Φ для плановой, высотной и пространственной сетей определяется по формулам (2.69)-(2.71) соответственно:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_{1\text{исх}}} & \frac{\partial u_1}{\partial y_{1\text{исх}}} & \dots & \frac{\partial u_1}{\partial x_{i\text{исх}}} & \frac{\partial u_1}{\partial y_{i\text{исх}}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial u_n}{\partial x_{1\text{исх}}} & \frac{\partial u_n}{\partial y_{1\text{исх}}} & \dots & \frac{\partial u_n}{\partial x_{i\text{исх}}} & \frac{\partial u_n}{\partial y_{i\text{исх}}} \end{bmatrix}, \quad (2.69)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial H_{1\text{исх}}} \\ \dots \\ \frac{\partial u_n}{\partial H_{i\text{исх}}} \end{bmatrix}, \quad (2.70)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_{1\text{исх}}} & \frac{\partial u_1}{\partial y_{1\text{исх}}} & \frac{\partial u_1}{\partial H_{1\text{исх}}} & \dots & \frac{\partial u_1}{\partial x_{i\text{исх}}} & \frac{\partial u_1}{\partial y_{i\text{исх}}} & \frac{\partial u_1}{\partial H_{i\text{исх}}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial u_n}{\partial x_{1\text{исх}}} & \frac{\partial u_n}{\partial y_{1\text{исх}}} & \frac{\partial u_n}{\partial H_{1\text{исх}}} & \dots & \frac{\partial u_n}{\partial x_{i\text{исх}}} & \frac{\partial u_n}{\partial y_{i\text{исх}}} & \frac{\partial u_n}{\partial H_{i\text{исх}}} \end{bmatrix}. \quad (2.71)$$

В [60] профессор Коугия В.А. приводит формулы для расчета элементов матрицы Φ для уравнивания плановых геодезических построений.

Для уравнивания высотных и пространственных геодезических построений такие формулы были выведены и представлены в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Формулы для вычисления элементов матрицы влияния ошибок в исходных пунктах на измеряемые физические параметры

Измеряемая величина	$\frac{\partial u_n}{\partial x_{1\text{исх}}}$	$\frac{\partial u_n}{\partial y_{1\text{исх}}}$	$\frac{\partial u_n}{\partial H_{1\text{исх}}}$	$\frac{\partial u_n}{\partial x_{2\text{исх}}}$	$\frac{\partial u_n}{\partial y_{2\text{исх}}}$	$\frac{\partial u_n}{\partial H_{2\text{исх}}}$
Направление с определяемого пункта 1 на твердый пункт 2	$\frac{-\sin \alpha_{12}}{\sin Z_{12} \cdot D_{12}}$	$\frac{\cos \alpha_{12}}{\sin Z_{12} \cdot D_{12}}$	0	0	0	0
Направление с твердого пункта 2 на определяемый пункт 1	$\frac{\sin \alpha_{21}}{\sin Z_{21} \cdot D_{21}}$	$\frac{-\cos \alpha_{21}}{\sin Z_{21} \cdot D_{21}}$	0	0	0	0
Направление с твердого пункта 2 на твердый пункт 3	$\frac{\sin \alpha_{23}}{\sin Z_{23} \cdot D_{23}}$	$\frac{-\cos \alpha_{23}}{\sin Z_{23} \cdot D_{23}}$	0	$\frac{-\sin \alpha_{23}}{\sin Z_{23} \cdot D_{23}}$	$\frac{\cos \alpha_{23}}{\sin Z_{23} \cdot D_{23}}$	0
Направление с твердого пункта 3 на твердый пункт 2	$\frac{-\sin \alpha_{32}}{\sin Z_{32} \cdot D_{32}}$	$\frac{\cos \alpha_{32}}{\sin Z_{32} \cdot D_{32}}$	0	$\frac{\sin \alpha_{32}}{\sin Z_{32} \cdot D_{32}}$	$\frac{-\cos \alpha_{32}}{\sin Z_{32} \cdot D_{32}}$	0

Продолжение таблицы 2.2

Наклонное расстояние от определяемого пункта 1 до твердого пункта 2	$\cos \alpha_{12} \sin Z_{12}$	$\sin \alpha_{12} \sin Z_{12}$	$\cos Z_{12}$	0	0	0
Зенитное расстояние с определяемого пункта 1 до твердого пункта 2	$\cos Z_{12} \cos \alpha_{12}$	$\cos Z_{12} \sin \alpha_{12}$	$\frac{-\sin Z_{12}}{D_{12}}$	0	0	0
Зенитное расстояние с твердого пункта 2 до определяемого пункта 1	$-\cos Z_{21} \cos \alpha_{21}$	$-\cos Z_{21} \sin \alpha_{21}$	$\frac{\sin Z_{21}}{D_{21}}$	0	0	0

Согласно алгоритму поискового метода (п.2.3., рисунок 2.3) приближенные значения координат определяемых точек изменяются последовательно на заданную величину Δ .

Для каждой координаты определяемой точки по одной из формул (2.21)-(2.23) вычисляется величина смещения для достижения минимума целевой функции. После перебора всех переменных, переходят к следующему циклу приближений, которые выполняют до тех пор, пока число в целевой ячейке уменьшается. Вычисления прекращают, когда число в целевой ячейке не уменьшается.

2.9 Оценка точности положения исходных пунктов и деформационных марок поисковым методом

Как отмечалось в главе 1, порядок выполнения оценки точности координат отдельного определяемого пункта геодезической сети поисковым методом приведен в работах Макарова Г.В. [68] и Мицкевича В.И. [81].

Конкретизируем порядок вычислений для оценки точности плановых координат (работа автора диссертации [135]) и высот определяемых пунктов и обобщим его для оценки точности пространственных координат определяемых пунктов (работа автора диссертации [15]).

Пусть задано i определяемых пунктов, для которых необходимо выполнить оценку точности их положения.

Расчеты можно выполнить в следующей последовательности:

1. Пусть по результатам уравнивания имеется минимум целевой функции F_{\min} .
2. Задается приращение Δx в абсциссу x_1 определяемого пункта 1 и вычисляется новое значение целевой функции $F(x'_1)$, где $x'_1 = x_1 + \Delta x$.

3. Вычисляется изменение целевой функции $\Delta F_1 = F(x'_1) - F_{\min}$.
4. Задается приращение Δy в ординату y_1 определяемого пункта и вычисляется новое значение целевой функции $F(y'_1)$, где $y'_1 = y_1 + \Delta y$.
5. Вычисляется изменение целевой функции $\Delta F_2 = F(y'_1) - F_{\min}$.
6. Задается приращение ΔH в координату H_1 определяемого пункта и вычисляется новое значение целевой функции $F(H'_1)$, где $H'_1 = H_1 + \Delta H$.
7. Вычисляется изменение целевой функции $\Delta F_3 = F(H'_1) - F_{\min}$.
8. Задаются приращения Δx и Δy одновременно в соответствующие координаты определяемого пункта, вычисляется новое значение целевой функции $F(xy'_1)$.
9. Вычисляется изменение целевой функции $\Delta F_{12} = F(xy'_1) - F_{\min}$.
10. Аналогично задаются приращения в Δx и ΔH , а также в Δy и ΔH . В результате вычисляются изменения целевой функции $\Delta F_{13} = F(xH'_1) - F_{\min}$ и $\Delta F_{23} = F(yH'_1) - F_{\min}$ соответственно.
11. Определяются коэффициенты нормальных уравнений неизвестных по формулам (2.72) и (2.73):

$$N_{11} = \frac{\Delta F_1}{\Delta x^2}; \quad N_{22} = \frac{\Delta F_2}{\Delta y^2}; \quad N_{33} = \frac{\Delta F_3}{\Delta H^2}; \quad (2.72)$$

$$N_{12} = \frac{\Delta F_{12} - \Delta F_1 - \Delta F_2}{2\Delta x \Delta y}; \quad N_{13} = \frac{\Delta F_{13} - \Delta F_1 - \Delta F_3}{2\Delta x \Delta H}; \quad N_{23} = \frac{\Delta F_{23} - \Delta F_2 - \Delta F_3}{2\Delta y \Delta H}. \quad (2.73)$$

12. Последовательность 2-11 повторяется для всех i определяемых пунктов.
13. Задаются приращения одновременно в координаты i определяемых пунктов, попарно перебирая все варианты. Например, сначала изменяются координаты x_1 и x_i , затем x_1 и y_i , x_1 и H_i , далее y_1 и y_i , y_1 и H_i и т.д.

При этом каждый раз вычисляется изменение целевой функции.

Вычисление соответствующих недиагональных элементов матрицы коэффициентов нормальных уравнений неизвестных выполняется по формулам (2.73).

14. Составляется обратная весовая матрица уравненных координат определяемых пунктов по формуле (2.74):

$$Q = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} & N_{13} & \dots & N_{1i} \\ N_{21} & N_{22} & N_{23} & \dots & N_{2i} \\ N_{31} & N_{32} & N_{33} & \dots & N_{3i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ N_{i1} & N_{i2} & N_{i3} & \dots & N_{ii} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & \dots & q_{1i} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} & \dots & q_{2i} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} & \dots & q_{3i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{i1} & q_{i2} & q_{i3} & \dots & q_{ii} \end{bmatrix}. \quad (2.74)$$

15. Рассчитывается значение средней квадратической ошибки положения определяемого пункта i , вычисляемой по одной из формул (2.75)-(2.77):

$$M_i = \sqrt{m_{x_i}^2 + m_{y_i}^2} - \text{для плановой сети}; \quad (2.75)$$

$$M_i = \sqrt{m_{H_i}^2} - \text{для высотной сети}; \quad (2.76)$$

$$M_i = \sqrt{m_{x_i}^2 + m_{y_i}^2 + m_{H_i}^2} - \text{для пространственной сети}, \quad (2.77)$$

где m_{x_i} , m_{y_i} , m_{H_i} – средние квадратические ошибки координат x , y , H определяемого пункта i соответственно, вычисляемые по формулам (2.78)

$$m_{x_i} = \mu \sqrt{q_{x_i}}; \quad m_{y_i} = \mu \sqrt{q_{y_i}}; \quad m_{H_i} = \mu \sqrt{q_{H_i}}, \quad (2.78)$$

где q – обратный вес оцениваемой величины; μ – средняя квадратическая ошибка единицы веса, рассчитываемая по формуле (2.79)

$$\mu = \sqrt{\frac{[pv^2]}{n-k}} = \sqrt{\frac{V^T P V}{n-k}} = \sqrt{\frac{F_{\min}}{n-k}} \quad (2.79)$$

где n – число измерений в сети; k – число необходимых измерений.

Последовательность выполнения оценки точности уравнивания не меняется от условий исходной задачи.

При желании можно получить полную ковариационную матрицу K погрешностей определяемого пункта по известной формуле (2.80) [28, 61]:

$$K = \mu^2 Q. \quad (2.80)$$

Стоит отметить, что при изменении величины шага приращений Δx , Δy , ΔH координат определяемого пункта в большую или меньшую сторону, значения элементов обратной весовой матрицы не меняются.

Таким образом на основании изложенного, можно составить общую информационную блок-схему алгоритма оценки точности положения определяемых пунктов поисковым методом, представленную на рисунке 2.9.

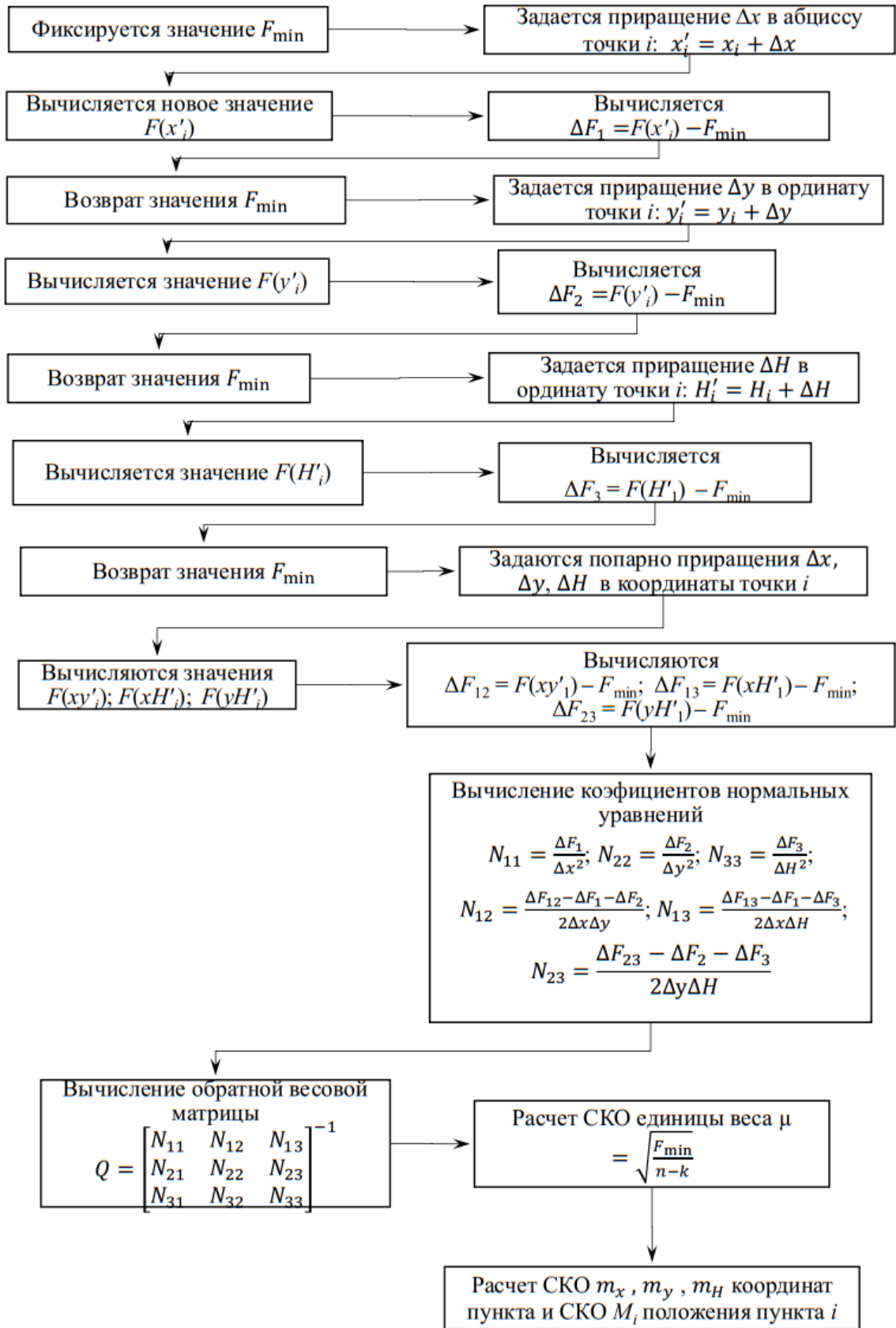


Рисунок 2.9 – Информационная блок–схема оценки точности пространственного положения определяемых пунктов поисковым методом

2.10 Преобразование систем координат поисковым методом нелинейного программирования

При выполнении геодезического мониторинга часто встает задача выполнить преобразование условной системы координат, в которой выполнялось наблюдение за стабильностью объекта, в систему координат объекта мониторинга. Для выполнения преобразования координат исходных пунктов и деформационных марок из одной системы координат (СК1) в другую (СК2) необходимо, чтобы для плановой сети были известны координаты как минимум двух точек, общих для СК1 и СК2 [16], для пространственной сети – минимум координаты трех точек. Такие точки можно назвать связующими для двух систем координат.

Для определения параметров преобразования из СК1 в СК2 для плановой сети можно воспользоваться известными формулами (2.81) аналитической геометрии [9, 16]:

$$\begin{aligned} x_{i_{СК2}} &= dx + (1 + m)(x_{i_{СК1}} \cos \omega + y_{i_{СК1}} \sin \omega); \\ y_{i_{СК2}} &= dy + (1 + m)(-x_{i_{СК1}} \sin \omega + y_{i_{СК1}} \cos \omega), \end{aligned} \quad (2.81)$$

где $x_{i_{СК2}}, y_{i_{СК2}}$ – координаты i связующих точек в системе координат СК2; dx, dy, ω и m – параметры перехода от СК1 к СК2; dx, dy – линейные величины, являющиеся координатами начала СК1 относительно начала СК2; m – масштабный коэффициент, учитывающий разницу в линейных масштабах; $x_{i_{СК1}}, y_{i_{СК1}}$ – координаты i связующих точек в системе координат СК1; ω – угол поворота осей СК1.

При решении задач мониторинга зданий и сооружений масштабный коэффициент можно не учитывать в силу того, что линейные масштабы в условной системе координат и системе координат объекта совпадают. Таким образом, выражение (2.81) в матричном виде можно записать по формуле (2.82):

$$X_{СК2} = dX + R X_{СК1}, \quad (2.82)$$

где $X_{СК2} = [x_i \ y_i]_{СК2}^T$ – вектор положения i связующих точек в системе координат СК2;

$dX = [dx \ dy]^T$ – вектор сдвига начала системы координат СК1 относительно начала СК2;

$R = \begin{bmatrix} \cos \omega & \sin \omega \\ -\sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix}$ – матрица перехода от СК1 к СК2; $X_{СК1} = [x_i \ y_i]_{СК1}^T$ – вектор

положения i -х связующих точек в системе координат СК1.

Для определения линейных и угловых параметров преобразования dx , dy и ω для плановой сети, можно также использовать алгоритм поискового метода в следующей последовательности:

– за исходные данные принимаются координаты связующих точек в системе координат СК2;

– координаты связующих точек в системе координат СК1 принимаются в качестве измеренных величин;

– задаются веса измеренных величин p или составляется весовая матрица измеренных величин P ;

– значения параметров преобразования принимаются в качестве искомым величин, причем значение параметров преобразования можно указать приближенно или же задать равными нулю;

– по формулам (2.81) или (2.82) вычисляются значения координат связующих точек в СК2;

– определяется уклонение $V_{СК2}$ исходных значений координат связующих точек в СК2 от их вычисленных значений по формулам (2.81) или (2.82);

– по полученным значениям уклонений составляется вектор поправок $V_{СК2}$;

– выполняется поиск уравненных значений параметров преобразования по алгоритму поискового метода в соответствии с условием $f(x) = [pV_{СК2}^2] = \min$ или $f(x) = V_{СК2}^T P V_{СК2} = \min$;

– оценка точности полученных параметров преобразования вычисляется в последовательности, описанной в 2.10.

Для выполнения преобразования пространственных прямоугольных координат из одной системы координат в другую можно воспользоваться формулой (2.82), где

$X_{СК2} = [x_i \ y_i \ z_i]_{СК2}^T$ – вектор трехмерного положения i -х связующих точек в СК2;

$dX = [dx \ dy \ dz]^T$ – вектор сдвига начала системы координат СК1 относительно начала

СК2; $R = R_x R_y R_z$ – ортогональная матрица вращения, у которой $R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$ –

матрица поворота системы координат на угол α вокруг оси X , $R_y = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}$ –

матрица поворота на угол β вокруг оси Y , $R_z = \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ – матрица поворота на

угол γ вокруг оси Z ; $X_{\text{ск1}} = [x_i \quad y_i \quad z_i]_{\text{ск1}}^T$ – вектор трёхмерного положения i -х связующих точек в системе координат СК1 [61].

Для преобразования одной пространственной системы координат в другую должно быть не менее трех связующих точек. Параметрами преобразования в данном случае будут три линейных элемента – dx , dy , dz и три угловых – α , β , γ . Порядок определения параметров преобразования поисковым методом такой же как для плановой системы координат.

2.11 Прогнозирование деформаций поисковым методом по геодезическим данным

Для того, чтобы прогнозировать деформации здания или сооружения, необходимо составить временной ряд. Временной ряд может быть составлен из высотных значений или значений планового положения деформационных марок, полученных в разные циклы наблюдения. Подбираемое уравнение тренда, максимально описывающего характер изменения временного ряда, может быть в виде:

– линейного уравнения $y = kx + b$, где y – значение координат или высот деформационных марок в цикле наблюдения x ; k и b – линейные коэффициенты;

– логарифмического уравнения $y = k \ln(x) + b$, где y – значение координат или высот деформационных марок в цикле наблюдения x ; k и b – линейные коэффициенты;

– полинома n -ой степени $y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x^1 + a_0$, где y – значение координат или высот деформационных марок в цикле наблюдения x ; $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$ – линейные коэффициенты уравнения.

Неизвестные коэффициенты анализируемых уравнений тренда можно напрямую подобрать поисковым методом. Целевая функция в данном случае может быть представлена в виде (2.83):

$$f(x) = [v^2] = [(y_i - \hat{y})^2], \quad (2.83)$$

где y_i – исходные значения временного ряда; \hat{y} – значения временного ряда, вычисленные по уравнению тренда. Поиск линейных коэффициентов уравнений тренда выполняется по алгоритму (рисунок 2.3) до достижения условия $f(x) = \min$.

Далее из полученных уравнений тренда выбирается наилучшее, максимально характеризующее изменение наблюдаемого процесса смещения деформационных марок. Для этого можно использовать статистические методы анализа закономерностей развития исследуемого временного ряда [104], такие как:

- метод дисперсионного анализа;
- расчет и анализ средней квадратической ошибки аппроксимации;
- критерий наименьшей суммы квадратов отклонений эмпирических и теоретических значений уровней временного ряда.

Метод дисперсионного анализа основывается на сравнении дисперсий. Метод заключается в следующем: общая дисперсия временного ряда делится на две части – вариация вследствие тенденции $V_{f(t)}$ и случайная вариация V_{ε} . При этом вариация вследствие тенденции определяется как разность общей $V_{\text{общ}}$ и случайной вариаций V_{ε} [104]. На основе данных показателей вариации, общего количества элементов исходного временного ряда n и числа параметров уравнения тренда l определяются различные виды дисперсии: общая, дисперсия случайного компонента и дисперсия тенденции.

Далее выдвигается и проверяется гипотеза о том, подходит или не подходит рассматриваемое уравнение тренда для описания тенденции исходного временного ряда. Гипотеза проверяется на основе F -критерия Фишера-Снедекора [75, 104]. При заданном уровне значимости α и числе степеней свободы ($k_1 = l - 1$, $k_2 = n - l$) по таблице критических точек распределения Фишера-Снедекора определяется значение F_T . Если рассчитанное значение F -критерия F_p больше F_T , то уравнение тренда согласуется с исходными данными и подходит для отражения тенденции исходного временного ряда [104].

В таблице 2.3 приведены формулы для расчета параметров в методе дисперсионного анализа.

Таблица 2.3 – Формулы для расчета вариаций и дисперсий в методе дисперсионного анализа

Наименование показателя	Формула для расчета
Общая вариация $V_{\text{общ}}$	$V_{\text{общ}} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2,$ где $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ – выборочная средняя
Случайная вариация V_{ε}	$V_{\varepsilon} = \sum_{i=1}^n (y_i - y_{f(t)})^2$
Вариация вследствие тенденции $V_{f(t)}$	$V_{f(t)} = V_{\text{общ}} - V_{\varepsilon}$
Общая дисперсия $\sigma_{\text{общ}}^2$	$\sigma_{\text{общ}}^2 = \frac{V_{\text{общ}}}{n-1}$
Дисперсия случайного компонента σ_{ε}^2	$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{V_{\varepsilon}}{n-l}$
Дисперсия тенденции $\sigma_{f(t)}^2$	$\sigma_{f(t)}^2 = \frac{V_{f(t)}}{l-1}$
F -критерий Фишера–Снедекора F_p	$F_p = \frac{\sigma_{f(t)}^2}{\sigma_{\varepsilon}^2}$

На выбор наилучшего уравнения тренда также указывает **значение средней квадратической ошибки аппроксимации** $\sigma_{\text{ош}}$, определяемое по формуле (2.84) [104]:

$$\sigma_{\text{ош}} = \sqrt{\frac{\sum (y_i - y_{f(t)})^2}{n-l-1}}. \quad (2.84)$$

Чем меньше значение ошибки, тем функция наилучшим образом описывает тенденцию исходного ряда.

Применение **критерия наименьшей суммы квадратов отклонений** исходных и теоретических значений уровней временного ряда также предполагает, что наилучшим образом тенденция описывается трендом, которому соответствует наименьшее значение суммы квадратов отклонений, т.е. когда выполняется условие $\sum (y_i - y_{f(t)})^2 \rightarrow \min$.

Выбор наилучшего уравнения тренда также обычно осуществляется по значениям коэффициента корреляции R , коэффициента детерминации R^2 и стандартной ошибки аппроксимации σ_t [63, 104].

Однако, кроме перечисленных параметров R , R^2 и σ_t предлагается дополнительно рассчитывать значения [63]:

– нормированного R -квадрата – скорректированный (адаптированный, поправленный) коэффициент детерминации, который лишен недостатков последнего: нормированный R -квадрат может уменьшаться при введении в модель новых объясняющих переменных, не оказывающих существенное влияние на зависимую переменную в то время как коэффициент детерминации будет увеличиваться [63];

– относительной ошибки аппроксимации E_t ;

– средней ошибки аппроксимации \bar{A} .

Формулы для расчета перечисленных выше параметров представлены в таблице 2.4.

Таблица 2.4 – Формулы для расчета коэффициента детерминации, значения нормированного R -квадрата, стандартной, относительной и средней ошибки аппроксимации

Наименование показателя	Формула для расчета	Требования к значению показателя
Коэффициент детерминации R^2	$R^2 = \sqrt{1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$	Чем ближе коэффициент детерминации к 1, тем лучше уравнение описывает исходный временной ряд
Нормированный R -квадрат	$R\text{-квадрат} = \frac{(n-1) \cdot R^2 - k}{n - k - 1},$ где n – количество значений переменной y ; k – количество столбцов во входном интервале переменной x .	Чем ближе нормированный R -квадрат к 1, тем лучше уравнение описывает исходный временной ряд
Стандартная ошибка аппроксимации σ_t	$\sigma_t = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - m}}$ где n – число уровней ряда; m – число коэффициентов в уравнении тренда	Чем меньше ошибка, тем лучше уравнение тренда
Относительная ошибка аппроксимации E_t	$E_t = \frac{\sigma_t}{\bar{y}} 100\%$	E_t не должно превышать 12–15%, тогда тренд существует в ряду
Средняя ошибка аппроксимации \bar{A}	$\bar{A} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right 100\%$	Если \bar{A} менее 10%, то подобранная модель уравнения считается хорошей

Оценку точности определения коэффициентов уравнений тренда, полученного поисковым методом нелинейного программирования можно выполнить по методике, описанной ранее в п. 2.10. В результате по формуле (2.78) будут рассчитаны средние

квадратические ошибки коэффициентов уравнений тренда, полученного поисковым методом.

Трендовая модель считается адекватной, если она правильно отражает систематические компоненты временного ряда. Это требование эквивалентно требованиям, предъявляемым к остаточной компоненте [104]:

- 1) случайность;
- 2) соответствие нормальному закону распределения;
- 3) независимость значений (отсутствие автокорреляции).

Для проверки случайности остаточной компоненты используются критерий серий и критерий пиков [37, 133].

Отклонения исходных значений от теоретических для каждого уровня исходного временного ряда рассчитывается по формуле (2.85):

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i. \quad (2.85)$$

При расположении полученного ряда ε_i в порядке возрастания значений определяется медиана ε_m полученного нового ряда ε_i' . Значения ε_i необходимо сравнить с ε_m и сформировать последовательность [37, 133]. Причем, если $\varepsilon_i > \varepsilon_m$, то ставится «+», если $\varepsilon_i < \varepsilon_m$ ставится «-», при $\varepsilon_i = \varepsilon_m$ – значение опускается. Последовательность подряд идущих «+» или «-» является серией.

Далее проверяется гипотеза: если отклонения от тренда случайны, то их чередование должно быть случайным [133]. Для того чтобы последовательность ε_i была случайной, протяженность самой длинной серии K_{\max} не должна быть слишком длинной, а число серий v – слишком малым. Остаточная последовательность признается случайной, если выполняются два следующих неравенства (2.86), (2.87) при $\alpha = 0,05$:

$$K_{\max} < [3,3(\lg n + 1)], \quad (2.86)$$

$$v > \left[\frac{1}{2} (n + 1 - 1,96\sqrt{n-1}) \right], \quad (2.87)$$

где n – число точек в ряду.

Квадратные скобки в правой части неравенств (2.86) и (2.87) означают целочисленное значение.

Для проведения проверки по критерию пиков, определяется общее число пиковых точек p ряда ε_i , удовлетворяющих следующему условию (2.88) [6, 10]:

$$\varepsilon_{t-1} < \varepsilon_t > \varepsilon_{t+1} \text{ или } \varepsilon_{t-1} > \varepsilon_t < \varepsilon_{t+1}. \quad (2.88)$$

Математическое ожидание числа пиковых точек в ряду и дисперсию можно рассчитать по формулам (2.89) [6, 10]:

$$\bar{p} = \frac{2}{3}(n-2), \quad \sigma^2 = \frac{16n-29}{90}. \quad (2.89)$$

Полученное число поворотных точек ряда должно превышать целочисленное значение уравнения $\left[\bar{p} - 1,96\sqrt{\sigma^2} \right]$. Если данный критерий выполняется, то исследуемая трендовая модель считается адекватной.

Соответствие нормальному закону распределения. В этом случае проверяется гипотеза о том, что отклонения от тренда подчиняются закону нормального распределения [26, 28]. Для этого, как правило, выполняется проверка соответствия распределения остаточной компоненты нормальному закону с помощью *RS*-критерия.

Отношение размаха вариаций *R* к стандартному отклонению *S* рассчитывается по каждому рассматриваемому виду трендовой модели.

Размах вариации рассчитывается по формуле (2.90) [26, 28]:

$$R = \varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}, \quad (2.90)$$

где ε_{\max} , ε_{\min} – максимальное и минимальное значения в ряду ε_i соответственно.

Стандартное отклонение *S* можно рассчитать по формуле (2.91):

$$S = \sqrt{\frac{\sum \varepsilon_i^2}{n-1}}. \quad (2.91)$$

Далее отношение *R/S* сравнивается с табличными пределами [26]. Если значение *RS*-критерия попадает в интервал между критическими границами, то принимается гипотеза о нормальности распределения.

Независимость значений (отсутствие автокорреляции). Для проверки автокорреляции в уровнях ряда используются различные критерии, в том числе *d*-критерий Дарбина-Уотсона, расчетное значение которого определяется по формуле (2.92) [104]:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}. \quad (2.92)$$

Далее по специальным таблицам определяются критические значения критерия Дарбина-Уотсона для заданного числа наблюдений, числа независимых переменных модели и уровня значимости [104].

Кроме описанных выше эмпирических методов анализа закономерностей развития исследуемого временного ряда, предлагается применить, описанный в п. 2.10, метод оценки точности поисковым методом, на основе которого можно будет определить значения средних квадратических ошибок подбираемых коэффициентов уравнений тренда.

По итогу проведенного анализа рассматриваемых уравнений тренда, выбирается наилучшее, по которому в дальнейшем выполняется экстраполяция, т.е. прогнозирование значений деформации зданий и сооружений на глубину не более 20-25% от длины временного ряда [117]. Результаты реализации предлагаемой методики определения уравнения тренда по геодезическим данным при выполнении геодезического мониторинга здания представлены в работе автора диссертации [14].

2.12 Объединение разработанных элементов технологии геодезического мониторинга деформаций зданий и сооружений способом свободного стационарирования с использованием поискового метода в единую технологическую схему

На основе проведенного обоснования применения способа свободного стационарирования для наблюдения за деформациями зданий и сооружений, а также разработки порядка применения поискового метода нелинейного программирования на всех этапах геодезического мониторинга, можно составить общую технологическую схему (рисунок 2.10) проведения геодезического мониторинга зданий и сооружений, которая включает в себя следующие этапы:

– проектирование геодезической плановой и высотной сетей двумя способами (вариантами): 1) на основе «неискаженной модели» сети; 2) поисковым методом на основе метода Монте-Карло;

– закрепление исходных пунктов опорной сети и деформационных марок деформационной сети;

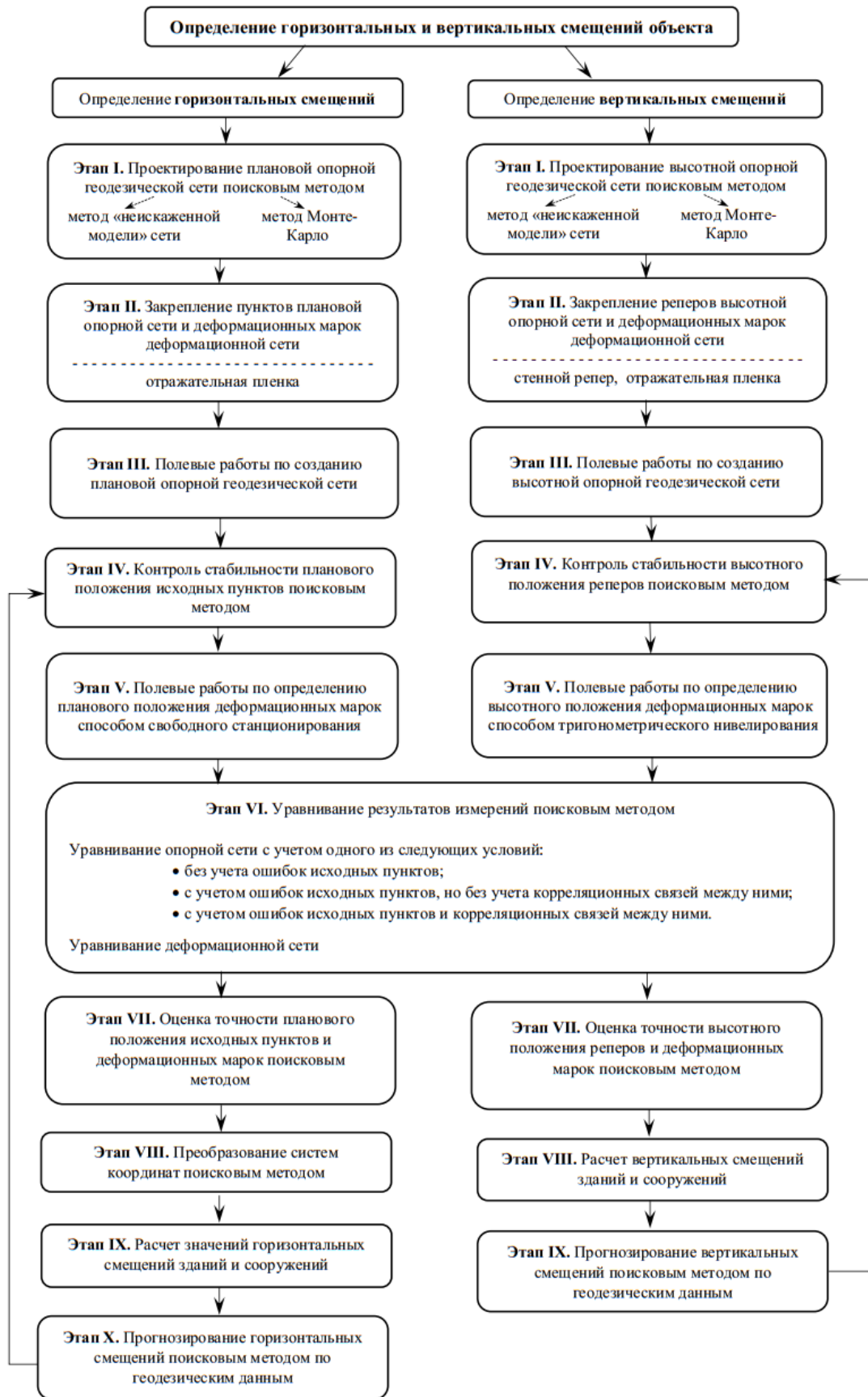


Рисунок 2.10 – Технологическая схема проведения геодезического мониторинга способом свободного stationирования с использованием поискового метода нелинейного программирования

- проведение наблюдений за плановым положением исходных и деформационных марок способом свободного стационарирования, проведение наблюдений за высотным положением исходных и деформационных марок способом тригонометрического нивелирования;

- анализ контроля стабильности планового и высотного положения исходных пунктов поисковым методом нелинейного программирования;

- уравнивание результатов измерений поисковым методом при различных исходных условиях в две стадии (шага): 1) уравнивание исходной опорной сети; 2) уравнивание деформационной сети;

- преобразование плановой и пространственной системы координат поисковым методом нелинейного программирования;

- оценка точности положения планового, высотного и пространственного положения исходных пунктов, планового, высотного и пространственного положения деформационных марок поисковым методом;

- расчет значений деформаций зданий и сооружений;

- построение уравнения тренда и прогнозирование деформаций поисковым методом по геодезическим данным.

Далее выполним моделирование и проверку элементов разработанной технологии геодезического мониторинга зданий и сооружений способом свободного стационарирования с использованием поискового метода.

2. 13 Выводы по главе 2

1. Обоснованы требования к точности выполнения геодезических измерений способом свободного стационарирования для целей геодезического мониторинга по II классу точности измерений при различных условиях:

- согласно принципу равных влияний ошибок исходных пунктов и ошибок измерений СКО определения положения свободной станции электронным тахеометром должна составлять $m_{\text{СТ}} = 2,5$ мм, а СКО линейных и угловых измерений на деформационную марку – $m_d = 1,8$ мм, $m_{\beta} = 3,6''$;

- согласно принципу ничтожного влияния ошибок исходных пунктов, СКО определения положения свободной станции электронным тахеометром должна

составлять $m_{\text{ЭТ}} = 3,3$ мм, а СКО линейных и угловых измерений на деформационную марку – $m_d = 2,3$ мм, $m_{\beta} = 4,8''$.

2. Выполнен расчет значений средних квадратических ошибок измерения наклонных и зенитных расстояний для их предельных величин при соблюдении требований II класса точности измерений тригонометрическим нивелированием: при величине зенитного расстояния близкой к предельному значению 0° , ошибки измерения зенитного расстояния не сказываются на СКО определения высоты деформационной марки; при величине зенитного расстояния близкой к предельному значению в 90° , ошибки измерения наклонного расстояния не сказываются на СКО определения высоты деформационной марки.

3. Внесены предложения по закреплению исходных пунктов плановой опорной сети и деформационных марок деформационной сети в виде отражательных пленок, закрепленных на специальном поворотном каркасе, разработанным автором диссертации в составе авторского коллектива сотрудников кафедры кадастра и геоинженерии КубГТУ.

4. Предложена и теоретически обоснована методика наблюдения за горизонтальными смещениями зданий и сооружений на основе способа свободного стационарирования, включающая в себя:

- создание на объекте работ классической линейно–угловой сети, пункты которой будут являться исходными пунктами первого уровня;

- определение положения исходных пунктов плановой геодезической сети второго уровня, закрепляемые отражательными пленками, от исходных пунктов первого уровня;

- определение положения свободной станции электронного тахеометра от исходных пунктов второго уровня обратной засечкой;

- определение полярным способом планового положения деформационных марок, закрепляемых отражательными пленками.

5. Предложена и теоретически обоснована методика наблюдения за вертикальными смещениями зданий и сооружений, включающая в себя:

- определение высоты исходных пунктов высотной геодезической сети (реперов) геометрическим нивелированием;

- передача высоты с репера на горизонтальную ось электронного тахеометра;

- установка станции электронного тахеометра по высоте;
- определение тригонометрическим нивелированием высоты деформационных марок, закрепляемых отражательными пленками.

6. Предложен альтернативный классическим способам алгоритм поискового метода нелинейного программирования, базирующийся на комбинации методов Пауэлла и Девиса-Свенна-Кемпи, который позволит выполнять математическую обработку на всех этапах геодезического мониторинга. На основе предложенного алгоритма поискового метода решены следующие задачи, поставленные в исследовании:

- разработаны способы проектирования плановых и высотных геодезических сетей двумя способами: на основе «неискаженной модели» сети и с использованием поискового метода нелинейного программирования методом Монте-Карло;

- предложена адаптация поискового метода нелинейного программирования для контроля стабильности исходных пунктов плановой и высотной сети;

- обобщен подход к уравниванию и оценки точности результатов геодезических измерений с применением поискового метода нелинейного программирования при различных условиях: без учета и с учетом ошибок плановых прямоугольных координат исходных пунктов и их корреляционных связей; без учета и с учетом ошибок пространственных прямоугольных координат исходных пунктов и их корреляционных связей;

- выведены формулы для вычисления элементов матрицы влияния ошибок исходных пунктов при уравнивании пространственных геодезических построений;

- предложена методика преобразования плоских и пространственных прямоугольных систем координат поисковым методом.

7. Разработана методика определения уравнения тренда с использованием поискового метода и обоснованы требования к его анализу на основе:

- эмпирических методов анализа закономерностей развития исследуемого временного ряда;

- на основе известных показателей: коэффициента корреляции, коэффициента детерминации, стандартной ошибки аппроксимации, а также дополнительных показателей: нормированного R -квадрата, относительной ошибки аппроксимации и средней ошибки аппроксимации;

– оценки точности определения коэффициентов уравнений тренда поисковым методом;

– проверки трендовой модели на адекватность, включающей в себя требования, предъявляемые к остаточной компоненте: случайность; соответствие нормальному закону распределения; отсутствие автокорреляции.

8. Разработаны и объединены в единую технологическую схему элементы технологии геодезического мониторинга деформаций зданий и сооружений способом свободного стационарирования с использованием поискового метода.

ГЛАВА 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ РАЗРАБОТАННОЙ ТЕХНОЛОГИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ПРОГРАММЫ НА ОСНОВЕ ПОИСКОВОГО МЕТОДА

3.1 Разработка автоматизированной программы обработки и уравнивания данных геодезических измерений поисковым методом

Первичная обработка измеренных значений

Первичная обработка измеренных значений горизонтальных направлений, зенитных расстояний, горизонтальных проложений и наклонных расстояний включает в себя следующие шаги.

Шаг 1. Передача результатов съемки на компьютер, например, в электронные таблицы *Excel*.

При сохранении и скачивании данных с тахеометра на ПК можно выбрать любой из предлагаемых прибором форматов, а также необходимо указать вид и тип данных. Для работы в нашем случае необходимо выбрать такой вид, где содержится информация об измеренных значениях горизонтальных и вертикальных углов, а также расстояниях. Кроме этого в приборе можно выбрать символ, которым будут разделяться эти данные, например, пробел или запятая, точка с запятой и т.д. После этого выбираем тип файла, с которым планируем в дальнейшем работать (*XML, IDX, TXT* и т.д.).

Шаг 2. Структурирование результатов измерений с целью улучшения их читаемости в компьютере.

Для этого в *Microsoft Visual Basic* была создана функция «Spectra», которая позволяет автоматизировать выбор необходимой для дальнейших расчетов информации. Эта функция имеет несколько подвидов. Так, например, функция «Spectra№» позволяет выбрать из указанного массива данных то значение, которое является номером точки, а функция «SpectraV» – выбрать данные о высоте визирования.

Полный перечень всех используемых видов функций «Spectra» показан в таблице 3.1

Таблица 3.1 – Алгоритм разработанных вариантов функции «Spectra» для структурирования данных с тахеометра в *Microsoft Excel*

Алгоритмы функции	Описание
Function Spectra№(Jach) y = Split(Jach, ",") Spectra№ = Val(y(1)) End Function	Позволяет выбрать из массива скачанных данных те значения, которые указывают на номер точки визирования
Function SpectraV(Jach) y = Split(Jach, ",") SpectraV = Val(y(2)) End Function	Позволяет выбрать те значения, которые являются высотой визирования
Function SpectraD(Jach) y = Split(Jach, ",") SpectraD = Val(y(3)) End Function	Позволяет выбрать те значения, которые являются измеренными расстояниями
Function SpectraГК(Jach) y = Split(Jach, ",") SpectraГК = Val(y(4)) End Function	Позволяет выбрать те значения, которые указывают на измеренное значение горизонтального угла
Function SpectraBK(Jach) y = Split(Jach, ",") SpectraBK = Val(y(5)) End Function	Позволяет выбрать значения измеренных вертикальных углов
Function SpectraBP(Jach) y = Split(Jach, ",") SpectraBP = y(6) End Function	Позволяет выбрать данные о времени съемки

Таким образом, использование этих функций позволяет структурировать данные с прибора в табличную форму, где будет содержаться следующая информация:

- 1) номер точки визирования;
- 2) высота визирования;
- 3) измеренное расстояние;
- 4) измеренное значение горизонтального угла;
- 5) измеренное значение вертикального угла;
- 6) время.

Шаг 3. Обработка измеренных значений при двух положениях вертикального круга, путем осреднения результатов измерений и расчета погрешностей.

Оператором вводятся обозначения точек и их номера из абриса. Далее, используя встроенную в *Microsoft Excel* функцию «ВПР», программа указывает для каждой точки ее измеренные значения при «круге лево» и «круге право».

Функция «ВПР» находит значение в крайнем левом столбце таблицы и возвращает значение ячейки, находящейся в указанном столбце той же строки. По умолчанию таблица должна быть отсортирована по возрастанию. Формула функции «ВПР»: $=ВПР(\text{Искомое_значение}; \text{Таблица}; \text{Номер_столбца}; \text{Интервальный_просмотр})$, где *Искомое_значение* – значение, которое должно быть найдено в первом столбце массива (значение, ссылка или строка текста); *Таблица* – таблица с текстом, числами или логическими значениями в которой производится поиск данных; может быть ссылкой или именем диапазона; *Номер_столбца* – номер столбца в таблице, из которого нужно вернуть значение. Первый столбец значения таблицы имеет номер 1; *Интервальный_просмотр* – логическое значение, определяющее, точно (ЛОЖЬ) или приближенно (ИСТИНА или отсутствие значения) должен производиться поиск в первом столбце (отсортированном по возрастанию).

Определение среднего значения измеренного горизонтального проложения определяется по формуле $d_{cp} = (d_{изм(КЛ)} + d_{изм(КП)})/2$, где d_{cp} – искомое среднее расстояние; $d_{изм(КЛ)}$ и $d_{изм(КП)}$ – измеренное расстояние на точку при «круге лево» и «круге право» соответственно.

Для расчета среднего значения горизонтального направления и зенитного расстояния используются известные формулы $N_{cp} = (КЛ + КП \pm 180^0)/2$, где *КЛ* и *КП* – измеренные значения горизонтальных направлений при «круге лево» и «круге право» соответственно; $Z_{cp} = (КЛ - КП \pm 360^0)/2$, где *КЛ* и *КП* – измеренные значения зенитных расстояний при «круге лево» и «круге право» соответственно.

Для удобства расчетов целесообразно представить значения горизонтальных направлений и зенитных расстояний в радианной системе. Для этих целей был создан макрос «ГрадРад», который преобразует углы в градусах, минутах и секундах в радианы по следующей схеме:

```
Function ГрадРад(Градусная_мера_угла)
AL0 = Градусная_мера_угла
With Excel.Application
GR = .RoundDown(AL0, 0)
AL1 = (AL0 - GR)
Min1 = .Round(AL1, 6)
Min = .RoundDown(Min1, 2)
SEK = (Min1 - Min)
AL2 = GR + Min * 5 / 3 + SEK * 25 / 9
RAD = AL2 * .Pi() / 180
End With
```

ГрадРад = RAD
End Function

Таким образом, в соответствующих ячейках *Excel* строка формул будет следующая:

- 1) Для расчета среднего значения горизонтального направления:

$$= (\text{ГрадРад}(\text{КЛ}) + \text{ГрадРад}(\text{КП})) / 2 + \text{ЕСЛИ}(\text{КЛ} < \text{КП}; -\text{ПИ}() / 2; \text{ПИ}() / 2);$$
- 2) Для расчета среднего значения зенитного расстояния:

$$= (\text{ГрадРад}(\text{КЛ}) - \text{ГрадРад}(\text{КП})) / 2 + \text{ПИ}()$$

Шаг 4. Вычисление значений коллимационной ошибки и места зенита. Таким образом, для расчета величины погрешности углов, необходимо в строке формул задать следующее условие.

Для горизонтальных направлений:

$$= ((\text{ГрадРад}(\text{КЛ}) - \text{ГрадРад}(\text{КП})) / 2 + \text{ЕСЛИ}(\text{КЛ} < \text{КП}; \text{ПИ}() / 2; -\text{ПИ}() / 2)) * 206265$$

Для зенитных расстояний:

$$= ((\text{ГрадРад}(\text{КЛ}) + \text{ГрадРад}(\text{КП})) / 2 - \text{ПИ}()) * 206265$$

Разность расстояний при двух кругах: $(d_{\text{изм}(\text{КЛ})} - d_{\text{изм}(\text{КП})}) * 1000$.

На этом первичная обработка измеренных значений заканчивается, можно переходить к уравниванию результатов измерений и определению координат всех определяемых точек.

Уравнивание результатов измерений. Определение координат определяемых точек

Шаг 1. Перенос данных первичной обработки на новый лист *Excel*.

Шаг 2. Составление таблицы данных с координатами исходных пунктов и приближенными значениями координат определяемых пунктов.

Шаг 3. Расчёт значений дирекционных углов. Для автоматизированного расчета дирекционных углов был составлен макрос в *Microsoft Excel* под названием «ДирУгРад». Данный макрос осуществляет поиск по номеру точки стояния и точки визирования соответствующих координат из выбранного массива данных (в данном случае таким массивом являются произвольно введенные ранее координаты) и рассчитывает значение дирекционного угла по следующей схеме:

```
Function ДирУгРад(Коорд_геодезич, №стояния, №визирования)
s = Коорд_геодезич
'1-я графа X, 2-я графа Y
```

```

'номер строки не обязательно равен номеру точки
i = №стояния
j = №визирования
With Excel.Application
delx = .VLookup(j, s, 2, False) - .VLookup(i, s, 2, False)
dely = .VLookup(j, s, 3, False) - .VLookup(i, s, 3, False)
If delx = 0 Then
If dely > 0 Then beta = .Pi() / 2
If dely < 0 Then beta = 3 * .Pi() / 2
If dely = 0 Then beta = "любой"
Else
beta = Atn(dely / delx)
End If
If delx < 0 Then beta = beta + .Pi()
If beta < 0 Then beta = beta + 2 * .Pi()
End With
ДирУГРад = beta
End Function

```

Шаг 4. Определение значений ориентирующих углов Θ_i по формуле (2.49) и их среднего значения.

Шаг 5. Вычисление значения горизонтального проложения. Для этого был составлена функция «Расст», работающий по следующему алгоритму:

```

Function Расст(Коорд_геодезич, №стояния, №визирования)
s = Коорд_геодезич
'1-я графа X, 2-я графа Y
'номер строки не обязательно равен номеру точки
i = №стояния
j = №визирования
With Excel.Application
delx = .VLookup(j, s, 2, False) - .VLookup(i, s, 2, False)
dely = .VLookup(j, s, 3, False) - .VLookup(i, s, 3, False)
rasst = Sqr(delx ^ 2 + dely ^ 2)
End With
Расст = rasst
End Function

```

Для расчета значения наклонного расстояния составлена функция «РасстНакл»:

```

Function РасстНакл(Коорд_геодезич, №стояния, №визирования)
s = Коорд_геодезич
'1-я графа X, 2-я графа Y
'номер строки не обязательно равен номеру точки
i = №стояния
j = №визирования
With Excel.Application
delx = .VLookup(j, s, 2, False) - .VLookup(i, s, 2, False)
dely = .VLookup(j, s, 3, False) - .VLookup(i, s, 3, False)
delh = .VLookup(j, s, 4, False) - .VLookup(i, s, 4, False)
d = Sqr(delx ^ 2 + dely ^ 2)
rasst = Sqr(delx ^ 2 + dely ^ 2 + delh ^ 2)

```

```
End With
РасстНакл = rasst
End Function
```

Шаг 6. Расчет по формулам обратной геодезической задачи значения зенитного расстояния. Для этого была создана функция «ЗенРассРад», работающая по следующему алгоритму:

```
Function ЗенРассРад(Коорд_геодезич, №стояния, №визирования)
s = Коорд_геодезич
i = №стояния
j = №визирования
With Excel.Application
delx = .VLookup(j, s, 2, False) - .VLookup(i, s, 2, False)
dely = .VLookup(j, s, 3, False) - .VLookup(i, s, 3, False)
delh = .VLookup(j, s, 4, False) - .VLookup(i, s, 4, False)
d = Sqr(delx ^ 2 + dely ^ 2)
Z = .Pi() / 2 - Atn(delh / d)
End With
ЗенРассРад = Z
End Function
```

Шаг 7. Расчет значения уклонов измеренных значений горизонтальных направлений, зенитных расстояний, горизонтальных проложений или наклонных расстояний от их вычисленных значений по предварительно введенным координатам согласно формулам (2.55), (2.57), (2.58).

Шаг 8. Запуск программы поиска (подбора) координат определяемых пунктов для удовлетворения условия $f(x) = [pv^2] = \min$ или $f(x) = V^T PV = \min$, алгоритм которой написан на языке VBA:

```
Sub Мин_столб()
x = Selection.Value
' Цикл по строкам
For k = 1 To 100
For j = LBound(x, 2) To UBound(x, 2)
For i = LBound(x, 1) To UBound(x, 1)
' Поиск минимума
y0 = Range("amega")
' alfa – это имя целевой ячейки. Его можно менять
Delta = 0.001
' delta – это шаг поиска. Его можно менять.
x(i, j) = x(i, j) - Delta
Selection.Value = x
y1 = Range("amega")
x(i, j) = x(i, j) + 2 * Delta
Selection.Value = x
y2 = Range("amega")
zn = y1 - 2 * y0 + y2
```

```

If zn = 0 Then z = -Delta
If zn <> 0 Then z = Delta * (-y1 + 4 * y0 - 3 * y2) / 2 / zn
x(i, j) = x(i, j) + z
Selection.Value = x
Next i
Next j
Next k
End Sub

```

Для выполнения алгоритма нужно присвоить имя «alfa» целевой ячейке, выделить изменяемые ячейки и запустить макрос. Блок-схема алгоритма поиска минимума целевой функции $f(x)$ поисковым методом нелинейного программирования на языке VBA представлена в Приложении А.

На указанные выше алгоритмы первичной обработки и уравнивания результатов измерений горизонтальных направлений, зенитных расстояний, горизонтальных проложений и наклонных расстояний получено Свидетельство на программу для ЭВМ № 2015617205 (Приложение Б) [143]. Однако в данной программе нет возможности выполнять автоматизированную оценку точности результатов измерений.

Оценка точности результатов измерений поисковым методом

Для оценки точности результатов измерений была дополнительно составлена подпрограмма «Расчет_матрицы», реализующая математический алгоритм, описанный в главе 2 п. 2.10. Программа написана на языке VBA как макрос для *Microsoft Excel*. Блок-схема алгоритма подпрограммы «Расчет_матриц» представлена в Приложении В.

Описанные выше программные алгоритмы для первичной обработки результатов измерений, уравнивания результатов измерений и программный алгоритм для выполнения оценки точности результатов измерений объединены в единую автоматизированную программу, на которую получено авторское Свидетельство для ЭВМ № 2020617236 (Приложение Г) [141].

3.2 Проектирование сети триангуляции на основе «неискаженной модели» сети и поисковым методом на основе метода Монте-Карло

Проектирование на основе «неискаженной модели» сети

Рассмотрим проектирование геодезической сети на основе «неискаженной модели» на примере проекта триангуляционной сети, представленной в [56] (рисунок 3.1).

Пусть необходимо выполнить оценку проекта сети триангуляции, в которой пункты A и O – исходные пункты сети; пункты B , C и D – определяемые пункты сети. Так как пункты A и O приняты за исходные, то сторона AO является базисной. Сторона OD будет измерена как второй базис. Схема сети, координаты исходных пунктов и приближенные значения координат определяемых пунктов представлены на рисунке 3.1. Средняя квадратическая ошибка измерения углов m_{β} принята $2''$.

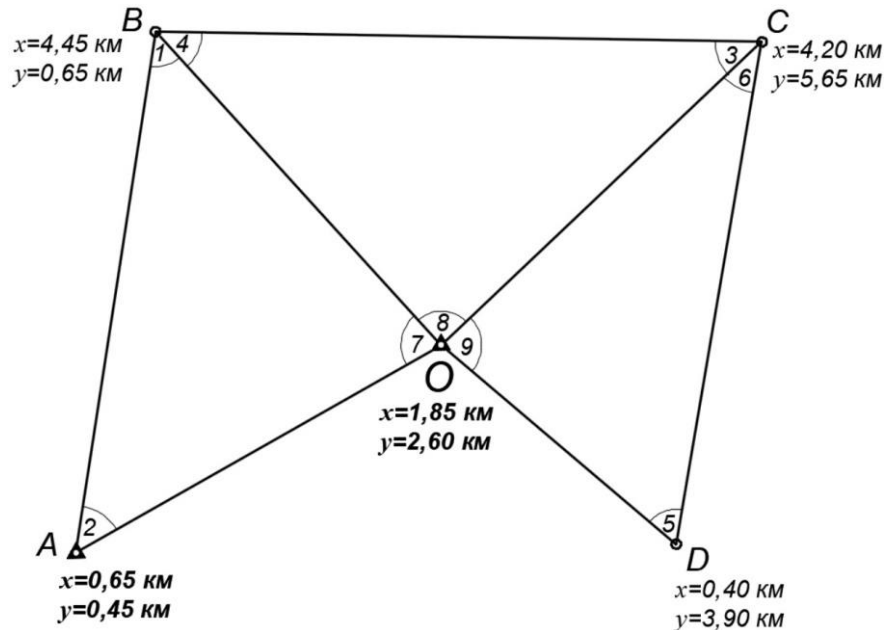


Рисунок 3.1 – Схема проекта сети триангуляции

В разработанную программу вводятся данные о координатах исходных пунктов рассматриваемой триангуляционной сети, приближенные значения координат определяемых пунктов сети. По формулам обратной геодезической задачи вычисляются дирекционные углы и, как следствие, горизонтальные углы проектируемой триангуляционной сети. Так же по координатам вычисляется значение второй базисной стороны OD . Вычисленные 9 горизонтальных углов и базисная сторона OD , представляют собой «результаты измерений» (таблица 3.2).

Таблица 3.2 – «Результаты измерений», рассчитанные по приближенным координатам определяемых пунктов сети

Номер угла									Сторона, км
1	2	3	4	5	6	7	8	9	OD
39°52'58"	57°49'11"	40°28'35"	50°16'04"	66°36'19"	27°39'31"	82°17'52"	89°15'21"	85°44'10"	1,947

Таким образом «результаты измерений» строго соответствуют координатам пунктов и вектор поправок в результаты измерений $V_0 = 0$, что приводит к выполнению условия (2.24).

Далее последовательно каждой из координат определяемых пунктов было придано приращение Δ , заданное для данной сети как 0,001 км, и вычислены коэффициенты нормальных уравнений неизвестных по формулам (2.26)-(2.28).

Таким образом, матрица коэффициентов нормальных уравнений неизвестных (3.1):

$$N = \begin{bmatrix} 62,839 & 35,085 & 15,412 & -26,807 & 0,000 & 0,000 \\ & 104,772 & 41,630 & -16,313 & 0,000 & 0,000 \\ & & 61,962 & -33,945 & -44,359 & -50,238 \\ & & & 55,000 & 66,537 & 35,607 \\ & & & & 193,169 & 27,928 \\ & & & & & 138,382 \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

Обратив матрицу коэффициентов нормальных уравнений, была получена полная обратная весовая матрица координат определяемых пунктов (3.2):

$$Q_{xy} = \begin{bmatrix} 0,031 & -0,007 & 0,003 & 0,027 & -0,008 & -0,004 \\ & 0,019 & -0,019 & -0,003 & -0,003 & -0,006 \\ & & 0,049 & 0,010 & 0,006 & 0,014 \\ & & & 0,066 & -0,019 & -0,010 \\ & & & & 0,012 & 0,005 \\ & & & & & 0,014 \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

По диагональным элементам, полученной обратной весовой матрицы координат определяемых пунктов, оцениваются ошибки в абсциссах и ординатах всех пунктов сети, т.е. пунктов B , C , D по отношению к исходным пунктам A и O . Согласно полученной матрице обратных весов наиболее слабым пунктом сети является пункт C , для которого $Q_C = 0,049 + 0,066 = 0,115$.

Средняя квадратическая ошибка положения пункта C (3.3):

$$m_C = m_\beta \sqrt{Q_C} = 0,68 \text{ дм}, \quad (3.3)$$

где m_β – средняя квадратическая ошибка измерения горизонтального угла.

Обратные веса определяемых пунктов B , C и D , а также значения средних квадратических ошибок координат и положения этих пунктов представлены в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Результаты априорной оценки точности параметрическим способом по [56]

Пункт	Q_{xx}	m_x , дм	Q_{yy}	m_y , дм	m_n , дм
B	0,030	0,35	0,019	0,28	0,45
C	0,046	0,43	0,059	0,49	0,65
D	0,008	0,18	0,010	0,20	0,27

Результаты оценки проекта сети триангуляции предложенным методом на основе «неискаженной модели» сети совпали с результатами, приведенными в работе [56], что подтверждает корректность полученных результатов.

Также было выполнено проектирование сети триангуляции, указанной на рисунке 3.1, при условии измерения только горизонтальных углов. В результате была получена следующая обратная весовая матрица (3.4):

$$Q_{xy} = \begin{bmatrix} 0,038 & -0,011 & 0,014 & 0,045 & -0,022 & 0,009 \\ & 0,021 & -0,026 & -0,013 & 0,006 & -0,013 \\ & & 0,068 & 0,038 & -0,017 & 0,036 \\ & & & 0,110 & -0,054 & 0,023 \\ & & & & 0,040 & -0,022 \\ & & & & & 0,039 \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

Согласно полученной матрице обратных весов наиболее слабым пунктом сети так же является пункт C , для которого $Q_C = 0,178$, а средняя квадратическая ошибка положения C $m_C = 0,84$ дм.

Проектирование на основе метода Монте-Карло

В программу были введены значения координат исходных пунктов проектируемой триангуляционной сети и приближенные значения координат определяемых пунктов сети, а затем по формулам обратной геодезической задачи вычислены дирекционные углы и горизонтальные углы.

Для того чтобы выполнить проектирование сети триангуляции (рисунок 3.1) методом Монте-Карло, были смоделированы «ошибки измерений» горизонтальных

углов. Для этого в *Microsoft Excel* воспользовались встроенной функцией «Генератор случайных чисел», выбрав в настройках:

- число переменных – 9 (по числу углов в сети);
- число случайных чисел – 1;
- распределение – нормальное;
- среднее – 0;
- стандартное отклонение – 2" или $0,00055555^0$.

Далее, полученные значения смоделированных «ошибок измерений» были введены в вычисленные значения углов сети и, таким образом, формировались «результаты измерений».

В связи с тем, что вычисленные по приближенным значениям координат горизонтальные углы отличаются от «результатов измерений» горизонтальных углов, то вектор поправок к «результатам измерений» $V_0 = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n]^T$, где v_i – поправка к «результату измерения».

Поиск минимума целевой функции $f(x) = V_0^T P V_0 = \min$, где P – матрица весов независимых «результатов измерений», которая в данном примере равна E был выполнен в разработанном программном комплексе.

После достижения программой минимума целевой функции, выполнена априорная оценка точности в последовательности указанной в главе 2 п. 2.4.2: каждой координате определяемых пунктов было придано приращение $\Delta = 0,001$ км, вычислены значения коэффициентов нормальных уравнений неизвестных по формулам (2.26)-(2.28) и была сформирована матрица N_1 .

Затем была смоделирована новая совокупность «ошибок измерений», на которые опять изменены значения горизонтальных углов, вычисленные ранее по приближенным координатам определяемых пунктов. Была сформирована новая матрица N_2 . Данная последовательность моделирования «ошибок измерений» и расчета матрицы N_i повторялась 20 раз. В результате было сформировано 20 матриц N_i . Вычислив средние значения элементов матриц N_i , была сформирована средняя матрица N_{cp} , обратив которую получили обратную весовую матрицу координат определяемых пунктов (3.5):

$$Q_{xy} = N_{cp}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,039 & -0,011 & 0,014 & 0,047 & -0,023 & 0,009 \\ & 0,021 & -0,025 & -0,013 & 0,006 & -0,014 \\ & & 0,067 & 0,039 & -0,018 & 0,036 \\ & & & 0,114 & -0,057 & 0,025 \\ & & & & 0,042 & -0,023 \\ & & & & & 0,040 \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Из полученной матрицы Q_{xy} очевидно, что наиболее слабым пунктом сети является пункт C ($Q_C = 0,181$), средняя квадратическая ошибка положения которого $m_C = 0,85$ дм.

Значение средней квадратической ошибки наиболее слабого пункта сети C , определенное по методике проектирования на основе метода Монте-Карло, совпало с аналогичным значением, определенным по методике проектирования на основе «неискаженной модели» сети. Таким образом, можно говорить о корректных результатах проектирования сети триангуляции по обеим разработанным методикам проектирования с использованием поискового метода нелинейного программирования.

3.3 Проектирование плановой геодезической сети по схеме свободного стационарирования и высотной сети на основе «неискаженной модели» сети и поисковым методом на основе метода Монте-Карло

Проектирование на основе «неискаженной модели» сети

Приведем пример проектирования геодезической сети по схеме свободного стационарирования с использованием «неискаженной модели» сети для целей геодезического мониторинга. Пусть необходимо выполнить оценку проекта сети, представленной на рисунке 3.2, в которой пункты I-V – исходные пункты сети; пункты 1-6 – определяемые пункты сети, где 1, 3, 6 – точки установки электронного тахеометра, 2, 4, 5 – связующие точки.

Примем среднюю квадратическую ошибку измерения горизонтального угла $m_{\beta} = 2''$, среднюю квадратическую ошибку измерения расстояния $m_s = 2$ мм.

Координаты исходных пунктов и приближенные значения координат определяемых пунктов проектируемой геодезической сети представлены в таблице 3.4.

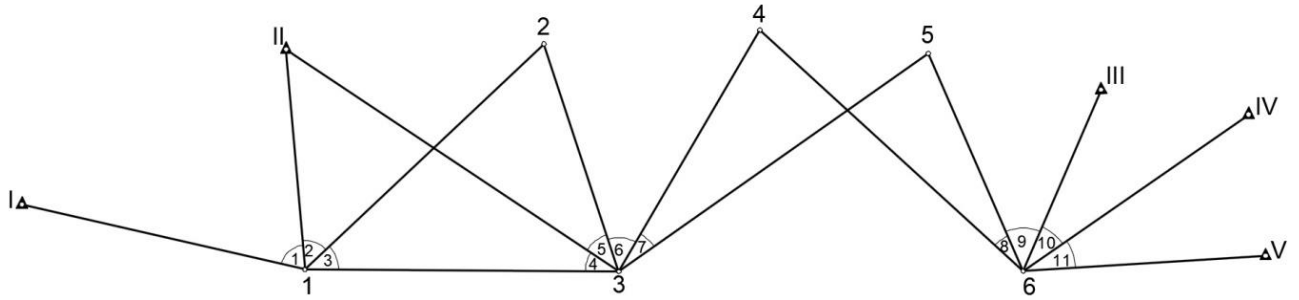


Рисунок 3.2 – Проект геодезической сети по схеме свободного стационарирования

Таблица 3.4 – Координаты исходных пунктов и приближенные значения координат определяемых пунктов

Наименование пункта сети	Координаты пунктов сети	
	x, м	y, м
I	2037,491	3121,173
II	2102,086	3231,728
III	2085,265	3572,562
IV	2074,909	3634,297
V	2016,105	3641,430
1	2010	3240
2	2104	3340
3	2010	3371
4	2110	3430
5	2100	3501
6	2010	3540

Программой были рассчитаны значения дирекционных углов в прямом и обратном направлениях, горизонтальные углы и длины сторон сети, формируя таким образом «результаты измерений», строго соответствующие координатам проектируемой геодезической сети. После выполнения условия $f(x) = V_0^T P V_0 = 0$, каждой координате определяемых пунктов было придано приращение $\Delta = 0,001$ м, программой вычислена матрица коэффициентов нормальных уравнений неизвестных N .

Обратив матрицу коэффициентов нормальных уравнений неизвестных, была получена полная обратная весовая матрица координат определяемых пунктов Q_{xy} размером 12×12 . Значения обратных весов координат определяемых пунктов представлены в таблице 3.5.

Таблица 3.5 – Обратные веса координат определяемых пунктов проектируемой сети, полученные на основе «неискаженной модели» сети

Номер определяемого пункта сети	Обратный вес координат определяемых пунктов сети	
	Q_x	Q_y
1	0,229	0,225
2	0,883	0,183
3	0,943	0,484
4	2,198	0,416
5	1,944	0,253
6	0,603	0,291

По данным таблицы 3.5 можно сделать вывод, что наиболее слабым пунктом сети является пункт 4, для которого $Q_4 = 2,62$.

Средняя квадратическая ошибка положения пункта 4: $m_4 = m_p \sqrt{Q_4} = 3,2$ мм.

Проектирование на основе метода Монте-Карло

Выполним проектирование сети, представленной на рисунке 3.2, при тех же исходных условиях поисковым методом на основе метода Монте-Карло. Для этого, как было указано ранее, необходимо смоделировать «ошибки измерений» горизонтальных углов и расстояний, что и было сделано в программе *Microsoft Excel* с использованием встроенной функции «Генератор случайных числе».

Далее «ошибки измерений» были введены в значения углов и расстояний, вычисленных по формулам обратной геодезической задачи, и формировались таким образом «результаты измерений». При этом запускалась программа поиска минимума целевой функции $f(x) = V_0^T P V_0 = \min$, где $V_0 = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n]^T$, v_i – поправка к «результату измерения»; P – матрица весов независимых «результатов измерений», которая в данном примере – единичная матрица E . Далее каждой координате определяемых пунктов было придано приращение $\Delta = 0,001$ мм и вычислена матрица N_i .

Указанная последовательность формирования «результатов измерений» и вычислений матрицы N_i выполнялась 20 раз. В результате была сформирована матрица N_{cp} , каждый элемент которой вычислялся как среднее арифметическое соответствующих элементов всех 20-ти матриц N_i . Обратная весовая матрица была получена обращением матрицы N_{cp} . Обратные веса координат определяемых пунктов проектируемой сети,

полученные поисковым методом на основе метода Монте-Карло, представлены в таблице 3.6.

Таблица 3.6 – Обратные веса координат определяемых пунктов проектируемой сети, полученные поисковым методом на основе метода Монте-Карло

Номер определяемого пункта сети	Обратный вес координат определяемых пунктов сети	
	Q_x	Q_y
1	0,229	0,225
2	0,882	0,183
3	0,942	0,484
4	2,197	0,416
5	1,943	0,253
6	0,603	0,290

Значения обратных весов, указанные в таблицах 3.5 и 3.6 подтверждают корректность выполнения проектирования на основе «неискаженной модели» сети и поисковым методом на основе метода Монте-Карло.

Проектирование высотной опорной сети на основе «неискаженной модели» сети

Рассмотрим проектирование высотной опорной сети на основе «неискаженной модели» сети на примере нивелирной сети из [2]. Пусть задана высотная опорная сеть, состоящая из шести стенных реперов R_{p4012} , R_{p4443} , R_{p14745} , R_{p8341} , R_{p3775} , R_{p8415} .

Запроектирован замкнутый ход по программе геометрического нивелирования. В качестве исходного репера был принят R_{p4012} .

В программу были введены значения длин сторон хода в км и число станций между реперами (таблица 3.7).

Таблица 3.7 – Параметры запроектированной высотной опорной сети

Стороны	Длины сторон хода L , км	Число станций n
$R_{p8415} - R_{p4012}$	0,2000	2
$R_{p3775} - R_{p8415}$	0,1500	2
$R_{p8341} - R_{p3775}$	0,2000	2
$R_{p14745} - R_{p8341}$	0,2500	3
$R_{p4443} - R_{p14745}$	0,3500	4
$R_{p4012} - R_{p4443}$	0,1500	2

В соответствии с данными таблица 3.7 была составлена диагональная весовая матрица (3.6)

$$P = \begin{bmatrix} 0,50 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ & 0,50 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ & & 0,50 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ & & & 0,33 & 0,00 & 0,00 \\ & & & & 0,25 & 0,00 \\ & & & & & 0,50 \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Высоты исходного репера высотной опорной сети и высоты определяемых реперов были введены в программу и вычислены значения превышений между ними, причем таким образом, чтобы выполнялось обязательное условие: сумма теоретических превышений должна быть равна нулю (см. п. 2.4.1).

Был составлен вектор поправок таким образом, чтобы выполнялось условие $V_0 = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n]^T = 0$, т.е. значение целевой функции $f(x) = V_0^T P V_0 = 0$.

В каждое значение высоты определяемых пунктов высотной сети было введено приращение $\Delta = 0,001$ мм и рассчитана обратная весовая матрица высот определяемых пунктов высотной опорной сети (3.7) согласно алгоритму, описанному в главе 2 п. 2.4.1

$$Q_H = \begin{bmatrix} 1,73 & 1,47 & 1,20 & 0,80 & 0,27 \\ & 2,93 & 2,40 & 1,60 & 0,53 \\ & & 3,60 & 2,40 & 0,80 \\ & & & 3,60 & 1,20 \\ & & & & 1,73 \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Наиболее слабыми пунктами высотной опорной сети оказались Rp_{14745} и Rp_{8341} .

Значение элементов полученной обратной весовой матрицы полностью совпали со значениями, рассчитанными параметрическим способом в [2], что подтверждает корректность применения разработанного метода проектирования на основе «неискаженной модели» сети.

3.4 Реализация алгоритма поискового метода для уравнивания коррелированных измерений

В главе 1 п. 1.3.5 отмечалось, что в работе [130] автор отмечает невозможность применения поисковых методов при уравнивании коррелированных переменных.

Рассмотрим возможность использования алгоритма поискового метода, описанного в главе 2 п. 2.3 и п. 2.8, для уравнивания коррелированных измерений. Для этого смоделируем две триангуляционных геодезических сети, в одной из них будут измерены горизонтальные направления, в другой – горизонтальные углы. Схемы сетей с результатами измерений представлены на рисунках 3.3 и 3.4.

Известно, что смежные горизонтальные углы являются зависимыми величинами, коэффициент корреляции которых равен $r_{\beta_i\beta_j} = -0,5$. Таким образом, имеем следующие исходные данные.

Задача 1: пусть задана триангуляционная сеть, состоящая из четырех пунктов, два из которых (t_2 и t_3) приняты за исходные, а пункты t_1 и t_4 – определяемые. В сети измерены 12 горизонтальных направлений со средней квадратической ошибкой измерения направлений $m_N = 5,0''$.

Задача 2: пусть задана триангуляционная сеть, состоящая из четырех пунктов, два из которых (t_2 и t_3) приняты за исходные, а пункты t_1 и t_4 – определяемые. В сети измерены 8 горизонтальных углов со средней квадратической ошибкой измерения углов $m_\beta = 7,1''$.

Исходные пункты имеют следующие координаты: $x_{t_2}=1964,947$ м; $y_{t_2}=3418,836$ м; $x_{t_3}=2013,231$ м; $y_{t_3}=3151,480$ м.

При выполнении уравнивания поисковым методом будет минимизироваться целевая функция $f(x)=V^T P V$, где V – поправки к результатам измерений, P – весовая матрица результатов измерений.

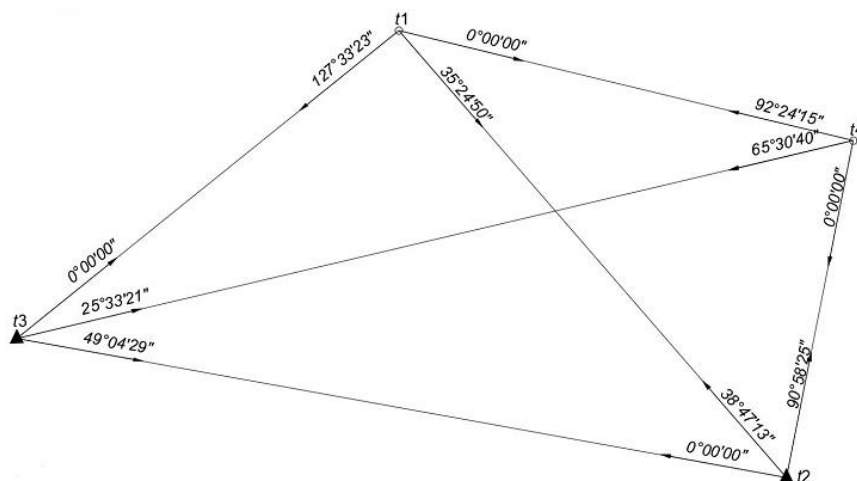


Рисунок 3.3 – Схема триангуляционной сети (измерены горизонтальные направления)

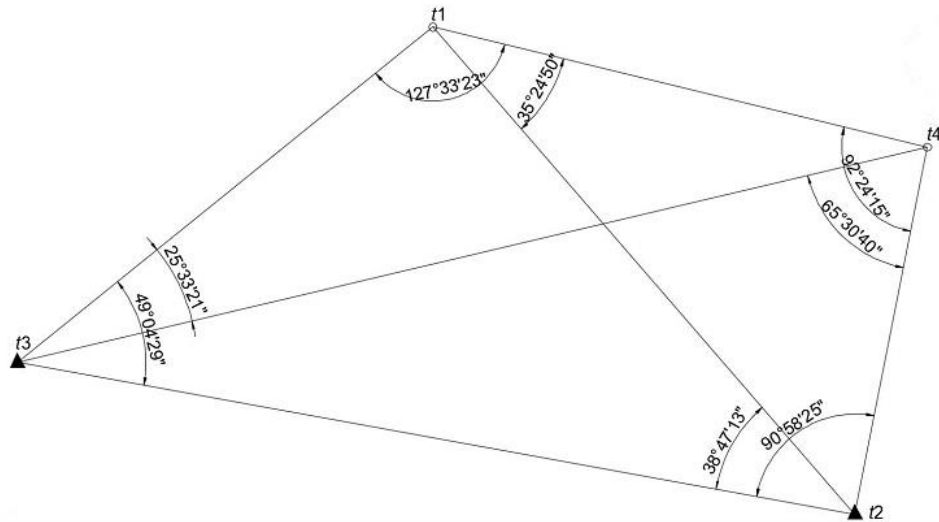


Рисунок 3.4 – Схема триангуляционной сети (измерены горизонтальные углы)

Уравнивание триангуляционной сети по направлениям (Задача 1)

В разработанной программе указываются координаты исходных пунктов и приближенные значения координат определяемых пунктов $t1$ и $t4$. Указывается массив измеренных значений горизонтальных направлений для первой задачи.

По координатам исходных и определяемых пунктов программа вычисляет значения дирекционных углов. Так как дирекционные углы в сети не измерялись, то параллельно рассчитываются величины ориентирующих углов. Откорректировав вычисленные значения дирекционных углов на соответствующую величину ориентирующего угла, получим вычисленные значения горизонтальных направлений. Программа получает результат в виде уклонения $v_{N_{ij}}$ значений вычисленных направлений по подобранным координатам от измеренных направлений. Для уклонения $v_{N_{ij}}$, i – номер точки стояния, j – номер точки визирования.

Полученные уклонения представляют элементы вектора поправок к результатам измерений V . После каждого цикла вычисляется значение целевой функции $f(x)=V^T P V$, процесс продолжается до тех пор, пока два последних значения функции не совпадут. Таким образом вычисляется $f(x)=V^T P V = \min$.

Для первой задачи вектор поправок к результатам измерений $V^T = [4,58 \quad -3,02 \quad -1,56 \quad 3,99 \quad 0,00 \quad -3,99 \quad 4,77 \quad -0,66 \quad -4,11 \quad 3,83 \quad -0,12 \quad -3,71]$.

Корреляционная матрица результатов измерений $K_{\Delta_{\text{изм}}}$ имеет размер 12×12 , на главной диагонали матрицы указаны квадраты средних квадратических ошибок

измерения горизонтальных направлений, т.е. для данной задачи диагональные элементы равны 25.

Весовая матрица результатов измерений, вычисляемая по формуле (2.64), имеет вид $P = K_{\Delta_{\text{изм}}}^{-1}$, диагональные элементы которой равны 0,04.

Таким образом, программа, выполнив несколько циклов приближений, нашла минимум целевой функции $f(x) = V^T P V$, который составил 5,316. Уравненные значения координат определяемых пунктов представлены в таблице 3.8.

Таблица 3.8 – Уравненные значения координат определяемых пунктов триангуляционной сети (задача 1)

Наименование пунктов	Координаты, м	
	x	y
t1	2120,0256	3284,1375
t4	2081,8053	3441,9930
t3	2013,2310	3151,4800
t2	1964,9470	3418,8360

Уравнивание триангуляционной сети по углам (Задача 2)

В программе вновь указываются координаты исходных пунктов и приближенные значения координат определяемых пунктов t1 и t4. Указывается массив измеренных значений горизонтальных углов для второй задачи.

Корреляционная матрица результатов измерений $K_{\Delta_{\text{изм}}}$ (3.8) будет иметь размер 8x8, на главной диагонали указаны квадраты средних квадратических ошибок измерения горизонтальных углов, вне главной диагонали расположены соответствующие корреляционные моменты $r_{\beta_i \beta_j} m_{\beta_i} m_{\beta_j}$.

$$K_{\Delta_{\text{изм}}} = \begin{bmatrix} 50 & -25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -25 & 50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & -25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -25 & 50 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 50 & -25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -25 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50 & -25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -25 & 50 \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Весовая матрица результатов измерений P по формуле (2.64) равна (3.9):

$$P = \begin{bmatrix} 0,027 & 0,013 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,013 & 0,027 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,027 & 0,013 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,013 & 0,027 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,027 & 0,013 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,013 & 0,027 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,027 & 0,013 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,013 & 0,027 \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

По координатам определяемых пунктов программа вычисляет значения дирекционных углов, а по разностям соответствующих дирекционных углов вычисляются значения горизонтальных углов. Затем программа рассчитывает уклонения $v_{N_{ij}}$ вычисленных по координатам значений углов от измеренных углов. Таким образом, для второй задачи получили вектор поправок к результатам измерений V (3.10):

$$V^T = [-6,14 \quad -1,46 \quad -4,00 \quad -3,99 \quad -5,42 \quad -3,45 \quad -3,95 \quad -3,59]. \quad (3.10)$$

После нескольких циклов приближений, программа нашла минимум целевой функции $f(x) = V^T P V = 5,316$, который совпал со значением минимума целевой функции в задаче 1. Уравненные значения координат определяемых пунктов после работы программы также совпали со значениями уравненных координат из задачи 1, представленные в таблице 3.8. Попутно отметим, что в результате уравнивания сети по углам без учета корреляции между смежными углами получен следующий вектор поправок к измеренным углам (3.11):

$$V^T = [-5,47 \quad -1,53 \quad -4,20 \quad -3,59 \quad -5,84 \quad -4,10 \quad -3,89 \quad -3,38]. \quad (3.11)$$

Он, как и $V^T P V = 2,805$, не совпал, как и следовало ожидать, с результатами предыдущих двух уравниваний.

В результате уравнивания триангуляционной сети по измеренным значениям горизонтальных направлений и коррелированным значениям смежных горизонтальных углов были получены равные значения минимумов квадратической целевой функции $f(x) = V^T P V$. Также для рассмотренных двух задач совпали уравненные значения координат определяемых пунктов. Таким образом, можно сделать вывод, что поисковый метод нелинейного программирования можно успешно применять для уравнивания коррелированных измерений. Результаты данного исследования опубликованы автором диссертации в работе [163].

3.5 Использование комбинации поисковых методов Пауэлла и ДСК для уравнивания и оценки точности элементарных геодезических построений при различных условиях

Постановка задачи

Рассмотрим возможность использования алгоритма поискового метода, описанного выше, для уравнивания элементарных геодезических построений, на примере геодезического треугольника.

Пусть задана сеть, состоящая из трех пунктов, два из которых (t_2 и t_3) приняты за исходные. В данной сети измерены 6 направлений и 2 стороны (рисунок 3.5), соответственно число избыточных измерений в сети равно 3.

Исходные пункты имеют следующие координаты: $x_{t_2}=1964,947$ м; $y_{t_2}=3418,836$ м; $x_{t_3}=2013,231$ м; $y_{t_3}=3151,480$ м. Рассмотрим уравнивание данного геодезического треугольника при различных условиях.

Уравнивание и оценка точности геодезической сети без учета ошибок исходных данных

При выполнении уравнивания поисковым методом, как правило, минимизируется целевая функция $f(x) = [pv^2] = \min$, где p_i – веса результатов измерений, v_i – поправки к результатам измерений.

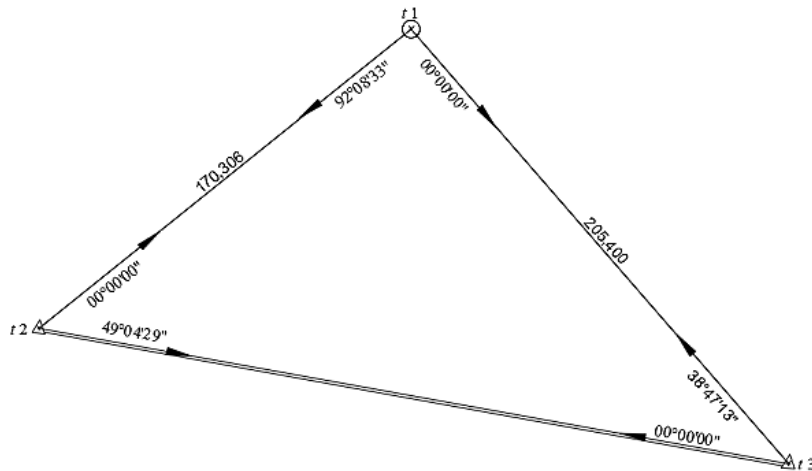


Рисунок 3.5. – Измеренные элементы геодезической сети

Для уравнивания сети поисковым методом была составлена программа поиска минимума целевой функции, которая реализует алгоритм, приведенный выше. Данная программа работает в среде *Microsoft Excel* в виде макроса, записанного языком *VBA*.

В программе были указаны координаты исходных пунктов, приближенные значения координат определяемого пункта $t1$, а также массив измеренных значений направлений и расстояний, их средние квадратические ошибки.

Подбирая координаты определяемого пункта, программа по формулам обратной геодезической задачи вычисляет значения расстояний и дирекционных углов. Вычисляя разность между вычисленными и измеренными расстояниями, получаем уклонения v_{S_i} . Так как дирекционные углы в сети не измерялись, то параллельно рассчитываются величины ориентирующих углов. Откорректировав вычисленные значения дирекционных углов на соответствующую величину ориентирующего угла, получим вычисленные значения горизонтальных направлений. Программа получает результат в виде уклонений v_{N_i} значений направлений, вычисленных по подобранным координатам, от измеренных направлений. После каждого цикла вычисляется значение целевой функции $f(x) = [pv^2]$ и так продолжается до тех пор, пока два последних значения функции не совпадут. Таким образом, вычисляется $[pv^2] = \min$. Уравнение геодезического треугольника без учета ошибок исходных данных было реализовано при двух различных условиях:

1) расстояниям и направлениям присваивался одинаковый вес. Для этого принято, что $m_S = 5$ мм, $m_N = 5''$ и поэтому $\sqrt{p_{S_{t1-t2}}} = 1,000$, $\sqrt{p_{S_{t1-t3}}} = 1,000$, $\sqrt{p_{N_i}} = 1,000$;

2) расстояниям и направлениям присваивались разные веса. Для этого было принято, что $m_{S_{t1-t2}} = 7$ мм, $m_{S_{t1-t3}} = 10$ мм, $m_N = 5''$ и поэтому $\sqrt{p_{S_{t1-t2}}} = 0,714$, $\sqrt{p_{S_{t1-t3}}} = 0,500$, $\sqrt{p_{N_i}} = 1,000$.

Сначала в программу вводятся значения координат исходных пунктов и приближенные значения координат определяемого пункта. Далее вносятся измеренные значения расстояний и горизонтальных направлений. После этого выделяются изменяемые ячейки (координаты определяемого пункта) и запускается макрос в *Microsoft Excel*. Выполнив необходимое число итераций и достигнув минимум целевой функции, программа находит значения координат пункта $t1$ и рассчитывает разности между вычисленными и измеренными значениями расстояний и направлений и тем самым определяет уклонения (поправки) к результатам измерений.

При реализации первого условия в рамках решаемой задачи уклонения умножались на величину веса $\sqrt{p} = 1,000$ для приведения к равноточному виду, т.е. программа работала на поиск $f(x) = [vv] = \min$.

Результаты уравнивания представлены в таблицах 3.9 и 3.10.

Таблица 3.9 – Вычисленные поисковым методом координаты пунктов сети и уклонения расстояний

Пункт	Измеренные расстояния, м	Вычисленные расстояния, м	Уклонения расстояний, мм	Координаты, м	
				x	y
t2	–	271,6810	–	1964,9470	3418,8360
t3	170,3060	170,3058	–0,16	2013,2310	3151,4800
t1				2120,0247	3284,1419
t2	205,4000	205,4059	5,91	–	–

Таблица 3.10 – Вычисленные поисковым методом значения горизонтальных направлений и уклонения направлений

Пункт	Наименование направления	Измеренное горизонтальное направление	Вычисленный дирекционный угол	Вычисленный ориентирующий угол	Уклонения направлений
t3				51 ⁰ 09'50.7"	
	t1	00 ⁰ 00'00.0"	51 ⁰ 09'56.6"	51 09 56.6	5,88"
	t2	49 04 29.0	100 14 13.8	51 09 44.8	–5,88
t1				139 ⁰ 01'24.6"	
	t2	00 00 00.0	139 01 25.6	139 01 25.7	1,00
	t3	92 08 33.0	231 09 56.6	139 01 23.5	–1,00
t2				280 ⁰ 14'13.2"	
	t3	00 00 00.0	280 14 13.8	280 14 13.9	0,62
	t1	38 47 13.0	319 01 25.6	280 14 12.4	–0,62

Выполненное уравнивание сети поисковым методом сравнивалось с результатами уравнивания аналогичной сети в программе «NW», составленной профессором Коугия В. А. (2003 г.). Данная программа осуществляет уравнивание классическим параметрическим способом. На рисунках 3.6 и 3.7 представлены результаты такого уравнивания.

F:\NW\NW\NW.EXE				
Название сети: 1_1				
Список координат пунктов.				
NN	Имя	x	y	
1	t2	1964.947	3418.836	исх
2	t3	2013.231	3151.480	исх
3	t1	2120.025	3284.142	-

Список уравненных дирекционных углов и расстояний.				
	с пункта	на пункт	дир. угол гр.мин.сек.	расстояние м.
1.	t2	t3	280 14 13.8	271.681
2.	t2	t1	319 1 25.6	205.406
3.	t3	t1	51 9 56.6	170.306

Рисунок 3.6 – Уравненные координаты пунктов, дирекционные углы и расстояния по программе «NW» профессора Коугия В.А.

F:\NW\NW\NW.EXE				
Название сети: 1_1				
Значения поправок к результатам измерений.				
Поправки к направлениям (сек):				
с пункта	на пункт	поправка v	допуск d	v/d
t1	t2	1.00	6.6	0.151
t1	t3	-1.00	6.6	0.151
t2	t3	0.62	7.6	0.081
t2	t1	-0.62	7.6	0.081
t3	t1	5.88	7.3	0.804
t3	t2	-5.88	7.3	0.804

Значения поправок к результатам измерений.				
Поправки к расстояниям (мм):				
с пункта	на пункт	поправка v	допуск d	v/d
t1	t2	5.91	9.4	0.631
t1	t3	-0.16	8.5	0.019

Рисунок 3.7 – Поправки в результаты измерений по программе «NW» профессора Коугия В.А.

Согласно представленной в главе 2 п. 2.10 последовательности выполнения оценки точности, была получена обратная весовая матрица (3.12):

$$Q = \begin{bmatrix} 2,910 & -0,110 \\ -0,110 & 1,610 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,345 & 0,024 \\ 0,024 & 0,623 \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

По формулам (2.78), (2.79) получаем $\mu = 6,0$; $m_{x_1} = 3,5$ мм; $m_{y_1} = 4,7$ мм; по формуле (2.75) $M_1 = 5,9$ мм.

Для контроля оценка точности уравнивания данного геодезического треугольника выполнялась в программе «NW». По результатам уравнивания была получена апостериорная ковариационная матрица ошибок пунктов сети и результаты оценки точности представлены на рисунке 3.8.

Из приведенных результатов видно, что значения средних квадратических ошибок m_{x_1} , m_{y_1} координат определяемого пункта и средняя квадратическая ошибка M_1 положения определяемого пункта, полученные после уравнивания сети поисковым методом и параметрическим – одинаковые.

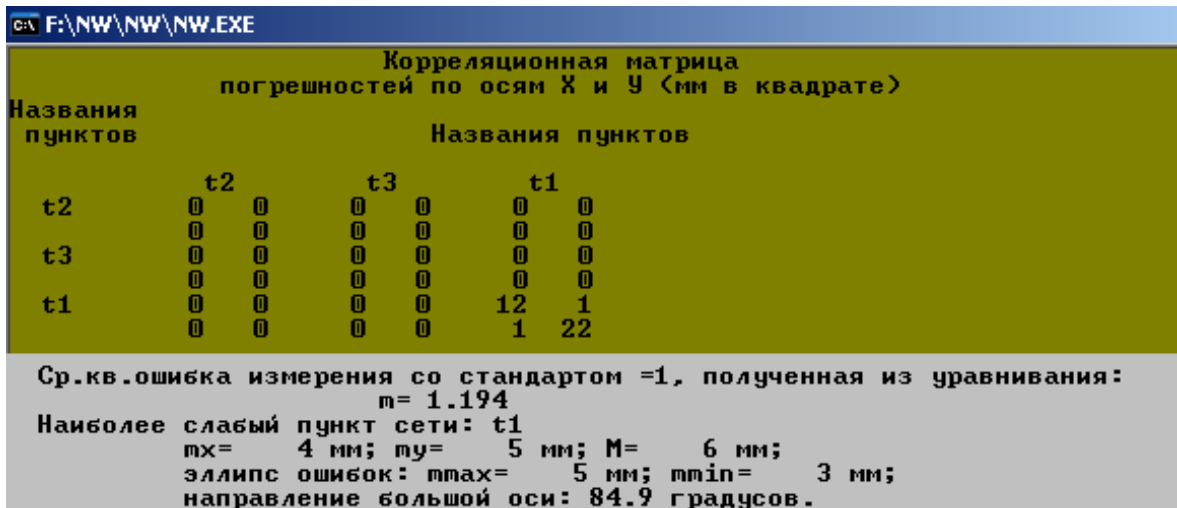


Рисунок 3.8 – Апостериорная оценка точности уравнивания сети по программе профессора Коугия В.А.

При реализации второго условия, уклонения расстояний $v_{S_{t1-t2}}$ и $v_{S_{t1-t3}}$ умножались на соответствующую величину $\sqrt{p_{S_{t1-t2}}} = 0,714$, $\sqrt{p_{S_{t1-t3}}} = 0,500$ и вся система уравнивалась заново (таблица 3.11).

Минимизировалась целевая функция $f(x)=[pv^2]$. Проверка полученных результатов проводилась также в программе «NW».

Таблица 3.11 – Вычисленные поисковым методом координаты пунктов сети и уклонения расстояний

Пункты	Измеренные расстояния, м	Вычисленные расстояния, м	Уклонения расстояний, мм	Координаты, м	
				x	y
t2	–	271,6810	–	1964,9470	3418,8360
t3	–	170,3048	–	2013,2310	3151,4800
t1	170,3060	170,3048	–1,22	2120,0254	3284,1400
t2	205,4000	205,4077	7,70	–	–

Значения поправок к расстояниям, направлениям, значения координат, а также уравниваемые значения дирекционных углов и расстояний, полученные параметрическим способом в программе профессора Коугия В.А., полностью совпали с аналогичными значениями, рассчитанными поисковым методом.

Далее была рассчитана обратная весовая матрица для второго условия задачи, которая получилась равной (3.13):

$$Q = \begin{bmatrix} 2,340 & -0,240 \\ -0,240 & 0,950 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,439 & 0,111 \\ 0,111 & 1,081 \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Таким образом, получаем $\mu = 5,3$; $m_{x_1} = 3,5$ мм; $m_{y_1} = 5,5$ мм; $M_1 = 6,5$ мм. Результаты СКО координат и положения определяемого пункта t_1 , вычисленные поисковым методом и в программе «NW» совпали.

Уравнивание и оценка точности геодезической сети с учетом ошибок исходных данных

Часто в геодезической практике приходится сталкиваться с задачей учета ошибок исходных данных геодезических сетей. Особенно это актуально, когда решаются вопросы мониторинга стабильности зданий и сооружений.

При уравнивании геодезического треугольника с учетом ошибок исходных данных, рассматривались два условия:

- 1) без учета корреляционных связей между исходными пунктами;
- 2) с учетом корреляционных связей между ошибками исходных пунктов.

Для решения данного тестового примера зададим ковариационную матрицу ошибок исходных данных без учета корреляционных связей между ошибками исходных пунктов t_2 и t_3 в виде (3.14):

$$K_E = \begin{bmatrix} 9 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -3 \\ 0 & 0 & -3 & 6 \end{bmatrix} \text{ мм}^2. \quad (3.14)$$

Примем значение средней квадратической ошибки измеренных направлений равным $5''$, средние квадратические ошибки измеренных расстояний $s_{t_1-t_2}$ и $s_{t_1-t_3}$ равными соответственно 7 и 10 мм. Тогда ковариационная матрица результатов измерений (3.15):

$$K_{\Delta_{\text{изм}}} = \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 25 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 25 & 0 & 0 \\ & & & & & & 49 & 0 \\ & & & & & & & 100 \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

Матрица влияния ошибок в исходных данных на их ковариационную матрицу Φ для данной плановой сети имеет размер 8×4 (3.16):

$$\Phi = \begin{bmatrix} \frac{-\sin \alpha_{N_{12}}}{s_{12}} \rho & \frac{\cos \alpha_{N_{12}}}{s_{12}} \rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-\sin \alpha_{N_{13}}}{s_{13}} \rho & \frac{\cos \alpha_{N_{13}}}{s_{13}} \rho \\ \frac{\sin \alpha_{N_{23}}}{s_{23}} \rho & \frac{-\cos \alpha_{N_{23}}}{s_{23}} \rho & \frac{-\sin \alpha_{N_{23}}}{s_{23}} \rho & \frac{\cos \alpha_{N_{23}}}{s_{23}} \rho \\ \frac{\sin \alpha_{N_{21}}}{s_{21}} \rho & \frac{-\cos \alpha_{N_{21}}}{s_{21}} \rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sin \alpha_{N_{31}}}{s_{31}} \rho & \frac{-\cos \alpha_{N_{31}}}{s_{31}} \rho \\ \frac{-\sin \alpha_{N_{32}}}{s_{32}} \rho & \frac{\cos \alpha_{N_{32}}}{s_{32}} \rho & \frac{\sin \alpha_{N_{32}}}{s_{32}} \rho & \frac{-\cos \alpha_{N_{32}}}{s_{32}} \rho \\ \cos \alpha_{N_{12}} & \sin \alpha_{N_{12}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha_{N_{13}} & \sin \alpha_{N_{13}} \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

где $\alpha_{N_{ij}}$ – дирекционный угол соответствующего направления N_{ij} ; s_{ij} – расстояние между пунктами i и j ; ρ – число секунд в одном радиане.

Вычислив по приведенным формулам матрицу Φ , получим (3.17):

$$\Phi = \begin{bmatrix} -0,659 & -0,758 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & 0,943 & -0,759 \\ -0,747 & -0,135 & 0,747 & 0,135 \\ -0,659 & -0,758 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & 0,943 & -0,759 \\ -0,747 & -0,135 & 0,747 & 0,135 \\ -0,755 & 0,656 & 0,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & -0,627 & -0,779 \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Вычислив ковариационную матрицу свободных членов по (2.65) и обратив ее, по формуле (2.64) получаем, что весовая матрица P равна (3.18):

$$P = \begin{bmatrix} 0,031 & 0,001 & -0,004 & -0,009 & 0,001 & -0,004 & 0,000 & 0,000 \\ & 0,030 & -0,003 & 0,001 & -0,010 & -0,003 & 0,000 & 0,000 \\ & & 0,034 & -0,004 & -0,003 & -0,006 & -0,001 & 0,001 \\ & & & 0,031 & 0,001 & -0,004 & 0,000 & 0,000 \\ & & & & 0,030 & -0,003 & 0,000 & 0,000 \\ & & & & & 0,034 & -0,001 & 0,001 \\ & & & & & & 0,019 & 0,000 \\ & & & & & & & 0,010 \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

После того как рассчитывается весовая матрица, последовательно изменяются координаты определяемого пункта $t1$ на величину $\pm\Delta=0,001$ м и программным путем находится вектор поправок к результатам измерений, вычисляя при этом значение целевой функции $f(x)=V^T P V$.

Алгоритм будет работать до тех пор, пока не будет достигнут минимум данной функции. Часть результатов уравнивания геодезического треугольника поисковым методом с учетом ошибок исходных данных, но без учета корреляционных связей между ошибками исходных пунктов, представлены в таблице 3.12.

Таблица 3.12 – Вычисленные поисковым методом координаты пунктов сети и уклонения расстояний

Пункты	Измеренные расстояния, м	Вычисленные расстояния, м	Уклонения расстояний, мм	Координаты, м	
				x	y
$t2$	–	271,6810	–	1964,9470	3418,8360
$t3$	–	271,6810	–	2013,2310	3151,4800
$t1$	170,3060	170,3043	–1,72	2120,0248	3284,1398
$t2$	205,4000	205,4074	7,36	–	–

Выполнив оценку точности уравненных результатов измерений, получили обратную весовую матрицу (3.19):

$$Q = \begin{bmatrix} 0,062 & -0,006 \\ -0,006 & 0,033 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 16,418 & 2,985 \\ 2,985 & 30,846 \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

При этом: средняя квадратическая ошибка единицы веса $\mu = 1,04$; средняя квадратическая ошибка координат определяемого пункта $m_{x_1} = 4,2$ мм; $m_{y_1} = 5,8$ мм; средняя квадратическая ошибка положения определяемого пункта $M_1 = 7,2$ мм.

Подтверждение полученных результатов уравнивания выполнялось, как и в предыдущих примерах, по программе «NW» Коугия В.А.

Рассмотрим пример уравнивания геодезического треугольника с учетом ошибок исходных данных и корреляционных связей между исходными пунктами:

1) пусть ковариационная матрица K_E ошибок исходных пунктов имеет вид (3.20)

$$K_E = \begin{bmatrix} 9 & 7 & -4 & 3 \\ & 9 & 3 & -2 \\ & & 6 & -4 \\ & & & 6 \end{bmatrix} \text{ мм}^2; \quad (3.20)$$

2) ковариационная матрица результатов измерений $K_{\Delta_{\text{изм}}}$ остается такой же, как указано в (3.15);

3) матрица влияния ошибок исходных данных на результаты измерений Φ остается без изменений в рассматриваемой задаче и равна (3.16);

4) вычисляется ковариационная матрица свободных членов по (2.65);

5) вычисляется весовая матрица по (2.64).

Запустив программу поиска минимума, получаем значения координат определяемого пункта (таблица 3.13), уравненные дирекционные углы, расстояния и уклонения.

Таблица 3.13 – Вычисленные поисковым методом координаты пунктов сети и уклонения расстояний

Пункты	Измеренные расстояния, м	Вычисленные расстояния, м	Уклонения расстояний, мм	Координаты, м	
				x	y
t_2	–	271,6810	–	1964,9470	3418,8360
t_3				2013,2310	3151,4800
t_1	170,3060	170,3041	–1,93	2120,0245	3284,1398
t_2	205,4000	205,4072	7,19		
				–	–

Выполнив оценку точности уравненных результатов измерений, получили следующие результаты:

– обратная весовая матрица $Q = \begin{bmatrix} 0,068 & -0,012 \\ -0,012 & 0,037 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 15,599 & 5,059 \\ 5,059 & 28,668 \end{bmatrix};$

– средняя квадратическая ошибка единицы веса $\mu = 1,04;$

– средняя квадратическая ошибка координат определяемого пункта $m_{x_1} = 4,1$ мм;
 $m_{y_1} = 5,6$ мм;

– средняя квадратическая ошибка положения определяемого пункта $M_1 = 6,9$ мм.

Проверка по программе профессора Коугия В.А. показала одинаковые результаты уравнивания геодезического треугольника поисковым методом и параметрическим способом, что подтверждает корректность применения поискового метода для уравнивания сетей с различными условиями.

Основные результаты описанного выше исследования опубликованы автором диссертации в работе [135].

Уравнивание свободной геодезической сети при различных условиях

При выполнении мониторинга зданий и сооружений зачастую на объекте приходится создавать свободную геодезическую сеть и выполнять уравнивание исходных пунктов наравне с определяемыми.

Свободные сети – сети, у которых исходных данных L меньше необходимых K_M :
 Если $L = K_M$ – сети нуль-свободные, если $L > K_M$ – сети несвободные [28].

Как отмечается в [9, 72] сети могут быть максимально свободными, например при неопределенности начала системы координат, отсутствии ориентации и масштабирования в плановых сетях (x, y, α, m) -свободная сеть, и полусвободными, например, (x, y) -свободная сеть, когда заданы ориентация и масштаб.

Рассмотрим уравнивание (x, y) -свободной сети поисковым методом нелинейного программирования на примере геодезического треугольника (рисунок 3.5), но со следующими исходными данными: в рассматриваемой сети зададим приближенные координаты всех пунктов как $x_{i2}=1964,000$ м; $y_{i2}=3418,800$ м; $x_{i3}=2013,200$ м; $y_{i3}=3151,400$ м.; $x_{i1} = 2120,000$ м; $y_{i1} = 3284,100$ м.

Уравнивание геодезической сети как свободной было реализовано при двух различных условиях:

1) расстояниям и направлениям присваивался одинаковый вес. Для этого средняя квадратическая ошибка расстояний была задана 5 мм, средняя квадратическая ошибка направлений – 5", следовательно $\sqrt{p_{S_{i1-i2}}} = 1,000$, $\sqrt{p_{S_{i1-i3}}} = 1,000$, $\sqrt{p_{N_i}} = 1,000$;

2) расстояниям и направлениям присваивался разный вес. Для этого средние квадратические ошибки расстояний S_{t1-t2} и S_{t1-t3} были заданы 7 мм и 10 мм соответственно, средняя квадратическая ошибка направлений – 5", таким образом, $\sqrt{p_{S_{t1-t2}}} = 0,714$, $\sqrt{p_{S_{t1-t3}}} = 0,500$, $\sqrt{p_{N_i}} = 1,000$.

При реализации первого условия в рамках решаемой задачи, уклонения (поправки) умножались на величину веса $\sqrt{p} = 1$, т.е. целевая функция $f(x) = [vv] = \min$.

Результаты уравнивания представлены в таблицах 3.14 и 3.15.

Таблица 3.14 – Вычисленные поисковым методом координаты пунктов сети и уклонения расстояний

Пункт	Измеренные расстояния, м	Вычисленные расстояния, м	Уклонения расстояний, мм	Координаты, м	
				x	y
<i>t2</i>	–	271,6742	–	1964,0813	3418,6901
<i>t3</i>				2012,8026	3151,4204
<i>t1</i>	170,3060	170,3031	–2,89	2119,3781	3284,2541
<i>t2</i>	205,4000	205,4024	2,40	–	–

Таблица 3.15 – Вычисленные поисковым методом значения горизонтальных направлений и уклонения направлений

Пункт	Наименование направления	Измеренное горизонтальное направление	Вычисленный дирекционный угол	Вычисленный ориентирующий угол	Уклонения направлений
<i>t3</i>				51°15'28.0"	
	<i>t1</i>	00°00'00.0"	51°15'32.9"	51 15 32.9	4,87"
	<i>t2</i>	49 04 29.0	100 19 52.1	51 15 23.1	–4,87
<i>t1</i>				139°07'2.68"	
	<i>t2</i>	00 00 00.0	139 07 5.48	139 07 5.48	2,80
	<i>t3</i>	92 08 33.0	231 15 32.8	139 06 59.9	–2,80
<i>t2</i>				280°19'52.3"	
	<i>t3</i>	00 00 00.0	280 19 52.1	280 19 52.1	0,17
	<i>t1</i>	38 47 13.0	319 07 5.48	280 19 52.4	–0,17

Выполненное уравнивание сети поисковым методом сравнивалось с результатами уравнивания аналогичной сети по программе «NW», составленной профессором Коугия В. А.

На рисунках 3.9 и 3.10 представлены результаты такого уравнивания.

NW-НОВ.EXE			
Название сети: 2_1			
Список координат пунктов.			
Имя	x	y	
t2	1964.940	3418.832	исх
t3	2013.235	3151.484	исх
t1	2120.022	3284.148	

NW-НОВ.EXE			
Название сети: 2_1			
Список урвненных дирекционных углов и расстояний.			
с пункта	на пункт	дир. угол гр.мин.сек.	расстояние м.
1. t2	t3	280 14 22.6	271.674
2. t3	t1	319 1 36.0	205.402
3. t3	t1	51 10 3.3	170.303

Рисунок 3.9 – Урвненные координаты пунктов, дирекционные углы и расстояния по программе «NW» проф. Коугия В.А.

NW-НОВ.EXE				
Название сети: 2_1				
Значения поправок к результатам измерений.				
с пункта	на пункт	поправка v	допуск d	v/d
t1	t2	2.81	5.1	0.548
t1	t3	-2.81	5.1	0.550
t2	t3	-0.18	7.4	0.024
t2	t1	0.18	7.4	0.024
t3	t1	4.87	6.9	0.704
t3	t2	-4.87	6.9	0.702

NW-НОВ.EXE				
Название сети: 2_1				
Значения поправок к результатам измерений.				
с пункта	на пункт	поправка v	допуск d	v/d
t1	t2	2.41	4.7	0.511
t1	t3	-2.88	5.8	0.501

Рисунок 3.10 – Поправки к направлениям и расстояниям, вычисленные по программе «NW» проф. Коугия В.А.

При реализации второго условия, уклонения расстояний $v_{S_{t1-t2}}$ и $v_{S_{t1-t3}}$ умножались на соответствующую величину $\sqrt{p_{S_{t1-t2}}}=0,714$, $\sqrt{p_{S_{t1-t3}}}=0,500$ и вся система уравнивалась заново. Минимизировалась целевая функция $f(x) = [pv^2]$.

В результате были получены координаты пунктов сети, урвненные расстояния, дирекционные углы и уклонения расстояний и направлений, представленные в таблицах 3.16 и 3.17.

Таблица 3.16 – Вычисленные поисковым методом координаты пунктов сети и уклонения расстояний

Пункт	Измеренные расстояния, м	Вычисленные расстояния, м	Уклонения расстояний, мм	Координаты, м	
				x	y
t2	–	271,6722	–	1964,0793	3418,6882
t3	–	205,4000	–	2012,8051	3151,4213
t1	170,3060	170,2995	–6,54	2119,3773	3284,2531
t2	205,4000	205,4027	2,66	–	–

Таблица 3.17 – Вычисленные поисковым методом значения горизонтальных направлений и уклонения направлений

Пункт	Наименование направления	Измеренное горизонтальное направление	Вычисленный дирекционный угол	Вычисленный ориентирующий угол	Уклонения направлений
t3				51°15'30.8"	
	t1	00°00'00.0"	51°15'34.6"	51 15 34.6	3,84"
	t2	49 04 29.0	100 19 55.9	51 15 26.9	-3,84
t1				139°07'04.3"	
	t2	00 00 00.0	139 07 6.95	139 07 6.96	2,67
	t3	92 08 33.0	231 15 34.6	139 07 01.6	-2,67
t2				280°19'54.9"	
	t3	00 00 00.0	280 19 55.9	280 19 55.9	0,99
	t1	38 47 13.0	319 07 6.95	280 19 53.9	-0,99

Вновь выполнялась проверка полученных результатов уравнивая свободной сети поисковым методом с результатами уравнивания аналогичной сети в программе «NW». Результаты такого уравнивания представлены на рисунках 3.11, 3.12.

The screenshot shows the NW program interface with the following data:

NW\NW-НОВ.EXE			
Название сети: 2_2			
Список координат пунктов.			
Имя	x	y	исх
t2	1964.942	3418.832	исх
t3	2013.235	3151.486	исх
t1	2120.022	3284.145	-

Название сети: 2_2			
Список уравненных дирекционных углов и расстояний.			
с пункта	на пункт	дир. угол гр. мин. сек.	расстояние м.
1. t2	t3	280 14 21.4	271.672
2. t2	t1	319 1 32.4	205.403
3. t3	t1	51 10 0.1	170.299

Рисунок 3.11 – Уравненные координаты пунктов, дирекционные углы и расстояния по программе «NW» проф. Коугия В.А.

The screenshot shows the NW program interface with the following data:

Название сети: 2_2				
Значения поправок к результатам измерений.				
Поправки к направлениям (сек):				
с пункта	на пункт	поправка v	допуск d	v/d
t1	t2	2.67	5.1	0.522
t1	t3	-2.67	5.1	0.520
t2	t3	0.99	6.5	0.153
t2	t1	-0.99	6.5	0.153
t3	t1	3.84	6.2	0.619
t3	t2	-3.84	6.2	0.620

Название сети: 2_2				
Значения поправок к результатам измерений.				
Поправки к расстояниям (мм):				
с пункта	на пункт	поправка v	допуск d	v/d
t1	t2	2.66	7.0	0.379
t1	t3	-6.54	17.2	0.379

Рисунок 3.12 – Поправки к направлениям и расстояниям, вычисленные по программе «NW» проф. Коугия В.А.

Из таблиц 3.14-3.17 и рисунков 3.9-3.12 видно, что уравненные значения расстояний между пунктами, а также значения поправок к направлениям и расстояниям при двух условиях уравнивания (с одинаковыми и разными назначенными весами), полученные поисковым методом и по программе «NW», полностью совпали.

Значения дирекционных углов, рассчитанные поисковым методом, отличаются от значений уравненных дирекционных углов, рассчитанных по программе профессора Коугия В.А., на величину:

$$- 0^{\circ}05'29.5'' \text{ по всем значениям для первого условия с весами } \sqrt{p_{S_{i1-i2}}} = 1,000, \\ \sqrt{p_{S_{i1-i3}}} = 1,000, \sqrt{p_{N_i}} = 1,000;$$

$$- 0^{\circ}05'34.5'' \text{ по всем значениям для второго условия с весами } \sqrt{p_{S_{i1-i2}}} = 0,714, \\ \sqrt{p_{S_{i1-i3}}} = 0,500, \sqrt{p_{N_i}} = 1,000.$$

Данные расхождения указывают на отличие в ориентировке рассматриваемой геодезической сети.

Расхождения в значениях уравненных координат поисковым методом от уравненных координат по программе «NW» объясняются отсутствием неизменного положения исходных пунктов, т.к. в рассматриваемой свободной сети исходные пункты уравнивались наравне с определяемым.

Таким образом, можно говорить о надежности и корректности получаемых результатов уравнивания геодезической сети как свободной с использованием поисковых методов. Результаты уравнивания свободных геодезических сетей опубликованы автором диссертации в работе [139].

3.6 Реализация комбинации поисковых методов Пауэлла и ДСК для уравнивания и оценки точности пространственных геодезических построений при различных условиях

Смоделирована пространственная сеть, состоящая из четырех пунктов, два из которых (т2 и т3) приняты за исходные, а пункты т1 и т4 – определяемые. В данной сети заданы измеренные значения: 12 горизонтальных направлений (N), 5 наклонных расстояний (D) и 10 зенитных расстояний (Z). Соответственно число избыточных

измерений в данной сети равно 17. Исходным пунктам присвоены координаты, указанные в таблице 3.18.

Таблица 3.18 – Измеренные значения в пространственной геодезической сети

Пункт	Наименование направления	Измеренное горизонтальное направление	Измеренное зенитное расстояние	Измеренное наклонное расстояние, м	Координаты исходных пунктов, м		
					x	y	H
т3	т1	0°00'00"	86°40'17"	–	2013,231	3151,480	100,000
	т4	25 33 21	88 16 21				
	т2	49 04 29	–				
т1	т4	00 00 00	90 19 00	162,422	–	–	–
	т2	35 24 50	91 13 42	205,455			
	т3	127 33 23	93 19 35	170,590			
т4	т2	00 00 00	91 40 54	119,179	–	–	–
	т3	65 30 40	91 43 42	298,639			
	т1	92 24 15	89 41 01	–			
т2	т3	00 00 00	–	–	1964,947	3418,836	105,500
	т1	38 47 13	88 46 23				
	т4	90 58 25	88 19 05				

При выполнении уравнивания поисковым методом минимизировалась целевая функция $f(x)=V^T P V$, где V – вектор поправок к результатам измерений, P – весовая матрица результатов измерений.

Уравнивание пространственной сети осуществлялась при двух условиях:

- 1) без учета ошибок исходных пунктов;
- 2) с учетом ошибок исходных пунктов и их корреляционных связей.

Уравнивание пространственных построений без учета ошибок исходных пунктов

При уравнивании пространственного геодезического четырехугольника по первому условию, дополнительно задаются следующие исходные данные: средняя квадратическая ошибка измерения горизонтальных направлений $m_N = 5''$; средняя квадратическая ошибка измерения расстояний $m_D = 5$ мм; средняя квадратическая ошибка измерения зенитных расстояний $m_Z = 5''$.

Была составлена ковариационная матрица результатов измерений $K_{\text{Дизм}}$ и вычислена весовая матрица P . Поисковым методом определено значение целевой функции $f(x)=V^T P V = \min$. Полученные уклонения составляют вектор поправок к результатам измерений V . Итоговые координаты определяемых пунктов в результате уравнивания пространственного геодезического четырехугольника без учета ошибок исходных данных приведены в таблице 3.19.

Таблица 3.19 – Результаты уравнивания пространственного геодезического четырехугольника поисковыми методами без учета ошибок исходных пунктов

Пункт	Наимен. направл.	Вычисл. дирекц. угол	Вычисл. ориентир. угол	Поправки в направл., сек	Вычисл. зенитные расст.	Поправки в зенитные расст., сек	Вычисл. накл. расст., м	Поправки в накл. расст., мм	Координаты пунктов, м		
									<i>x</i>	<i>y</i>	<i>H</i>
т3	средн.		51 ⁰ 09'47,67"						2013,231	3151,480	100,000
	т1	51 ⁰ 09'51,94"	51 09 51,94	4,27	86 ⁰ 40'22,99"	5,99	-	-			
	т4	76 43 07,74	51 09 46,74	-0,93	88 16 22,77	1,77					
	т2	100 14 13,30	51 09 44,32	-3,34	-	-					
т1			103 36 33,40						2120,025	3284,138	109,900
	т4	103 36 38,70	103 36 38,70	5,27	90 19 02,87	2,87	162,420	-1,69			
	т2	139 01 22,77	103 36 32,70	-0,72	91 13 37,62	-4,38	205,456	0,76			
	т3	231 09 51,94	103 36 28,90	-4,55	93 19 37,01	2,01	170,590	0,16			
т4			191 12 28,60						2081,804	3441,994	109,000
	т2	191 12 34,50	191 12 34,50	5,84	91 40 58,31	4,31	119,181	2,09			
	т3	256 43 07,74	191 12 27,70	-0,93	91 43 37,23	-4,77	298,633	-6,13			
	т1	283 36 38,70	191 12 23,70	-4,91	89 40 57,13	-3,87	-	-			
т2			280 14 10,80						1964,947	3418,836	105,500
	т3	280 14 13,30	280 14 13,30	2,46	-	-	-	-			
	т1	319 01 22,77	280 14 09,77	-1,10	88 46 22,38	-0,62					
	т4	371 12 34,50	280 14 09,50	-1,36	88 19 01,69	-3,31					

Выполненное уравнивание поисковым методом сравнивалось с результатами уравнивания аналогичного геодезического построения в программе «*CREDO DAT PROFESSIONAL*». На рисунке 3.13 представлены уравненные значения координат определяемых пунктов, на рисунке 3.14 представлены поправки в горизонтальные направления.

	Имя	X	Y	Тип XY	H	Тип H
<input type="checkbox"/>	t2	1964,947	3418,836	Исходный	105,500	Исходный
<input type="checkbox"/>	t3	2013,231	3151,481	Исходный	100,000	Исходный
<input type="checkbox"/>	t1	2120,025	3284,138	Рабочий	109,900	Рабочий
<input type="checkbox"/>	t4	2081,804	3441,994	Рабочий	109,000	Рабочий

Рисунок 3.13 – Координаты исходных пунктов и уравненные координаты определяемых пунктов t1 и t4 по программе «*CREDO DAT PROFESSIONAL*»

Станция	Цель	Редуцированное значение	Поправка	Уравненное значение
1	2	3	4	5
Направление				
t1	t4	0°00'00,00"	0°00'05,34"	0°00'05,34"
	t2	35°24'50,00"	-0°00'00,76"	35°24'49,24"
	t3	127°33'23,00"	-0°00'04,58"	127°33'18,42"
t2	t3	0°00'00,00"	0°00'02,39"	0°00'02,39"
	t1	38°47'13,00"	-0°00'01,06"	38°47'11,94"
	t4	90°58'25,00"	-0°00'01,33"	90°58'23,67"
t3	t1	0°00'00,00"	0°00'04,31"	0°00'04,31"
	t4	25°33'21,00"	-0°00'00,89"	25°33'20,11"
	t2	49°04'29,00"	-0°00'03,42"	49°04'25,58"
t4	t2	0°00'00,00"	0°00'05,79"	0°00'05,79"
	t3	65°30'40,00"	-0°00'00,96"	65°30'39,04"
	t1	92°24'15,00"	-0°00'04,83"	92°24'10,17"

Рисунок 3.14 – Поправки в измеренные направления по программе «*CREDO DAT PROFESSIONAL*»

Из таблицы 3.19 и рисунков 3.13 и 3.14 можно сделать вывод, что уравнивание пространственного геодезического четырехугольника без учета ошибок исходных пунктов поисковым методом дает корректные результаты, так как результаты уравнивания совпали с аналогичными значениями по программе «*CREDO DAT PROFESSIONAL*».

Уравнивание пространственных построений с учетом ошибок исходных пунктов и их корреляционных связей

Выполняя уравнивание геодезического четырехугольника по второму условию (с учетом ошибок исходных пунктов и их корреляционных связей) были заданы следующие исходные данные:

- измеренные значения горизонтальных направлений, наклонных расстояний и зенитных расстояний аналогичны значениям в первом условии;
- значения координат исходных пунктов аналогичны значениям в первом условии;
- средняя квадратическая ошибка измерения горизонтальных направлений $m_N = 5''$;
- средняя квадратическая ошибка измерения расстояний: $m_{D_{13}} = 5$ мм; $m_{D_{43}} = 8$ мм; $m_{D_{12}} = 7$ мм; $m_{D_{42}} = 5$ мм;
- средняя квадратическая ошибка измерения зенитных расстояний $m_Z = 6''$;
- ковариационная матрица ошибок исходных данных K_E (3.21):

$$K_E = \begin{bmatrix} 9 & 4 & 2 & -3 & 3 & 1 \\ & 9 & -1 & 1 & 2 & -1 \\ & & 11 & 2 & -1 & 3 \\ & & & 6 & -3 & 1 \\ & & & & 6 & 1 \\ & & & & & 10 \end{bmatrix} \text{ мм}^2. \quad (3.21)$$

Для расчёта ковариационной матрицы свободных членов K_L необходимо определить матрицу влияния ошибок исходных данных на результаты измерений Φ согласно формулам в таблице 2.2. Вычислив ковариационную матрицу свободных членов по (2.65) и обратив ее, по формуле (2.64) получаем весовую матрицу P . Итоговые координаты определяемых пунктов в результате уравнивания пространственного геодезического четырехугольника с учетом ошибок исходных пунктов и их корреляционных связей представлены в таблице 3.20.

Выполнив проверку по программе «*CREDO DAT PROFESSIONAL*», получаем идентичные результаты уравнивания пространственного геодезического четырехугольника поисковыми методами и параметрическим способом.

Таблица 3.20 – Результаты уравнивания пространственного геодезического четырехугольника поисковыми методами с учетом ошибок исходных пунктов и их корреляционных связей

Пункт	Наимен. направл.	Вычисл. дирекц. угол	Вычисл. ориентир. угол	Поправки в направл., сек	Вычисл. зенитные расст.	Поправки в зенитные расст., сек	Вычисл. накл. расст., м	Поправки в накл. расст., мм	Координаты пунктов, м		
									<i>x</i>	<i>y</i>	<i>H</i>
т3	средн.		51 ⁰ 09'47,83"						2013,231	3151,480	100,000
	т1	51 ⁰ 09'51,30"	51 09 51,30	3,48	86 ⁰ 40'21,20"	4,20	-	-			
	т4	76 43 08,85	51 09 47,85	0,02	88 16 23,41	2,41					
	т2	100 14 13,30	51 09 44,32	-3,50	-	-					
т1			103 36 33,90						2120,026	3284,137	109,901
	т4	103 36 40,90	103 36 40,90	7,03	90 19 05,92	5,92	162,421	-0,75			
	т2	139 01 22,49	103 36 32,40	-1,42	91 13 39,08	-2,92	205,456	1,33			
	т3	231 09 51,30	103 36 28,30	-5,61	93 19 38,80	3,80	170,590	-0,05			
т4			191 12 29,90						2081,803	3441,994	108,999
	т2	191 12 34,90	191 12 34,90	5,05	91 40 56,76	2,76	119,179	0,42			
	т3	256 43 08,85	191 12 28,80	-1,07	91 43 36,59	-5,41	298,632	-6,60			
	т1	283 36 40,90	191 12 25,90	-3,98	89 40 54,08	-6,92	-	-			
т2			280 14 10,90						1964,947	3418,836	105,500
	т3	280 14 13,30	280 14 13,30	2,40	-	-	-	-			
	т1	319 01 22,49	280 14 09,49	-1,43	88 46 20,92	-2,08					
	т4	371 12 34,90	280 14 09,96	-0,96	88 19 03,24	-1,76					

**Оценка точности результатов уравнивания пространственных построений
при различных условиях**

Порядок выполнения оценки точности координат определяемых пунктов пространственных геодезических построений поисковыми методами выполнялся по алгоритму, описанному в главе 2 п. 2.10. Результаты оценки точности уравнивания пространственного геодезического четырехугольника поисковыми методами без учета ошибок исходных пунктов и с учетом ошибок исходных пунктов и их ковариационных связей представлены в таблице 3.21.

Таблица 3.21 – Оценка точности уравнивания пространственной геодезической сети (геодезический четырехугольник) без учета и с учетом ошибок исходных пунктов

Результаты оценки точности без учета ошибок исходных пунктов	Результаты оценки точности с учетом ошибок исходных пунктов
Обратная весовая матрица	
$Q = \begin{bmatrix} 6,214 & 0,875 & 0,104 & 3,613 & 1,138 & 0,090 \\ & 11,325 & 0,090 & -3,301 & 3,539 & 0,003 \\ & & 3,510 & 0,076 & 0,048 & 1,114 \\ & & & 12,460 & -1,726 & 0,199 \\ & & & & 5,478 & 0,008 \\ & & & & & 2,813 \end{bmatrix}$	$Q = \begin{bmatrix} 10,043 & -0,735 & 1,612 & 4,547 & 1,930 & 1,888 \\ & 20,427 & 0,055 & -5,533 & 5,948 & -0,555 \\ & & 14,003 & 1,645 & -0,575 & 6,453 \\ & & & 23,085 & -2,572 & 2,374 \\ & & & & 12,461 & -0,868 \\ & & & & & 13,104 \end{bmatrix}$
Средняя квадратическая ошибка единицы веса	
$\mu = 0,88$	$\mu = 0,62$
Средние квадратические ошибки координат определяемого пункта т1	
$m_{x_1} = 2,19$ мм; $m_{y_1} = 2,96$ мм; $m_{H_1} = 1,65$ мм.	$m_{x_1} = 1,96$ мм; $m_{y_1} = 2,79$ мм; $m_{H_1} = 2,31$ мм.
Средняя квадратическая ошибка положения определяемого пункта т1	
$M_1 = 4,04$ мм.	$M_1 = 4,12$ мм
Средние квадратические ошибки координат определяемого пункта т4	
$m_{x_4} = 3,11$ мм; $m_{y_4} = 2,06$ мм; $m_{H_4} = 1,48$ мм.	$m_{x_4} = 2,96$ мм; $m_{y_4} = 2,18$ мм; $m_{H_4} = 2,23$ мм.
Средняя квадратическая ошибка положения определяемого пункта т4	
$M_4 = 4,01$ мм.	$M_4 = 4,30$ мм

Для контроля оценка точности уравнивания данного геодезического четырехугольника выполнялась в программе «CREDO DAT PROFESSIONAL». По результатам уравнивания, были получены средние квадратические ошибки координат определяемых пунктов и средние квадратические ошибки положения определяемых

пунктов. Результаты, рассчитанные по автоматизированной программе на основе поискового метода, совпали с результатами оценки точности в программе «*CREDO DAT PROFESSIONAL*».

Общие результаты описанного выше исследования, на примере пространственного геодезического четырехугольника, опубликованы автором диссертации в работе [15].

3.7 Преобразование плановых систем координат поисковым методом

В качестве тестового примера, была взята задача по преобразованию систем координат параметрическим способом, рассмотренная Брынем М. Я. в [16]. По условию данной задачи задана местная (СК_м) и условная плановые системы координат (СК_у).

Необходимо преобразовать условную систему координат в местную систему координат (рисунок 3.15), используя известные координаты 4-х связующих точек в обеих системах координат (таблица 3.22).

В программу были введены значения координат связующих точек, представленные в таблице 3.22 и произвольные значения элементов преобразования. Весовая матрица вектора измеренных величин была задана равной $P = E$.

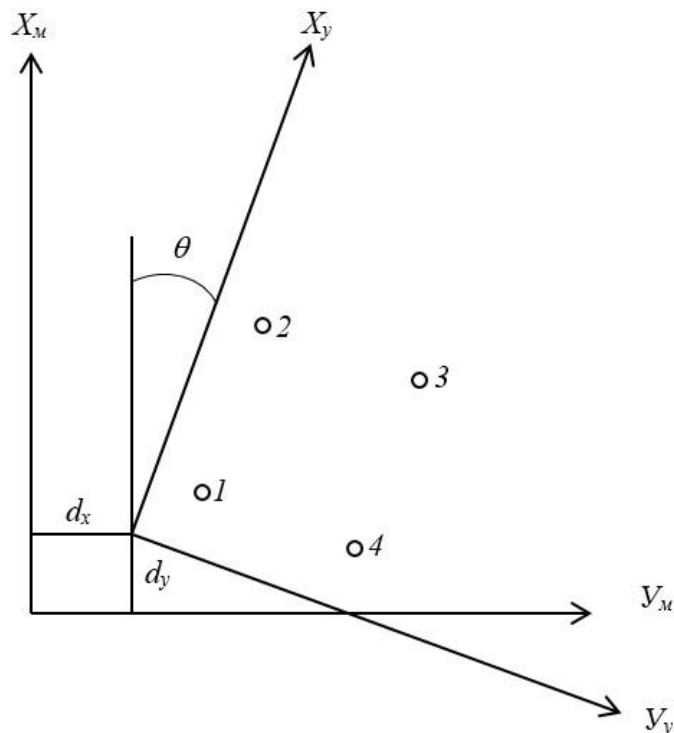


Рисунок 3.15 – Системы местных и условных координат

Таблица 3.22 – Координаты связующих точек в условной и местной системах координат

Обозначение точек	Значения координат, м			
	x_m	y_m	x_v	y_v
1	147,211	316,290	137,473	165,026
2	576,271	469,704	590,907	120,313
3	522,576	864,747	711,248	500,402
4	81,664	800,302	285,098	630,589

По формуле (2.81) были вычислены значения координат связующих точек в СК_м. Далее вычислялись значения уклонов вычисленных координат связующих точек в СК_м от аналогичных координат, заданных по условию задачи (таблица 3.22). Уклоны представляют собой поправки в условные координаты связующих точек и образуют вектор поправок к условным координатам связующих точек.

Выполнив минимизацию функции $f(x)=V^T PV$, было получено значение $V^T PV = 773,797$ и найдены значения элементов преобразования:

– координаты начала условной системы координат в местной системе координат $dx = 93,480$ м, $dy = 108,347$ м;

– угол поворота условной системы координат $\omega = 334,414^0$.

Оценка точности определения элементов преобразования выполнена по описанной ранее методике (см. главу 2), в результате получены:

– обратная весовая матрица элементов преобразования (3.22):

$$Q = \begin{bmatrix} 4,000 & 0,000 & 9,780 \\ 0,000 & 4,000 & -4,625 \\ 9,780 & -4,625 & 38,651 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0,887 & -0,301 & -0,260 \\ -0,301 & 0,392 & 0,123 \\ -0,260 & 0,123 & 0,106 \end{bmatrix}; \quad (3.22)$$

– средняя квадратическая ошибка единицы веса $\mu = 12,440$;

– средняя квадратическая ошибка определения линейных элементов преобразования $m_{dx} = 11,71$ мм, $m_{dy} = 7,79$ мм, $m_{\omega} = 4,06''$.

Полученные на основе поискового метода значения минимума целевой функции, элементов преобразования, обратная весовая матрица элементов преобразования, СКО единицы веса, СКО определения элементов преобразования полностью совпали с аналогичными результатами, рассчитанными параметрическим способом в [16].

3.8 Выводы по главе 3

1. Разработаны автоматизированные программы, реализующие поисковый метод на основе комбинации алгоритмов Пауэлла и Девиса-Свенна-Кемпи. Программы написаны на языке *Visual Basic*, что позволяет легко использовать их в модульном листе *Microsoft Excel* в виде макроса.

2. В разработанных автоматизированных программах выполнено и подтверждена корректность проектирования следующих геодезических сетей с применением двух способов проектирования:

– сети триангуляции при условии проектирования результатов измерений в виде горизонтальных углов и горизонтальных проложений – проектирование выполнялось на основе метода «неискаженной модели сети»;

– сети триангуляции при условии проектирования результатов измерений только по углам – проектирование выполнялось на основе метода «неискаженной модели» сети и поисковым методом на основе метода Монте-Карло;

– геодезической сети по схеме свободного стационарирования при условии проектирования измерений в виде горизонтальных углов и горизонтальных проложений – проектирование выполнялось на основе метода «неискаженной модели» сети и поисковым методом на основе метода Монте-Карло;

– высотные сети при условии проектирования замкнутого нивелирного хода – проектирование выполнялось на основе метода «неискаженной модели» сети.

3. Реализовано уравнивание коррелированных результатов измерений: горизонтальных углов и направлений. Доказано, что поисковый метод может использоваться для обработки коррелированных измерений.

4. Показана возможность уравнивания и оценки точности элементарных геодезических построений на основе поискового метода при различных условиях:

- без учета ошибок исходных пунктов, при равноточности измерений;
- без учета ошибок исходных пунктов, при неравноточности измерений;
- с учётом ошибок исходных пунктов, без учета корреляционных связей между ними;
- с учетом ошибок исходных пунктов и корреляционных связей между ними.

5. Показана возможность уравнивания свободных геодезических сетей, когда измерения равноточные и неравноточные.

6. Доказана достоверность результатов уравнивания и оценки точности пространственных геодезических сетей на основе поискового метода при различных условиях:

- без учета ошибок исходных пунктов;
- с учетом ошибок исходных пунктов и корреляционных связей между ними.

7. Достоверность выполненных расчетов подтверждена совпадением результатов уравнивания и оценки точности поисковым методом и параметрическим способом по программе «*NW*» профессора Коугия В. А. и «*CREDO DAT PROFESSIONAL*».

8. Выполнено преобразование плановых координат связующих точек, полученных в условной системе координат, в местную систему координат на основе поискового метода.

ГЛАВА 4 НАТУРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ РАЗРАБОТАННОЙ ТЕХНОЛОГИИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОГО МОНИТОРИНГА

4.1 Проведение наблюдений за деформациями гостиничного комплекса «Нефтяник Кубани» в г. Анапа

В 2009 г. было выполнено 4 цикла измерений горизонтальных смещений и осадок трех строящихся зданий, представленных на рисунке 4.1, к таким зданиям относятся бассейн, гостиница, домик спортсменов.

Измерения выполнены электронным тахеометром, точность измерения углов составляет 5", а расстояний – 1мм + 2ppm.

Для обработки всех измерений использована условная левая система пространственных прямоугольных координат, в которой даны координаты марок для разбивки осей 3-х зданий.

Определение смещений марок по периметру объектов

Для мониторинга зданий выполнены измерения на отражательные пленки (рисунок 1.6), размещённые по периметру объектов [164].

Размещение марок приведено на рисунке 4.1. По периметру бассейна закреплено 18 марок (Б1-Б18) на высоте от земли 3–4 м. По периметру гостиничного комплекса – 15 марок (Г1-Г15) на уровне пола 4-го этажа на высоте от земли около 17 м. По периметру спортивного центра – 4 марки (Д1–Д4) на высоте 3 м.

В качестве исходных пунктов использованы 9 марок (100-112, Рп2), закреплённых в стабильных местах, и 9 дополнительных (створных) марок (Ст1-Ст9), размещённых по периметру санатория, в основном на металлических ограждениях. Вид тех и других марок такой же, как и деформационных марок (рисунок 1.6). Исходные пункты и створные марки служат для определения координат точек стояния тахеометра (станций) линейно–угловой засечкой. Станции выбраны приблизительно в створе одной пары створных марок для того, чтобы плоскости марок были перпендикулярны линии визирования, что даёт минимальную ошибку в измеренном расстоянии [164].

Измерения выполнены с 14 станций (на рисунке 4.1 не показаны). С каждой станции сделаны измерения на все видимые с данной станции указанные выше марки.

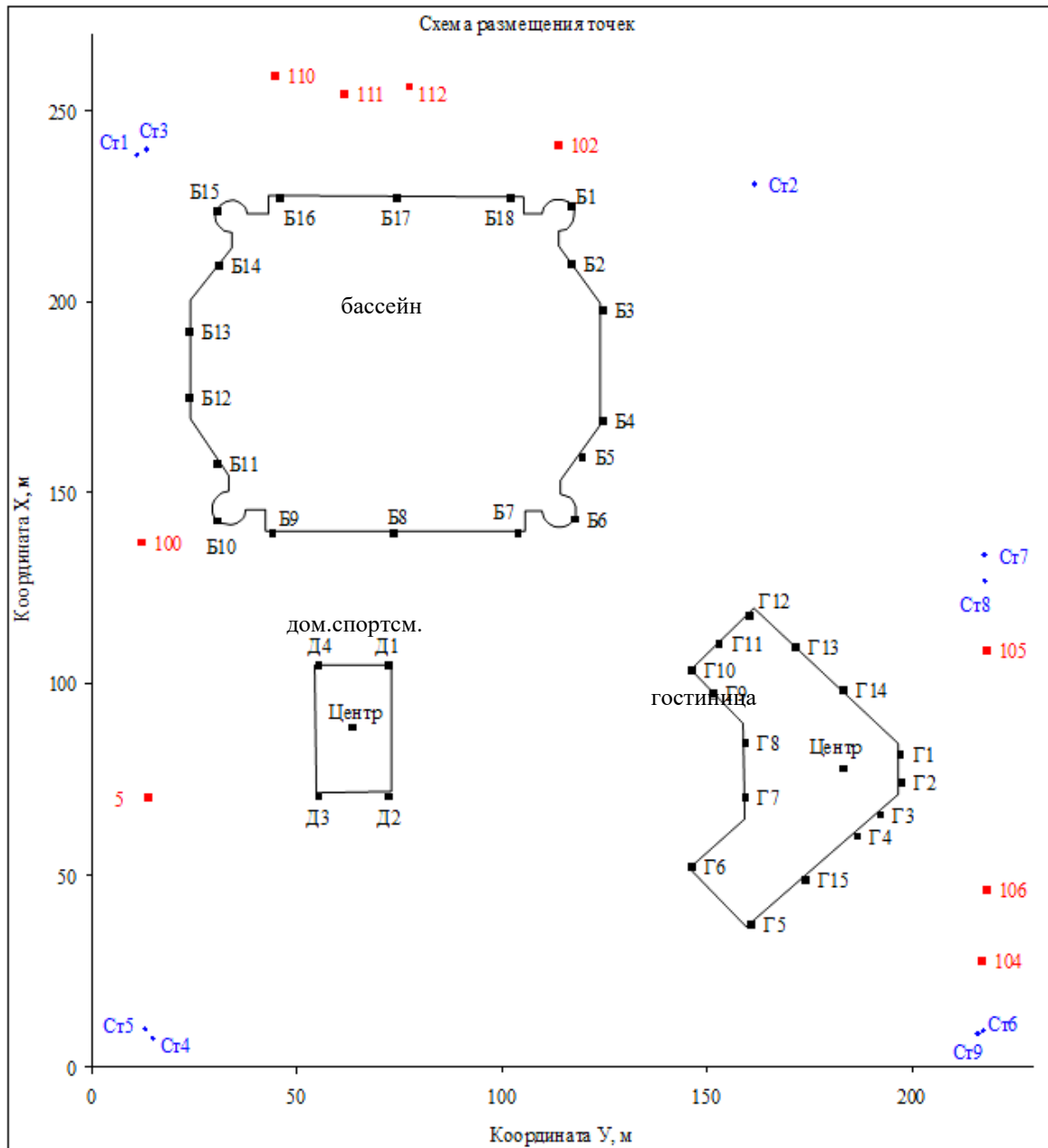


Рисунок 4.1 – Схема размещения опорных пунктов и деформационных марок на строительной площадке

При наведении на марку были измерены горизонтальные углы, зенитные и наклонные расстояния. На каждую деформационную марку сделаны измерения с 1-2-х и до 5 станций.

Вычисления координат выполнены по методу наименьших квадратов по специально разработанной программе (см. Приложение Б). При обработке учитывались веса измерений и ошибки исходных данных.

В таблице 4.1 приведены уравненные координаты всех марок и отклонения в 4 цикле их от координат в 1-м и 3-м циклах. Координаты станций, опорных и створных марок не приведены.

Таблица 4.1 – Координаты марок на зданиях

Обозначения	Координаты в 4-м цикле			Разности: 4-й цикл минус 3-й			Разности: 4-й цикл минус 1-й		
	<i>x</i> , м	<i>y</i> , м	<i>H</i> , м	<i>dx</i> , мм	<i>dy</i> , мм	<i>dH</i> , мм	<i>dx</i> , мм	<i>dy</i> , мм	<i>dH</i> , мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Б1	224,865	116,992	6,911	-3	-1	0	0	-2	-1
Б2	210,082	116,790	6,951	-3	-2	-1	2	-2	-3
Б3	198,164	124,290	6,577	0	-2	-1	3	-5	-3
Б4	168,916	124,296	6,599	5	-5	-3	17	-7	-3
Б5	159,542	119,403	7,519	6	-6	-2	14	-7	-1
Б6	143,071	117,695	7,060	4	-6	-1	13	-2	-2
Б7	139,716	103,918	6,023	3	0	-2	10	0	-3
Б8	139,711	73,336	6,165	1	-2	-1	11	3	-2
Б9	139,714	43,934	6,205	3	3	-1	11	11	-2
Б10	142,795	30,466	6,580	2	5	-1	10	9	-2
Б11	157,819	30,299	6,791	3	6	-1	12	13	-3
Б12	175,104	23,698	6,060	-6	2	-1	0	10	-4
Б13	192,252	23,710	6,092	-8	1	0	-6	9	-2
Б14	209,556	30,686	7,241	-2	0	-1	6	5	-4
Б15	223,666	30,208	7,044	-3	1	-1	4	3	-2
Б16	227,291	45,867	6,024	-2	-1	-1	0	6	-2
Г1	81,703	197,145	20,070	7	2	-13	7	-1	-33
Г2	74,428	197,310	20,142	7	2	-12	5	-4	-29
Г3	66,177	192,298	20,097	7	-1	-12	0	-4	-36
Г4	60,475	186,639	20,101	7	-1	-12	-2	-1	-36
Г5	37,493	160,869	20,178	3	5	-9	1	15	-26
Г6	52,421	146,148	20,103	9	6	-7	17	18	-19
Г7	70,490	159,188	20,001	8	5	-14	14	12	-32
Г8	84,866	159,192	19,994	1	0	-13	10	9	-31
Г9	97,757	151,414	20,355	-4	-2	-8	-	-	-
Г10	103,742	146,062	20,129	-1	1	-6	4	10	-15
Г12	118,088	160,390	20,122	-3	3	-7	-2	6	-17
Г13	109,734	171,735	20,100	2	0	-8	0	3	-24
Г14	98,429	183,185	19,950	2	2	-13	5	3	-34
Г15	48,934	173,775	20,062	4	1	-11	0	3	-34
Д1	105,107	72,151	6,382	0	-5	-2	6	-2	-1
Д2	70,956	72,174	6,381	6	1	-1	14	5	-1
Д3	70,942	55,143	6,388	5	0	0	13	7	2
Д4	105,113	55,215	6,309	-1	-1	-2	4	6	-2

Сравнение измерений деформаций между циклами показало следующее.

1. Разность высот для пяти точек спортивного центра не превышают 2 мм, что свидетельствует о стабильности здания по высоте за период наблюдений.
2. Для универсального бассейна имеет место осадки в среднем по всем маркам на 2-3 мм относительно 1-го цикла.

3. Для гостиничного комплекса разности высот между 4 и 3 циклами (за 48 дня) составили от -6 до -14 мм, а между 4 и 1 циклами (за 126 дней) от -15 до -36 мм, что является, по-видимому, следствием утяжеления здания в период строительства. Для наглядности осадки показаны на рисунках 4.2 и 4.3.

Были проанализированы неравномерные осадки гостиничного комплекса: меньшую осадку имеет северо-западная часть здания. Неодинаковые осадки противоположных частей здания приводят к крену гостиничного комплекса. Разность осадок за период наблюдений между северо-западной и юго-восточной частями здания в среднем равна 18 мм, что составляет при расстоянии 60 м крен в относительных единицах около 1:3300.

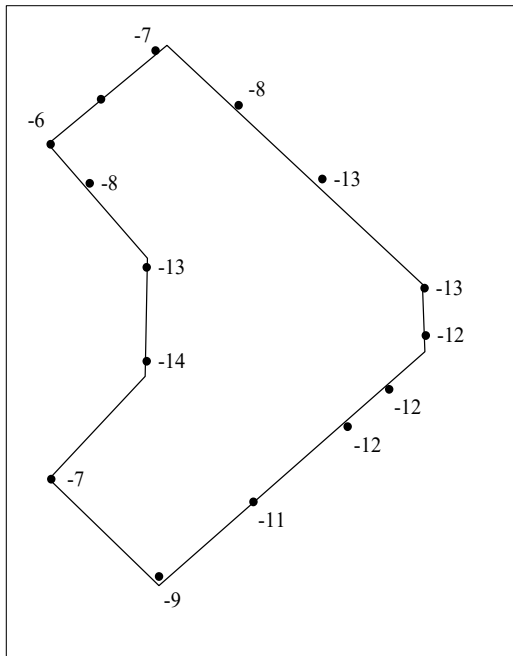


Рисунок 4.2 – Осадки (в мм)
гостиничного
комплекса за 48 дней

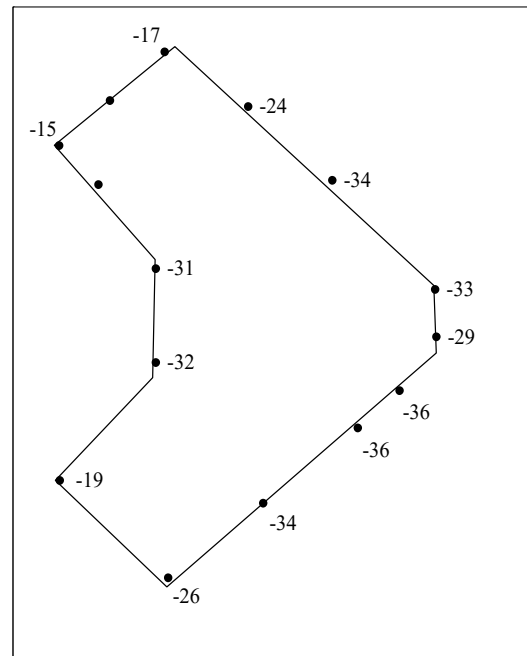


Рисунок 4.3 – Осадки (в мм)
гостиничного
комплекса за 126 дней

Определение координат углов бассейнов

На 1-м этаже универсального бассейна было закреплено 16 марок (рисунок 4.4). Восемь марок (Б1б–Б8б) были размещены в верхних углах обеих чаш бассейнов и 8 марок (Б1а–Б8а) – на полу 1 этажа на удалении от первых около 1 м так, что те и другие марки разделяет зазор между чашами бассейнов и перекрытием цокольного этажа.

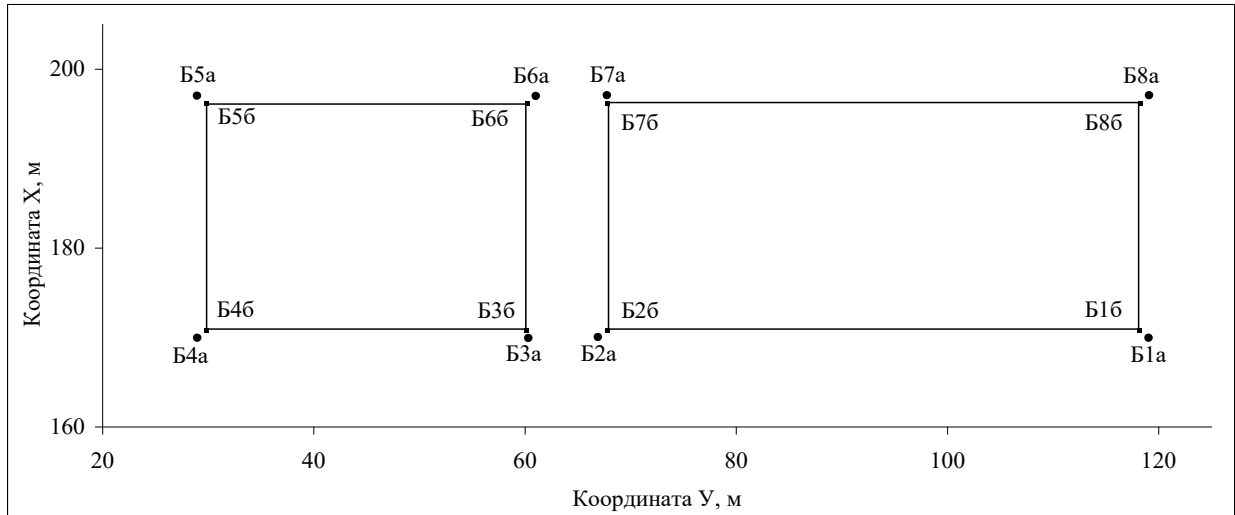


Рисунок 4.4 – Схема размещения снятых точек на 1 этаже бассейна

Марки нанесены на горизонтальную поверхность по шаблону в виде креста автоэмалью красного цвета на белом круге диаметром 16 см. Диаметр центральной точки 6 мм.

Измерения выполнены электронным тахеометром с одной станции, координаты и высоты которой определены линейно-угловой засечкой по видимым со станции исходным пунктам. По измеренным расстояниям, горизонтальным и вертикальным углам вычислены координаты всех точек (таблица 4.2).

Расхождения в координатах x и y (графы 5, 6, 8 и 9 таблица 4.2) указывают на наличие деформаций. Между тем имеют место осадки как пола 1-го этажа, так и чаш бассейнов величиной около 4-6 мм за последние 48 дней.

Таблица 4.2 – Координаты точек на 1-м этаже бассейна

Обозначения	Координаты в 4-м цикле			Разности: 4-й цикл минус 3-й			Разности: 4-й цикл минус 1-й		
	x , м	y , м	H , м	dx , мм	dy , мм	dH , мм	dx , мм	dy , мм	dH , мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Точки пола у углов чаш бассейнов									
Б1а	169,97	119,02	6,135	-6	-12	-3	1	0	-5
Б2а	170,05	66,89	6,197	-2	-6	-3	5	7	-4
Б3а	169,93	60,32	6,170	-4	-5	-3	3	9	-4
Б4а	169,96	28,98	6,178	-13	-6	-6	-1	5	-11
Б5а	197,03	28,96	6,138	-6	-3	-5	2	13	-9
Б6а	197,01	61,02	6,162	-8	-3	-3	10	6	-4
Б7а	197,09	67,76	6,164	-10	-4	-2	6	9	-4
Б8а	197,08	119,08	6,148	-2	-3	-4	2	0	-6
Верхние углы чаш бассейнов									
Б1б	170,83	118,18	6,288	-3	5	-6	1	2	-4
Б2б	170,78	67,80	6,283	-10	-5	-3	5	10	-3

Продолжение таблицы 4.2

Б36	170,82	60,17	6,275	-5	-7	-3	11	0	-3
Б46	170,83	29,84	6,278	-8	-13	-4	8	6	-5
Б56	196,19	29,83	6,282	-12	-10	-5	5	10	-5
Б66	196,16	60,19	6,274	-4	0	-4	3	6	-4
Б76	196,22	67,79	6,281	1	-5	-4	5	12	-4
Б86	196,20	118,20	6,268	-10	-5	-6	-5	0	-5

Общие выводы по результатам определения деформаций

Результаты измерений, выполненных 07.11.2009 в 4 цикле, и сравнение их с результатами измерений 04.07.2009 в 1-м цикле, показали следующее:

1. Для здания спортивного центра смещений и осадок не обнаружено.
2. Для универсального бассейна имеют место осадки марок по периметру здания в среднем 3-4 мм. Близкие к ним осадки в 4-6 мм имеют 16 марок на 1-м этаже бассейна.
3. Марки по периметру гостиничного комплекса получили неравномерные осадки от 15 до 36 мм. Меньшие осадки имеет северо-западная часть здания. В результате имеется небольшой крен здания величиной около 1:3300.

4.2 Определение координат деформационных марок при мониторинге многоэтажного жилого здания в г. Краснодар

Наблюдения за деформациями строящегося многоэтажного жилого здания в г. Краснодар проводилось в 2014 г. Схема расположения деформационных марок (М1-М6), исходных пунктов (Рп1-Рп2) и вспомогательных (связующих) точек (Всп1-Всп2) на объекте, показана на рисунке 4.5. Измерения были выполнены с четырех станций, между которыми была обеспечена связь по 2-3 точкам. Так в схеме содержится 14 точек, т.е. необходимо определить 42 неизвестных. В нулевом цикле было выполнено 16 наведений, т.е. 48 измерений. Имеют место избыточные измерения, что является важным условием для выполнения уравнивания.

При выполнении данной работы дополнительно, в рамках экспериментального сравнения с работой программы поискового метода, была использована надстройка «Поиск решения» в меню «Данные» *Microsoft Excel*. Данная функция позволяет определять минимум целевой функции методом сопряженных градиентов.

Схема размещения точек

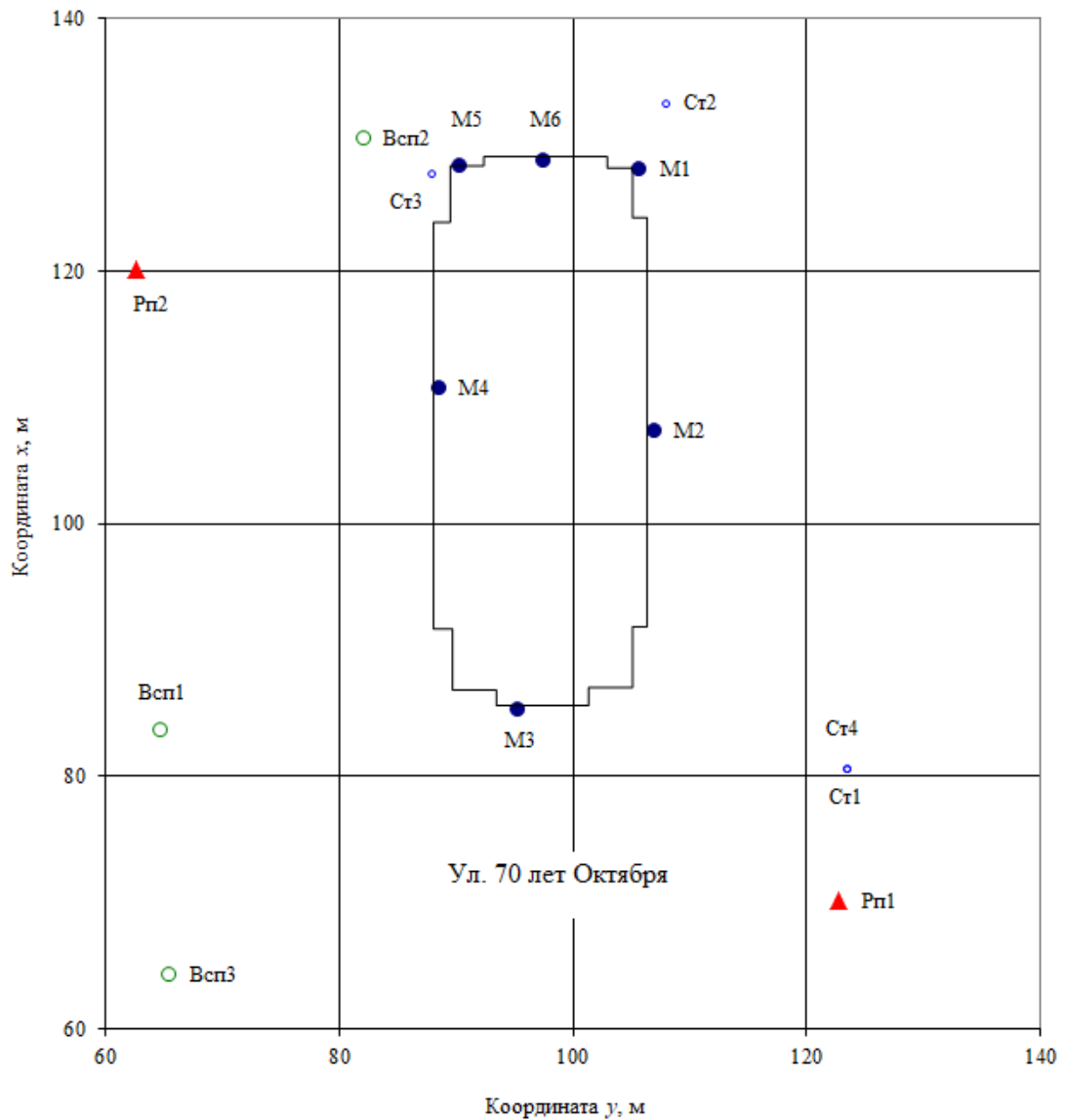


Рисунок 4.5 – Схема расположения точек на объекте в Краснодаре

В таблице 4.3 в графах 2-4 приведены произвольно введенные координаты всех определяемых точек в нулевом цикле.

После введения таких координат величина в целевой ячейке составила 405 474 243,1. После запуска надстройки «Поиск решения» координаты определяемых точек изменились (графы 5-7 таблицы 4.3), в целевой ячейке величина составила 3197,4. Изменение параметров «Поиска решения» результата не дало, надстройка дальше не считала, выдавая сообщение о том, что «Решение найдено...» [41, 138]. После была запущена составленная нами программа поиска минимума. Расчет велся в течение 10 мин., величина целевой ячейки, в которой отражается сумма квадратов отклонений

«измеренных» величин от «вычисленных», составила 7,6. Итоговые уравненные координаты после использования программы представлены в графах 8-10 таблицы 4.3.

Таблица 4.3 – Координаты определяемых точек в нулевом цикле, рассчитанные надстройкой «Поиск решения» *Excel* и составленной программой поиска минимума целевой функции

Номер точки	Произвольно введенные координаты			Координаты, найденные надстройкой «Поиск решения» <i>Excel</i>			Координаты, найденные составленной программой поиска минимума		
	<i>x</i> , м	<i>y</i> , м	<i>H</i> , м	<i>x</i> , м	<i>y</i> , м	<i>H</i> , м	<i>x</i> , м	<i>y</i> , м	<i>H</i> , м
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
M1	129,034	106,532	25,165	125,069	98,708	23,341	128,015	105,594	25,165
M2	108,287	107,894	25,210	104,790	101,365	23,370	107,314	106,950	25,208
M3	86,264	96,122	20,992	81,972	90,272	19,085	85,299	95,150	20,992
M4	111,694	89,405	20,932	106,476	81,808	19,121	110,682	88,445	20,932
M5	129,389	91,201	25,203	124,314	82,971	23,411	128,376	90,256	25,204
M6	129,821	98,280	25,202	125,323	90,423	23,381	128,806	97,343	25,202
Ст1	79,816	125,294	23,364	74,783	116,327	20,163	77,810	121,308	22,074
Ст2	143,171	119,094	25,255	130,400	101,930	22,145	133,150	109,159	23,965
Ст3	126,213	89,753	25,227	121,087	81,637	22,145	125,201	88,805	23,938
Ст4	81,645	115,888	23,039	77,619	109,832	19,831	80,651	114,908	21,749
Всп1	131,444	83,824	26,080	125,995	75,658	22,979	130,436	82,882	24,790
Всп2	85,581	66,478	30,968	80,009	59,610	27,721	83,659	64,537	29,681
Рп1	71,175	125,767	22,717	67,190	117,854	20,804	70,175	122,767	22,717
Рп2	121,150	68,599	21,885	115,233	56,279	20,143	120,15	62,599	21,885

Подтвердим правильность предложенного алгоритма и сравним координаты, вычисленные «Поиском решения» и разработанной программой поиска минимума целевой функции следующим образом. Отметки исходных пунктов, определенные при уравнивании системы «Поиском решения», были приняты за истинные. По формулам тригонометрического нивелирования рассчитаны отметки станций, с которых проводились наблюдения на все пункты и марки. Затем от значений отметок станций тахеометра были рассчитаны величины отметок деформационных марок и связующих точек.

Аналогичные вычисления были выполнены для отметок, установленных разработанной программой поиска минимума целевой функции (работа автора диссертации [138]).

Если расчеты, выполненные встроенной функцией в *Excel* и поисковым методом, верны, то значения отметок станций, деформационных марок и связующих точек (таблица 4.3) совпадут с отметками, вычисленными по известным формулам.

Результаты приведены в таблице 4.4, из которой видно, что отметки, уравненные встроенной в *Microsoft Excel* функцией «Поиск решения» (градиентным способом), отличаются от вычисленных по формулам тригонометрического нивелирования в пределах от 3 до 77 мм. Отметки, уравненные поисковым методом по разработанной программе, отличаются от вычисленных не более чем на 1-2 мм на некоторых точках. Данный сравнительный анализ показывает целесообразность применения поискового метода для уравнивания измерений и определения отметок наблюдаемых точек.

Таблица 4.4 – Сравнение отметок станций, деформационных марок и вспомогательных (связующих) точек, полученных «Поиск решения», разработанной программой и по формулам тригонометрического нивелирования

Обозначение	функция «Поиск решения»		Программа на основе поискового метода	
	Отметки, уравненные, м (из таблицы 4.3)	Отметки, вычисленные по формулам тригонометрического нивелирования, м	Отметки, уравненные, м (из таблицы 4.3)	Отметки, вычисленные по формулам тригонометрического нивелирования, м
$H_{Ст1}$	20,163	20,160	22,074	22,073
$H_{М2}$	23,370	23,295	25,208	25,208
$H_{М3}$	19,085	19,077	20,992	20,991
$H_{Ст2}$	22,145	22,127	23,965	23,965
$H_{М1}$	23,341	23,327	25,165	25,165
$H_{М6}$	23,381	23,364	25,202	25,202
$H_{М5}$	23,411	23,365	25,204	25,203
$H_{Всп1}$	22,979	22,952	24,790	24,790
$H_{Ст3}$	22,145	22,196	23,938	23,938
$H_{М5}$	23,411	23,461	25,204	25,203
$H_{Всп1}$	22,979	23,049	24,790	24,791
$H_{М4}$	19,121	19,190	20,932	20,933
$H_{Всп2}$	27,721	27,939	29,681	29,681
$H_{Ст4}$	19,831	19,835	21,749	21,749
$H_{Всп2}$	27,721	27,763	29,681	29,679
$H_{М2}$	23,370	23,296	25,208	25,209
$H_{М3}$	19,085	19,079	20,992	20,993

Для расчета плоских прямоугольных координат точек стояния электронного тахеометра были использованы формулы Гаусса.

Вначале за исходные значения были приняты координаты исходных пунктов и деформационных марок, полученные функцией «Поиск решения», затем координаты, вычисленные по программе поискового метода. По формулам Гаусса были рассчитаны координаты станций тахеометра, с которых проводились наблюдения на исходные пункты и марки.

Для контроля аналогичные измерения и вычисления выполнялись, опираясь на другую сторону. За окончательные значения координат определяемой точки принималось среднее. Рассчитанные координаты точек стояния электронного тахеометра по известным формулам и сравнение с вычисленными программой поиска минимума представлены в таблице 4.5.

Таблица 4.5 – Рассчитанные координаты станций обратной угловой засечкой и сравнение с программой поиска минимума

Наименование станций	Координаты, рассчитанные разработанной программой поиска минимума (из таблицы 4.3)		Координаты, вычисленные по формулам Гаусса	
	X, м	Y, м	X, м	Y, м
1	2	3	4	5
Ст1	77,810	121,308	77,810	121,308
Ст2	133,150	109,159	133,150	109,160
Ст3	125,201	88,805	125,201	88,804
Ст4	80,651	114,908	80,651	114,908

Как из нее видно, расхождение в прямоугольных координатах станций не превысило 1 мм.

Значения координат деформационных марок были получены в течение 4-х циклов наблюдения в период с 28.05.2014 по 13.09.2014 гг.

4.3 Определение уравнения тренда для прогнозирования вертикальных смещений гостиничного комплекса в г. Краснодар

Постановка задачи

Преподавателями кафедры строительных конструкций КубГТУ совместно с преподавателями кафедры кадастра и геоинженерии КубГТУ в 2019 г. выполнялся геотехнический мониторинг строящегося гостиничного комплекса в г. Краснодар и существующих зданий и коммуникаций, попадающих в зону влияния нового строительства (рисунок 4.6), обязательным этапом работ был мониторинг осадок.

Согласно проекту возводимый гостиничный комплекс имеет один подземный этаж, предназначенный для размещения автостоянки, 8 надземных этажей в осях 1–9/А–Д (гостиница) и 1 надземный этаж в осях 1с–7с/Ас–Дс (конференц–зал). Форма здания в плане сложная с габаритными размерами в осях 35,8 x 50,55 м. Конструктивная схема здания каркасная: основными несущими конструкциями являются монолитные

железобетонные колонны, стены и ребристые перекрытия. В осях 1–9/А–Д в зоне расположения стен фундамент запроектирован виде железобетонной плиты толщиной 700 мм. Фундаменты колонн в этой части здания служат железобетонные ленты, расположенные в направлении цифровых осей. В осях 1с–7с/Ас–Дс фундамент плитный толщиной 500 мм.

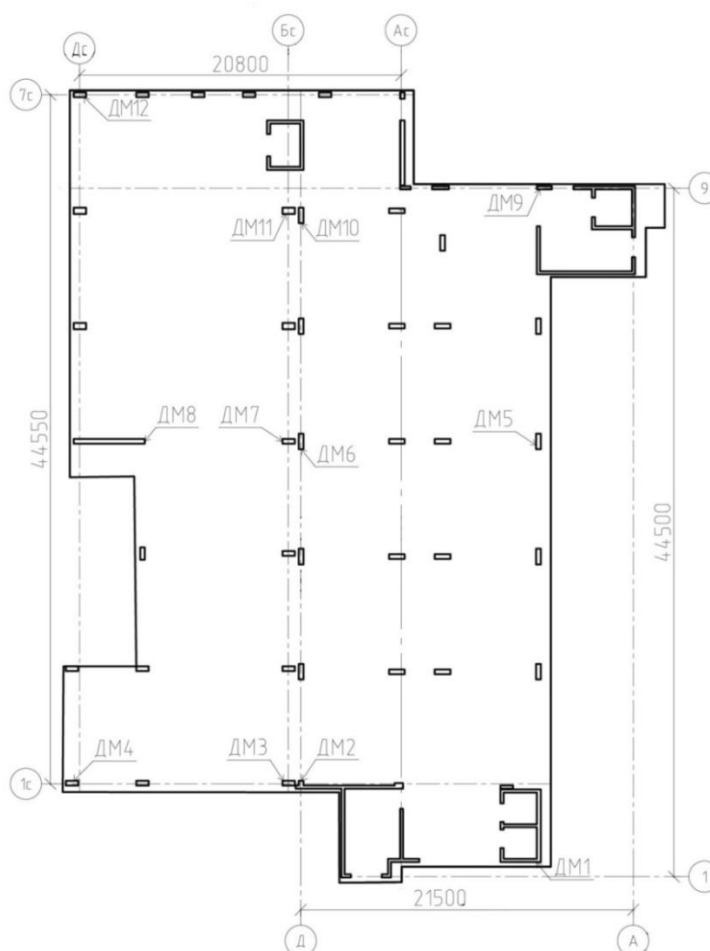


Рисунок 4.6 – План здания с указанием мест установки деформационных марок

Возведение подземной части здания осуществлялось в котловане глубиной около 4,9 м. Проектом предусмотрено выполнение работ по закреплению грунтов основания. Для крепления стенок котлована по его северной и западной сторонам устраивалось ограждение из стальных труб с дощатой забиркой. Трубы были погружены в грунтоцементные элементы длиной 4-6 м и объединены по верхним концам стальной двутавровой балкой.

Рассмотрим порядок определения уравнения тренда поисковым методом по отметкам деформационных марок при определении осадки такого гостиничного комплекса. Наблюдение за осадками выполнялось методом геометрического

нивелирования II класса в условной системе высот. В таблице 4.6 представлены отметки деформационных марок, полученные в течение 11 циклов наблюдения.

Таблица 4.6 – Отметки деформационной марки при геодезическом мониторинге

Номер цикла	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Дата	25.09	28.10	27.11	28.12	27.01	25.02	28.03	27.04	29.05	27.06	27.07
Номер марки	Отметки марки, м										
ДМ1	0,704	0,702	0,700	0,699	0,699	0,699	0,699	0,697	0,697	0,697	0,697
ДМ2	0,914	0,911	0,912	0,911	0,910	0,909	0,906	0,905	0,904	0,904	0,904
ДМ3	0,884	0,881	0,880	0,880	0,879	0,879	0,880	0,878	0,877	0,876	0,876
ДМ4	0,842	0,840	0,842	0,841	0,840	0,842	0,839	0,840	0,839	0,839	0,838
ДМ5	0,878	0,875	0,872	0,871	0,870	0,870	0,870	0,869	0,868	0,868	0,868
ДМ6	0,895	0,892	0,889	0,888	0,886	0,886	0,885	0,885	0,884	0,884	0,883
ДМ7	0,882	0,878	0,876	0,876	0,873	0,874	0,874	0,873	0,873	0,871	0,871
ДМ8	0,930	0,928	0,927	0,927	0,927	0,926	0,926	0,925	0,925	0,924	0,923
ДМ9	0,852	0,848	0,846	0,845	0,845	0,844	0,844	0,843	0,842	0,841	0,838
ДМ10	0,849	0,845	0,843	0,843	0,841	0,842	0,841	0,840	0,838	0,837	0,837
ДМ11	0,872	0,868	0,866	0,866	0,868	0,865	0,864	0,863	0,862	0,862	0,862
ДМ12	0,852	0,849	0,849	0,849	0,849	0,848	0,847	0,847	0,848	0,846	0,845

Из приведенных значений в таблице 4.6, можно увидеть, что наибольшее изменение значений отметок получили марки ДМ6, ДМ7, ДМ9 и ДМ10. Данные таблицы 4.6 для этих четырех марок можно представить в виде временного ряда, у которого отметки марки (x_i) – это уровни ряда, а номера циклов (y_i) – временные метки (таблица 4.7).

Таблица 4.7 – Временной ряд

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	Марка
y_i	895,00	892,00	889,00	888,00	886,00	885,50	884,50	885,00	884,00	884,00	883,00	ДМ6
	882,00	878,00	876,00	876,00	873,00	874,00	874,00	873,00	873,00	871,00	871,00	ДМ7
	852,00	848,00	846,00	845,00	845,00	844,00	844,00	843,00	842,00	841,00	838,00	ДМ9
	849,00	845,00	843,00	843,00	841,00	842,00	841,00	840,00	838,00	837,00	837,00	ДМ10

Для построения прогнозной модели необходимо:

- 1) определить уравнение тренда;
- 2) выполнить оценку точности определения коэффициентов уравнений тренда;
- 3) выполнить оценку адекватности трендовых моделей, полученных поисковым методом;
- 4) выполнить прогнозирование значений отметок деформационной марки на несколько циклов вперед.

Определение уравнения тренда поисковым методом

Для определения закономерности изменения значений отметки деформационных марок ДМ6, ДМ7, ДМ9 и ДМ10 при автоматизированном выполнении расчетов была использована составленная программа поиска минимума (см. главу 3 п. 3.1). Неизвестные коэффициенты анализируемых уравнений тренда напрямую подбирались поисковым методом. Таким образом, поисковым методом нелинейного программирования были получены следующие коэффициенты и аналитические уравнения, представленные в таблице 4.8.

Таблица 4.8 – Виды уравнения тренда осадки марок ДМ6, ДМ7, ДМ9 и ДМ10, полученные поисковым методом

Наименование уравнения тренда	Вид уравнения тренда
для марки ДМ6	
линейное	$y = -1,0409x + 893,1550$
логарифмическое	$y = -5,0020 \cdot \ln(x) + 894,8680$
полином второй степени (квадратичная)	$y = 0,1463x^2 - 2,7962x + 896,9580$
полином третьей степени (кубическая)	$y = -0,0218x^3 + 0,5379x^2 - 4,7585x + 899,3330$
для марки ДМ7	
линейное	$y = -0,8818x + 879,8818$
логарифмическое	$y = -4,2298 \cdot \ln(x) + 881,3210$
полином второй степени (квадратичная)	$y = 0,1026x^2 - 2,1126x + 882,5486$
полином третьей степени (кубическая)	$y = -0,0324x^3 + 0,6865x^2 - 5,0387x + 886,0827$
для марки ДМ9	
линейное	$y = -1,0618x + 850,6564$
логарифмическое	$y = -4,7837 \cdot \ln(x) + 851,8969$
полином второй степени (квадратичная)	$y = 0,031x^2 - 1,4338x + 851,4719$
полином третьей степени (кубическая)	$y = -0,0468x^3 + 0,8732x^2 - 5,6543x + 856,5719$
для марки ДМ10	
линейное	$y = -1,0273x + 847,5727$
логарифмическое	$y = -4,6821 \cdot \ln(x) + 848,8589$
полином второй степени (квадратичная)	$y = 0,0583x^2 - 1,7265x + 849,0877$
полином третьей степени (кубическая)	$y = -0,0258x^3 + 0,5233x^2 - 4,0569x + 851,9090$

Согласно описанной в главе 2 п. 2.11 последовательности выбора наилучшего уравнения тренда были рассчитаны необходимые значения параметров. В таблице 4.9 и

далее будут приведены результаты анализа уравнений тренда для деформационной марки ДМ 6.

Таблица 4.9 – Результаты анализа уравнений тренда, полученных поисковым методом для марки ДМ6

Наименование показателя	Линейное уравнение	Логарифмическое уравнение	Полином второй степени	Полином третьей степени
<i>Результаты дисперсионного анализа</i>				
Общая вариация $V_{\text{общ}}$, мм ²	141,409			
Случайная вариация V_{ε} , мм ²	22,225	2,493	3,868	0,944
Вариация вследствие тенденции $V_{f(t)}$, мм ²	119,184	138,916	137,541	140,465
Общая дисперсия $\sigma^2_{\text{общ}}$, мм ²	14,141			
Дисперсия случайного компонента σ^2_{ε} , мм ²	2,469	0,277	0,484	0,135
Дисперсия тенденции $\sigma^2_{f(t)}$, мм ²	119,184	138,916	68,771	46,822
F -критерий Фишера–Снедекора F_p	48,264	501,570	142,232	347,174
<i>Расчет и анализ средней квадратической ошибки аппроксимации</i>				
Средняя квадратическая ошибка $\sigma_{\text{ош}}$, мм	1,667	0,558	0,743	0,397
<i>Критерий наименьшей суммы квадратов отклонений эмпирических и теоретических значений уровней временного ряда</i>				
Сумма квадратов отклонений, мм ²	22,225	2,493	3,868	0,944
<i>Значения коэффициентов регрессионной статистики</i>				
Коэффициент корреляции (множественный R)	0,9181	0,9911	0,9862	0,9967
Коэффициент детерминации R^2	0,8428	0,9824	0,9726	0,9933
Нормированный R -квадрат	0,8254	0,9804	0,9696	0,9926
Стандартная ошибка аппроксимации σ_t , мм	1,5714	0,5263	0,6953	0,3672
Относительная ошибка аппроксимации E_t , %	0,1772	0,0593	0,0784	0,0414
Средняя ошибка аппроксимации \bar{A} , %	0,1382	0,0457	0,0530	0,0291

Проверка достоверности выполненных расчетов в программе Microsoft Excel

Проверка достоверности выполненных расчетов и полученных уравнений тренда по значениям отметок деформационной марки проведена в *Microsoft Excel* при использовании встроенной функции данной программы (рисунок 4.7).

Из рисунка 4.7 видно, что рассчитанные поисковым методом коэффициенты рассматриваемых уравнений тренда и уравнения, полученные встроенной функцией программы *Microsoft Excel*, полностью совпадают. Кроме этого, значения коэффициентов детерминаций R^2 , рассчитанные в *Microsoft Excel* (рисунок 4.7), также

совпадают со значениями такого коэффициента для уравнений тренда, полученных поисковым методом нелинейного программирования.

С использованием встроенных функций программы *Microsoft Excel* также был произведен расчет показателей регрессионной статистики и данных дисперсионного анализа на примере линейной трендовой модели. Протокол решения задачи, составленный в *Microsoft Excel*, подтвердил корректность выполненных расчетов по определению показателей дисперсионного анализа и показателей регрессионной статистики для линейного уравнения тренда, полученного поисковым методом.

При этом следует отметить, что в *Microsoft Excel* нет возможности составить подобный протокол расчетов для уравнений логарифмического вида и полиномов разных степеней. Использование же составленной программы для определения уравнения тренда поисковым методом нелинейного программирования позволяет вычислить необходимые параметры для оценки наилучшего уравнения тренда в *Microsoft Excel*.

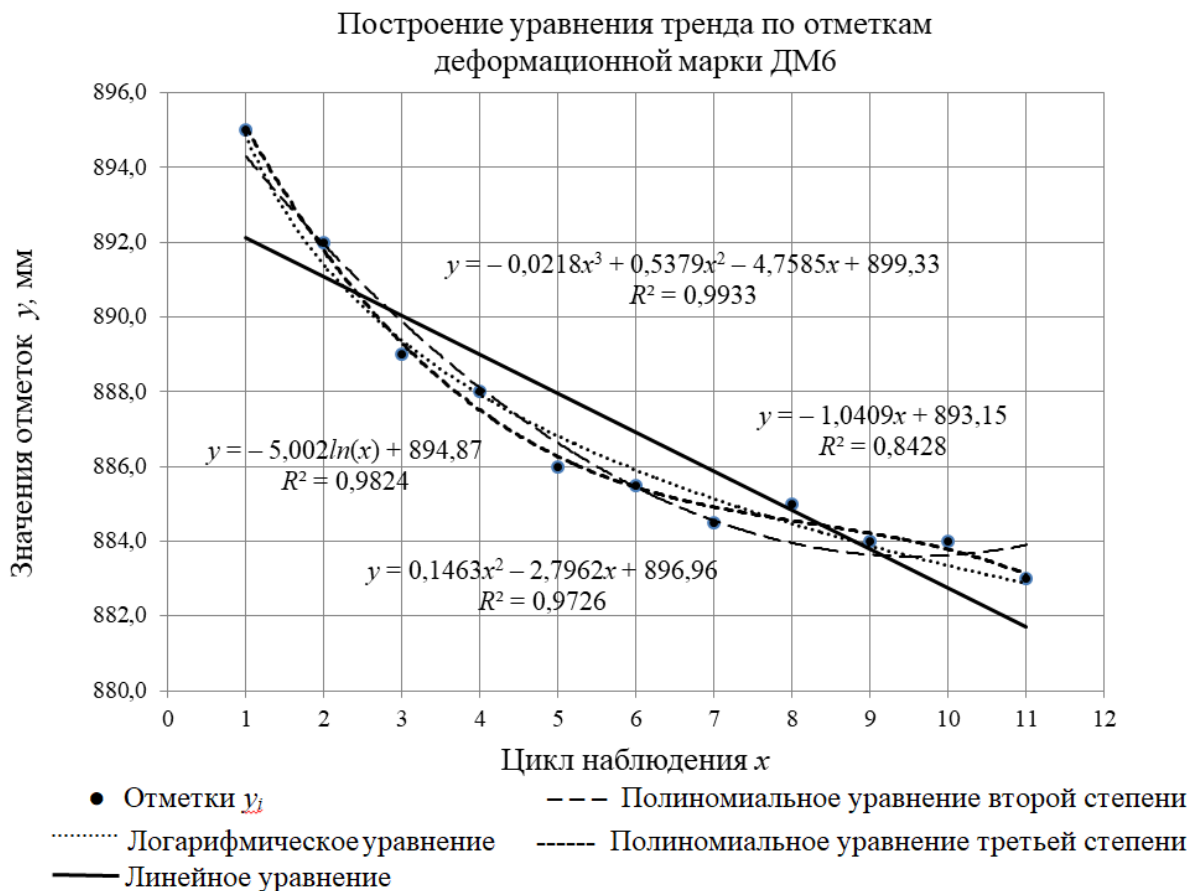


Рисунок 4.7 – График уравнений тренда, построенных встроенной функцией программы *Microsoft Excel*

Оценка точности определения коэффициентов уравнений тренда поисковым методом нелинейного программирования

Оценка точности построения линии тренда поисковым методом нелинейного программирования выполнена через определение коэффициентов нормальных уравнений неизвестных. В рассматриваемом примере неизвестными являются коэффициенты определяемого уравнения тренда. Так, для линейной трендовой модели, неизвестными являются коэффициенты k и b . Расчет выполнялся согласно описанному алгоритму в главе 2 п. 2.9.

Следует отметить, что число выполненных измерений равно 11, а число необходимых измерений для линейной трендовой модели – 2. По формулам (2.78) рассчитаны средние квадратические ошибки определяемых коэффициентов линейного уравнения тренда.

Аналогичный порядок вычислений проведен и для других видов трендовых моделей. Результаты оценки точности определения коэффициентов, построенных уравнений тренда поисковым методом, представлены в таблице 4.10.

Таблица 4.10 – Результаты оценки точности определения коэффициентов, построенных уравнений тренда поисковым методом

Наименование вида уравнения тренда	Обратная весовая матрица определения коэффициентов уравнения тренда, Q_k	СКО единицы веса μ	СКО определения коэффициентов уравнения тренда m_i
Линейное уравнение	$\begin{bmatrix} 0,009 & -0,055 \\ -0,055 & 0,418 \end{bmatrix}$	1,571	$m_{k_1} = 0,150$ $m_{b_1} = 1,016$
Логарифмическое уравнение	$\begin{bmatrix} 0,180 & -0,286 \\ -0,286 & 0,546 \end{bmatrix}$	0,526	$m_{k_1} = 0,223$ $m_{b_1} = 0,389$
Полином второй степени	$\begin{bmatrix} 0,001 & -0,016 & 0,036 \\ -0,016 & 0,204 & -0,491 \\ 0,036 & -0,491 & 1,399 \end{bmatrix}$	0,695	$m_{c_1} = 0,025$ $m_{d_1} = 1,016$ $m_{e_1} = 0,822$
Полином третьей степени	$\begin{bmatrix} 0,0002 & -0,003 & 0,015 & -0,018 \\ -0,003 & 0,054 & -0,277 & 0,348 \\ 0,015 & -0,277 & 1,494 & -2,013 \\ -0,018 & 0,348 & -2,013 & 3,136 \end{bmatrix}$	0,367	$m_{b_1} = 0,0047$ $m_{d_1} = 0,085$ $m_{c_1} = 0,0057$ $m_{e_1} = 0,151$

Показано, что полученное значение средней квадратической ошибки определения коэффициентов линейного уравнения тренда соответствует значению стандартной ошибки коэффициентов, рассчитанных в *Microsoft Excel* при выполнении

регрессионного анализа. Определение величины стандартной ошибки для уравнений другого вида в *Microsoft Excel*, как уже было отмечено ранее, не представляется возможным.

Таким образом, на основе анализа данных таблиц 4.8-4.10 сделан вывод, что наилучшими уравнениями тренда, полученными поисковым методом нелинейного программирования, для марки ДМ6 являются уравнения логарифмического вида и полинома третьей степени, а наихудшее уравнение тренда – линейное.

Однако возможность использования трендовой модели для анализа и прогнозирования может быть определена только после установления ее адекватности, т.е. соответствия модели исследуемому процессу [126].

Оценка адекватности трендовых моделей, полученных поисковым методом

Как отмечалось ранее в главе 2 п 2.11 для оценки адекватности трендовой модели предлагается выполнить проверку случайности остаточной компоненты через расчет критерий серий и критерий пиков.

Расчет критерий серий для марки ДМ6 представлен:

- в таблице 4.11 для линейной трендовой модели;
- в таблице 4.12 для логарифмической трендовой модели;
- в таблице 4.13 для трендовой модели полинома второй степени;
- в таблице 4.14 для трендовой модели полинома третьей степени.

Таблица 4.11 – Расчет критерий серий линейной трендовой модели

y_i	$f(t)$	ε_t	ε_t'	ε_m	$\varepsilon_t > \varepsilon_m$	$\varepsilon_t < \varepsilon_m$
895,00	892,11	2,89	-1,95		+	
892,00	891,07	0,93	-1,41		+	
889,00	890,03	-1,03	-1,37			-
888,00	888,99	-0,99	-1,03			-
886,00	887,95	-1,95	-0,99			-
885,50	886,91	-1,41	0,17	0,17		-
884,50	885,87	-1,37	0,21			-
885,00	884,83	0,17	0,93			
884,00	883,79	0,21	1,25		+	
884,00	882,75	1,25	1,30		+	
883,00	881,70	1,30	2,89		+	

Для рассматриваемой линейной трендовой модели $K_{max} = 5$, $\nu = 3$. Таким образом, по формуле (2.86) $K_{max} < 6$, по формуле (2.87) $\nu > 2$.

Для рассматриваемой линейной трендовой модели неравенства (2.86) и (2.87) выполняются. Значит, гипотеза о случайности отклонений уровней временного ряда от линейного тренда подтверждается.

Таблица 4.12 – Расчет критерий серий логарифмической трендовой модели

y_i	$f(t)$	ε_t	ε_t'	ε_m	$\varepsilon_t > \varepsilon_m$	$\varepsilon_t < \varepsilon_m$
895,00	894,87	0,13	-0,82		+	
892,00	891,40	0,60	-0,63		+	
889,00	889,37	-0,37	-0,41			-
888,00	887,93	0,07	-0,37			-
886,00	886,82	-0,82	0,07			-
885,50	885,91	-0,41	0,12	0,12		-
884,50	885,13	-0,63	0,13			-
885,00	884,47	0,53	0,13		+	
884,00	883,88	0,12	0,53			
884,00	883,35	0,65	0,60		+	
883,00	882,87	0,13	0,65		+	

Для рассматриваемой логарифмической трендовой модели $K_{max} = 5$, $v = 3$. Таким образом, $K_{max} < 6$, $v > 2$.

Для рассматриваемой логарифмической трендовой модели неравенства (2.86) и (2.87) выполняются. Значит, гипотеза о случайности отклонений уровней временного ряда от линейного тренда подтверждается.

Таблица 4.13 – Расчет критерий серий трендовой модели полинома второй степени

y_i	$f(t)$	ε_t	ε_t'	ε_m	$\varepsilon_t > \varepsilon_m$	$\varepsilon_t < \varepsilon_m$
895,00	894,31	0,69	-0,90		+	
892,00	891,95	0,05	-0,89			
889,00	889,89	-0,89	-0,63			-
888,00	888,11	-0,11	-0,11			-
886,00	886,63	-0,63	-0,05			-
885,50	885,45	0,05	0,05	0,05		
884,50	884,55	-0,05	0,05			-
885,00	883,95	1,05	0,36		+	
884,00	883,64	0,36	0,38		+	
884,00	883,62	0,38	0,69		+	
883,00	883,90	-0,90	1,05			-

Для рассматриваемой трендовой модели полинома второй степени $K_{max} = 3$, $v = 4$. Значит, $K_{max} < 6$, $v > 3$.

Для рассматриваемой трендовой модели полинома второй степени неравенства (2.86) и (2.87) выполняются. Значит, гипотеза о случайности отклонений уровней временного ряда от линейного тренда подтверждается.

Таблица 4.14 – Расчет критерий серий трендовой модели полинома третьей степени

y_i	$f(t)$	ε_t	ε_t'	ε_m	$\varepsilon_t > \varepsilon_m$	$\varepsilon_t < \varepsilon_m$
895,00	895,09	-0,09	-0,42			–
892,00	891,79	0,21	-0,31		+	
889,00	889,31	-0,31	-0,27			–
888,00	887,51	0,49	-0,21		+	
886,00	886,27	-0,27	-0,12			–
885,50	885,45	0,05	-0,09	-0,09	+	
884,50	884,92	-0,42	0,05			–
885,00	884,55	0,45	0,21		+	
884,00	884,21	-0,21	0,22			–
884,00	883,78	0,22	0,45		+	
883,00	883,12	-0,12	0,49			–

Для рассматриваемой трендовой модели полинома третьей степени $K_{max} = 1$, $v = 11$. Значит, $K_{max} < 6$, $v > 3$.

Для рассматриваемой трендовой модели полинома третьей степени неравенства (2.86) и (2.87) выполняются. Значит, гипотеза о случайности отклонений уровней временного ряда от линейного тренда подтверждается.

Согласно проверке на адекватность по критерию серий, все рассматриваемые трендовые модели признаются адекватными.

Для проведения проверки по критерию пиков, определялось общее число пиковых точек p ряда ε_t , при условии $\varepsilon_{t-1} < \varepsilon_t > \varepsilon_{t+1}$ или $\varepsilon_{t-1} > \varepsilon_t < \varepsilon_{t+1}$.

Для линейной модели число поворотных точек равно 3, для логарифмической модели – 9, для полинома второй степени – 8, для полинома третьей степени – 9.

Математическое ожидание числа пиковых точек в ряду и дисперсия была вычислена и получены следующие значения $\bar{p} = \frac{2}{3}(n-2) = \frac{2}{3}(11-2) = 6$,

$\sigma^2 = \frac{16n-29}{90} = \frac{16 \cdot 11 - 29}{90} = 1,63$. Тогда, $\left[\bar{p} - 1,96\sqrt{\sigma^2} \right] = 3$. Таким образом, из исследуемых видов трендовых моделей, согласно критерию пиков линейная трендовая модель является неадекватной.

Наилучшие показатели адекватности согласно критерию пиков у логарифмической трендовой модели и полинома третьей степени.

Результаты расчета RS -критерия для проверки соответствия уравнений тренда для марки ДМб нормальному закону распределения представлены в таблице 4.15.

Таблица 4.15 – Результаты расчета RS -критерия

Наименование трендовой модели	Размах вариаций R	Стандартное отклонение S	RS -критерий
Линейная модель	4,89	1,49	3,28
Логарифмическая модель	1,47	0,49	3,00
Полином второй степени	1,95	0,62	3,15
Полином третьей степени	0,91	0,31	2,94

Для числа элементов ряда $n = 11$ значение RS -критерия для всех уравнений тренда попадает в интервал между критическими границами от 2,67 до 3,68, а значит, гипотеза о нормальности распределения принимается для всех рассматриваемых моделей тренда.

Для проверки автокорреляции были вычислены значения d -критерия Дарбина-Уотсона по формуле (2.92). По результатам расчетов для логарифмического уравнения d -критерий составил 1,782, для полинома третьей степени – 3,585.

Сравнив рассчитанные значения d -критерия трендовых моделей с табличными данными, где определены критические значения критерия Дарбина-Уотсона, были получены следующие результаты:

- логарифмическая трендовая модель не имеет автокорреляции, а значит, может быть признана адекватной;
- трендовая модель полинома третьей степени имеет автокорреляцию и не может быть признана адекватной.

Таким образом, по результатам выполненной оценки адекватности двух видов трендовых моделей, полученных поисковым методом нелинейного программирования, наилучшей признана логарифмическая трендовая модель.

Сравнение прогнозируемых высот деформационной марки с их фактическими значениями

Для подтверждения правильности сделанных выводов о наилучшем виде трендовой модели, полученной поисковым методом, было выполнено сравнение прогнозных значений отметок деформационной марки ДМ6 с фактическими, измеренными при наблюдениях за стабильностью здания.

В таблице 4.16 приведены фактические отметки деформационной марки и прогнозируемые высоты этой марки, полученные для 12-14 циклов наблюдения по исследуемым трендовым моделям.

Таблица 4.16 – Сравнение прогнозируемых значений с фактическими

Наименование элементов сравниваемых моделей		Номер цикла		
		12	13	14
Отметки фактические $H_{\text{выч}}$, М		0,8800	0,8816	0,8810
Отметки прогнозные $H_{\text{прогноз}}$, М	Линейная модель	0,8807	0,8796	0,8786
	Логарифмическая модель	0,8824	0,8820	0,8817
	Полином второй степени	0,8845	0,8853	0,8865
	Полином третьей степени	0,8821	0,8809	0,8784
Ошибки прогноза Δ , мм	Линейная модель	-0,7	+2,0	+2,4
	Логарифмическая модель	-2,4	-0,4	-0,7
	Полином второй степени	-4,5	-3,7	-5,5
	Полином третьей степени	-2,1	+0,7	+2,6

Из таблицы 4.16 видно, что наименьшую ошибку прогноза имеет логарифмическая трендовая модель.

Выполнив корректировку полученных прогнозных отметок деформационной марки ДМ6 с учетом фактического состояния высотных отметок по данным 12-14 циклов, были определены новые (откорректированные) уравнения трендов. Вновь была выполнена экстраполяция прогнозируемой величины отметки марки на один цикл вперед по всем уравнениям тренда. Полученное прогнозное значение отметки, рассматриваемой деформационной марки, было сравнено с фактической отметкой марки для 15 цикла. Наименьшую ошибку прогноза вновь получило логарифмическое уравнение тренда.

Таким образом, подтверждается достоверность сделанного ранее вывода о том, что логарифмическая трендовая модель, полученная поисковым методом нелинейного программирования, является наилучшей формой трендовой модели для рассматриваемого примера.

4.4 Определение деформационных характеристик стальных трехгранных сооружений высотой до 85 м

В 2010 году стояла задача выполнить мониторинг сооружения неправильной формы, расположенного в одном из районов Краснодарского края. При строительстве обычно устанавливают специальные марки, за положением которых ведут наблюдения при эксплуатации сооружения. Однако предварительно установленных марок на объекте не было и работы по определению неперпендикулярности такого сооружения проводились следующим образом.

Для сооружений башенного типа высотой до 85 метров, смонтированных из стальных труб, может быть предложено несколько способов, в которых применяют прямую угловую засечку с двух концов базиса (рисунок 4.8, а). Так как наблюдаемых на башне точек довольно много, и часть точек была не видна с одного или другого конца базиса, а также для надёжного контроля измерений, было принято решение использовать ещё один базис. Возможные схемы измерения представлены на рисунке 4.8, б–г. Измерения были выполнены по схеме, показанной на рисунке 4.9.

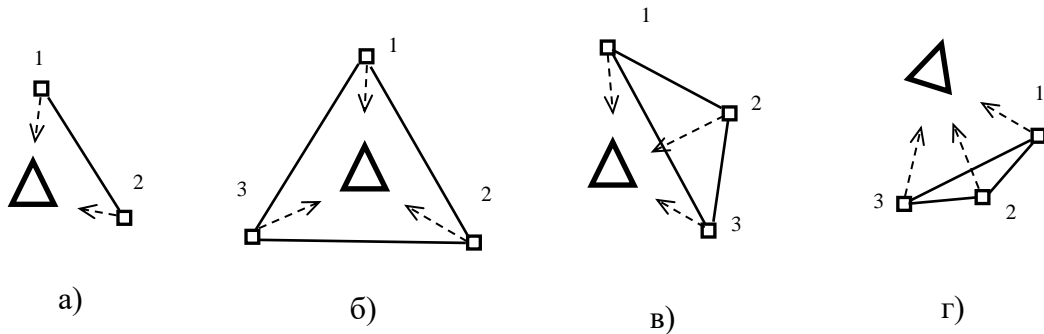


Рисунок 4.8 – Возможные схемы измерений геометрии трехгранных сооружений

Три опорных пункта были выбраны так, чтобы можно было навести зрительную трубу тахеометра на верхние точки башни без затруднений и использования специальных призм. Опорные точки выбирать на удалении от башни, равном полуторной высоте башни.

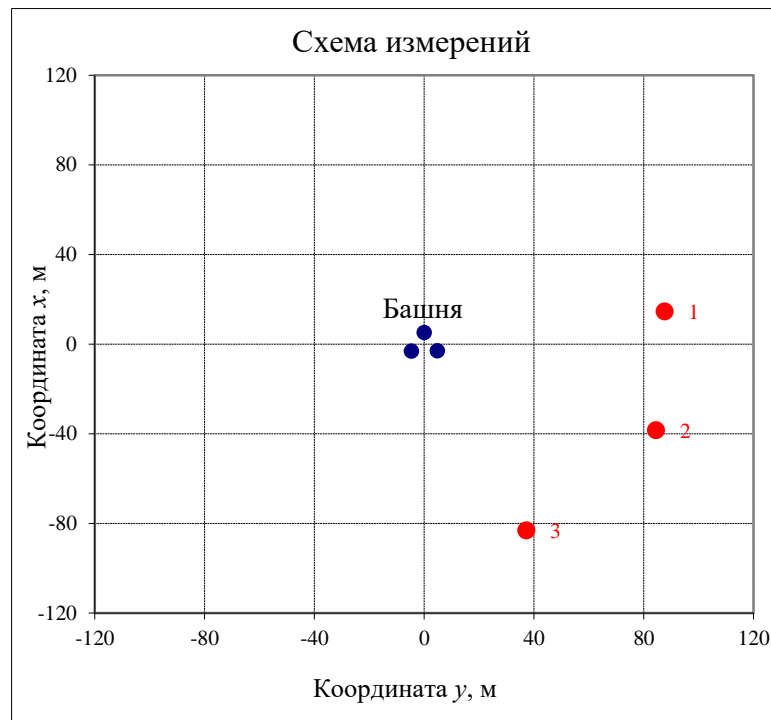


Рисунок 4.9 – Схема измерения геометрии стального трехгранного сооружения

Это соответствует углу наклона на верх башни в 34° . Расстояния между опорными точками подбирались так, чтобы углы засечек при определяемой точке лежали в диапазоне от 30 до 150° . Положение пунктов выбиралось таким образом, чтобы было видно максимальное количество определяемых точек башни – вершин всех треугольников башни. Опорные точки нумеруют цифрами произвольно, но по часовой стрелке. Рёбра трёхгранной башни обозначались буквами A , B и C . Впереди указывалась цифра, соответствующая номеру треугольника (яруса), считая снизу вверх.

Измерения на точки башни выполнялись электронным тахеометром с точностью измерения углов $5''$ при двух кругах: круг «лево» (КЛ) и круг «право» (КП) одним приёмом (двумя полуприёмами). Отсчитывался только горизонтальный круг. Полуприём начинали с наблюдения опорных точек. Затем наводились на вершины треугольников каждого яруса. Вследствие пирамидальности башни все 3 точки наведения каждого треугольника были выбраны на одинаковой высоте. В конце полуприёма вновь наблюдались на две опорные точки. Отсчёты при замыкании были близки к соответствующим отсчётам в начале полуприёма (не более $16''$).

Второй полуприём выполнялся в обратной последовательности. Затем переходили на следующую опорную точку.

Для задания масштаба системы координат было измерено расстояние между опорными точками 1 и 2. Результаты измерений и их обработки представлены в таблице Приложения Д.

Так как в базисном треугольнике измерены все углы, выполнялся контроль суммы углов треугольника и уравнивание углов.

В средние отсчёты (только по сторонам базисного треугольника) вводились поправки и вычислялись уравненные направления. Уравненные отсчёты приведены в графах 5, 9, 13 таблицы Приложения Д. Невязка указана внизу таблицы Приложения Д (графа 4).

Измерения выполнялись в условной системе координат, поэтому для вычисления координат опорных точек координаты x_1, y_1 точки 1 и дирекционный угол $\alpha_{1,2}$ стороны 1-2 задавались произвольно. По формулам прямой геодезической задачи вычислялись координаты остальных опорных пунктов.

В графах 14-19 (Приложение Д) приводятся координаты точек башни, вычисленные прямой угловой засечкой с двух опорных пунктов в трёх комбинациях.

Если с одной из трёх пунктов точка не была видна (ячейки отсчётов пусты), то в двух комбинациях из трёх граф координат было проставлено слово «нет».

Вычислялись длины сторон треугольников на каждом ярусе. Три стороны каждого треугольника должны быть равны между собой (графа 26).

Вычислялись дирекционные углы сторон треугольников. Три значения для одного треугольника должны отличаться на 120° . Изменение дирекционных углов одноимённых сторон разных по высоте треугольников обусловлено кручением башни.

В Приложении Д приводятся средние из трёх пар координат каждого треугольника. Средние координаты совпадают с пересечением медиан треугольника или центром его тяжести. По разностям координат центров каждого треугольника и нижнего треугольника вычислялись две составляющие (графы 30-31) линейного крена (невертикальности) сооружения. Продольная невертикальность (графа 30) вычислялась в плоскости, содержащей центр сооружения и ребро A . Поперечная невертикальность (графа 31) – в плоскости, параллельной грани BC .

Кроме описанных выше деформационных характеристик, дополнительно в таблице Приложения Д представлена следующая информация и результаты:

– крен в другом виде: смещение ds центра данного треугольника от центра нижнего треугольника и угол α этого смещения, отсчитанный по часовой стрелке от направления на ребро A (графы 32-33);

– крен центра каждого треугольника относительно центра нижнего треугольника в угловой мере (в промилях) (графа 34);

– три составляющие отклонения данной точки от прямой: продольная (горизонтальная) составляющая dx в плоскости от центра треугольника на данное ребро, поперечная (горизонтальная) составляющая dy в перпендикулярной плоскости и вертикальная составляющая dz (графы 35-37);

– суммарное отклонение ΔL , как кратчайшее расстояние точки от прямой в пространстве (графа 38);

– длина L прямой, в графе 40 – относительное отклонение точки от прямой как отношение $\Delta L/L$ (графа 39);

– невертикальность по рёбрам башни включает в себя как крен сооружения, так и его кручение. Знак «+» означает, что точка отклоняется от вертикальной плоскости вправо, если смотреть снаружи башни;

– кручение вычислялось как средняя разность трёх дирекционных углов данного и нижнего треугольников (графа 42).

Для автоматизации вычислений дополнительно к имеющимся в *Excel* функциям были составлены 6 подпрограмм других функций в среде *Visual Basic* на одном модульном листе. Функции «ГрадРад», «Расст», «ДирУгГр», описанные ранее в п.3.1. Функция «ПрямЗасеч» вычисляет прямую засечку по координатам двух опорных точек и двум измеренным горизонтальным углам:

```
Function ПрямЗасеч(Коорд_геодез1, Коорд_геодез2, угол1, угол2)
s1 = Коорд_геодез1
s2 = Коорд_геодез2
'1-я графа X, 2-я графа Y
'углы в радианах
b1 = угол1
b2 = угол2
x1 = s1(1, 1)
y1 = s1(1, 2)
x2 = s2(1, 1)
y2 = s2(1, 2)
xP = (x1 * Tan(b1) - x2 * Tan(b2) + (y2 - y1) * Tan(b1) * Tan(b2)) / (Tan(b1) - Tan(b2))
yP = (y1 * Tan(b1) - y2 * Tan(b2) + (x1 - x2) * Tan(b1) * Tan(b2)) / (Tan(b1) - Tan(b2))
P = Array(xP, yP)
ПрямЗасеч = P
End Function
```

Функция «ВертРёбер» вычисляет отклонение точки от вертикальной плоскости:

```
Function ВертРёбер(Коорд_центра_внизу, Коорд_вершины_внизу,
Коорд_вершины_вверху)
s0 = Коорд_центра_внизу
s1 = Коорд_вершины_внизу
s2 = Коорд_вершины_вверху
With Excel.Application
delx1 = s1(1, 1) - s0(1, 1)
dely1 = s1(1, 2) - s0(1, 2)
delx2 = s2(1, 1) - s0(1, 1)
dely2 = s2(1, 2) - s0(1, 2)
d = Sqr(delx1 ^ 2 + dely1 ^ 2)
vert = (dely1 * delx2 - dely2 * delx1) / d
End With
ВертРёбер = vert
End Function
```

Функция «ПрямолСост» вычисляет 5 элементов отклонения точки от прямой линии, заданной обозначениями точек в начале и конце прямой линии:

```
Function ПрямолСост(Коорд_геодезич, №внизу, №середина, №вверху, Дирекц_угол)
```

```

s = Коорд_геодезич
'1 графа №точки, 2–я графа X, 3–я графа Y, 4–я графа Z
'номер строки обязательно равен номеру точки
i = №внизу
j = №вверху
k = №середина
alfa = Дирекц_угол
With Excel.Application
delx1 = .VLookup(j, s, 2, False) – .VLookup(i, s, 2, False)
dely1 = .VLookup(j, s, 3, False) – .VLookup(i, s, 3, False)
delz1 = .VLookup(j, s, 4, False) – .VLookup(i, s, 4, False)
delx2 = .VLookup(k, s, 2, False) – .VLookup(i, s, 2, False)
dely2 = .VLookup(k, s, 3, False) – .VLookup(i, s, 3, False)
delz2 = .VLookup(k, s, 4, False) – .VLookup(i, s, 4, False)
cv1 = delx1 ^ 2 + dely1 ^ 2 + delz1 ^ 2
s1 = Sqr(cv1)
Qr = delx1 * delx2 + dely1 * dely2 + delz1 * delz2
dx0 = delx2 – delx1 * Qr / cv1
dy0 = dely2 – dely1 * Qr / cv1
dz = delz2 – delz1 * Qr / cv1
ds = Sqr(dx0 ^ 2 + dy0 ^ 2 + dz ^ 2)
beta = (alfa – 150) / 57.29578
dx = dx0 * Cos(beta) + dy0 * Sin(beta)
dy = –dx0 * Sin(beta) + dy0 * Cos(beta)
End With
ПрямолСост = Array(dx, dy, dz, ds, s1)
End Function

```

Результаты вычисления деформационных характеристик трехгранного сооружения в графическом виде представлены в работе автора диссертации [43].

4.5 Выводы по главе 4

1. Предложения, рассмотренные в исследовании, по наблюдению за смещениями зданий и сооружений реализованы на ряде объектов в Краснодарском крае.
2. Составленная автором автоматизированная программа на основе поискового метода реализована при проведении геодезического мониторинга на объектах, расположенных в г. Анапа и г. Краснодар, для получения координат и величин смещений деформационных марок.
3. Подобранная поисковым методом трендовая модель изменения высот деформационных марок, позволила спрогнозировать значения высот деформационных марок, которые в свою очередь совпали с их фактическими значениями, полученными натурными наблюдениями.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты диссертационной работы заключаются в следующем:

1. Проанализирована нормативно-методическая база, регулирующая на каждом этапе порядок проведения геодезического мониторинга зданий и сооружений. Выявлены недостатки в нормативном обеспечении процесса проведения геодезического мониторинга с применением классических методов наблюдения за деформациями зданий и сооружений, которые заключаются в следующем:

- отсутствуют требования к составу, порядку и точности выполнения работ для каждого этапа технологии геодезического мониторинга зданий и сооружений с нормальным уровнем ответственности и к некоторым этапам геодезического мониторинга для зданий и сооружений повышенного уровня ответственности;

- отсутствуют сформулированные требования к точности определения положения пунктов сети, с которых выполняется наблюдение за деформациями зданий и сооружений;

- имеет место наличие некорректных рекомендаций в некоторых нормативных документах по проведению геодезического мониторинга горизонтальных смещений зданий и сооружений повышенного уровня ответственности, связанные с предложениями использовать метод полигонометрии как основного для наблюдения за смещениями зданий и сооружений. Однако проведенный в диссертационном исследовании анализ показал, что применение метода полигонометрии в большинстве случаев не обеспечивает II класс точности измерений;

- отсутствуют требования и рекомендации по выполнению прогнозирования деформаций зданий и сооружений, по составлению уравнения тренда и, как следствие, к построению адекватной прогнозной модели.

2. Обоснованы требования геодезического мониторинга смещений зданий и сооружений нормального уровня ответственности способом свободного стационарирования через обоснование требований к точности выполнения геодезических измерений по II классу точности:

- согласно принципу равных влияний ошибок исходных пунктов и ошибок измерений СКО положения свободной станции – $m_{\text{СТ}} = 2,5$ мм, а СКО линейных и угловых измерений на деформационную марку – $m_d = 1,8$ мм, $m_{\beta} = 3,6''$;

– согласно принципу ничтожно малого влияния ошибок исходных пунктов СКО положения свободной станции – $m_{\text{эТ}} = 3,3$ мм, а СКО линейных и угловых измерений на деформационную марку – $m_d = 2,3$ мм, $m_{\beta} = 4,8''$.

3. Внесены предложения по наблюдению за горизонтальными смещениями зданий и сооружений на основе способа свободного стационарирования, включающая в себя: создание на объекте работ исходных пунктов первого и второго уровня, определение положения свободной станции электронного тахеометра от исходных пунктов второго уровня обратной засечкой и определение полярным способом планового положения деформационных марок. В качестве исходных пунктов и деформационных марок предлагается использовать специальные поворотные отражательные пленки, разработанные автором диссертации в составе творческого коллектива кафедры кадастра и геоинженерии КубГТУ.

4. Предложен алгоритм поискового метода нелинейного программирования, основанный на комбинации методов Пауэлла и Девиса-Свенна-Кемпи, используя который было выполнено теоретическое обоснование возможности его применения для математической обработки на всех этапах геодезического мониторинга: от проектирования плановых и высотных геодезических сетей до прогнозирования результатов деформаций.

5. Предложены и разработаны два способа проектирования геодезических сетей: 1) на основе «неискаженной модели» сети; 2) поисковым методом нелинейного программирования с применением метода Монте-Карло.

6. Обоснована и доказана возможность уравнивания и оценка точности большинства видов геодезических построений (плановых, высотных, пространственных) при различных условиях назначения весов результатам измерений. Проверена и доказана возможность применения поискового метода для уравнивания и оценки точности коррелированных результатов измерений. Доказана корректность применения поискового метода для уравнивания и оценки точности без учета ошибок исходных данных, с учетом ошибок исходных данных, при наличии и отсутствии корреляционных связей между ними. Показана корректность уравнивания свободных геодезических сетей поисковым методом.

7. Приведена последовательность определения элементов преобразования плановых и пространственных систем координат с использованием поискового метода.

Доказана корректность применения поискового метода для решения такой геодезической задачи.

8. Предложены методические решения по определению уравнения тренда с использованием поискового метода и обоснованы требования к ее анализу, включающие: эмпирические методы анализа закономерностей развития исследуемого временного ряда; расчёт показателей коэффициента корреляции, коэффициента детерминации, стандартной ошибки аппроксимации; дополнительный расчёт значений следующих показателей: нормированного R -квадрата, относительной ошибки аппроксимации и средней ошибки аппроксимации; оценку точности определения коэффициентов уравнений тренда, разработанным поисковым методом; проверку трендовой модели на адекватность.

9. Разработаны автоматизированные программы, реализующие поисковый метод на основе комбинации алгоритмов Пауэлла и Девиса-Свенна-Кемпи, дополняющие друг друга и позволяющие выполнять автоматизированное уравнивание и оценку точности результатов измерений. Программы написаны языком *Visual Basic* и могут работать как встроенный Макрос в *Microsoft Excel*. На данные программы получены авторские Свидетельства о регистрации программы для ЭВМ №2015617205 и №2020617236. Особенностью программы (№2020617236) является возможность в одном программном комплексе осуществлять обработку данных по каждому этапу геодезического мониторинга с получением итогового результата.

10. Разработана технология геодезического мониторинга зданий и сооружений способом свободного стационарирования с применением поискового метода нелинейного программирования в качестве основного математического аппарата, которая позволяет проводить наблюдения за плано-высотным положением деформационных марок в условиях плотной городской застройки с выполнением требований по II классу точности измерений.

11. Рекомендации по дальнейшей разработке исследования состоят в применении других видов поисковых методов и методов нелинейного программирования для решения задач геодезического мониторинга.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абу Дака Имад, Оценка точности пространственных засечек методами нелинейного программирования / Абу Дака Имад, В.И. Мицкевич // Геодезия и картография. – 1994. – № 1. – С. 22-24.
2. Афонин, Д.А. Геодезический контроль деформаций при строительстве городских подземных сооружений открытым способом : специальность 25.00.32 «Геодезия» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Д.А. Афонин. – Санкт-Петербург, 2013. – 183 с.
3. Афонин, Д.А. Построение геодезической разбивочной сети, закрепляемой пленочными отражателями / Д.А. Афонин // Записки Горного института. – 2012. – Т. 199. – С. 301-308.
4. Афонин, Д.А. Проектирование, построение и мониторинг плановых геодезических разбивочных сетей в городских условиях / Афонин Д.А. // В сборнике по итогам II межвузовской научно-практической конференции: Военная картография: средства и методы топографо-геодезического и картографического производства, пути совершенствования подготовки специалистов, 2013. – С. 63-72.
5. Афонин, К. Ф. Технологии геодезических и картографических работ : учеб. пособие / К.Ф. Афонин. – Новосибирск: СГГА, 2007 – 100 с.
6. Базилевский, М.П. Аналитические зависимости между коэффициентами детерминации и соотношением дисперсий ошибок исследуемых признаков в модели регрессии деминга / М.П. Базилевский // Математическое моделирование и численные методы. – 2016. – № 2(10). – С. 104-116.
7. Беспалов, Ю.И. Наблюдение за осадками зданий и сооружений способом тригонометрического нивелирования / Ю.И. Беспалов, Ю.П. Дьяконов, Т.Ю. Терещенко // Геодезия и картография. – 2010. – №8. – С. 8-10.
8. Блэзи, В. Справочник проектировщика. Строительная физика / В. Блэзи. – 8-е изд. – И.: Техносфера, 2012. – 616 с.
9. Большаков, В.Д. Справочник геодезиста: Книга 1 / В.Д. Большаков, Г.П. Левчук, Г.В. Багратуни. – М. : Книга по Требованию, 2013. – 546 с.
10. Броншейн, В.И. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния высоких плотин / В.И. Броншейн, М.Е. Грошев // Гидротехническое строительство. – 2002. – № 6. – С. 2-11.

11. Брынь, М.Я. Геодезический мониторинг объектов инфраструктуры железнодорожного транспорта спутниковыми методами / М.Я. Брынь, А.А. Никитчин, Е.Г. Толстов // Транспорт Российской Федерации. – 2010. – № 4 (29). – С. 58-60.
12. Брынь, М.Я. О мониторинге геодезической сети в ходе строительства вантовых мостов / М.Я. Брынь, Д. Крашеницин, А.А. Никитчин и др. // Современные достижения геодезической науки и производства. – Львов: НУЛП, 2009. – Выпуск I (17). – С. 151-156.
13. Брынь, М.Я. Об уравнивании пространственных геодезических сетей поисковым методом / М.Я. Брынь, Г.Г. Шевченко // Сборник материалов III Всероссийской науч.-практ. конф. : Геодезия, картография, геоинформатика и кадастры. Наука и образование, г. Санкт-Петербург, 06-08 ноября 2019 г.,– С.220-225.
14. Брынь, М. Я. Построение прогнозной модели поисковым методом нелинейного программирования по геодезическим данным / М. Я. Брынь, Г. Г. Шевченко // Инженерные изыскания. – 2019. – №4. – С. 48-58.
15. Брынь, М. Я. Уравнивание пространственных геодезических построений поисковыми методами Пауэлла и Девиса-Свенна-Кемпи / М. Я. Брынь, Г. Г. Шевченко // Приложение к журналу Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. Сборник статей по итогам научно-технической конференции. – 2019. – №10. – С. 26-31.
16. Брынь, М.Я. Уравнивание геодезических измерений параметрическим способом : учебное пособие / М.Я. Брынь, А.В. Астапович, Д.А. Афонин. – СПб. : ФГБОУ ВПО ПГУПС, 2014. – 48 с.
17. Веселов, В.В. О возможности использования веерного способа при высокоточном геометрическом нивелировании / В.В. Веселов, О.В. Есенников, Н.С. Анненков, Ю.С. Нетребина, П.Е. Тепловодский, Н.А. Чучукин // Вестник Воронежского государственного аграрного университета. – 2003. – № 7. – С. 83-90.
18. Визиров, Ю.В. Геодезическое обеспечение ввода наземных трасс в местные препятствия / Ю.В. Визиров // Геодезия и картография. – 2015. – № 9. – С. 17-26.
19. Ворошилов, А.П. Измерение осадок зданий и сооружений электронными тахеометрами / А.П. Ворошилов // Вестник ЮУрГУ. Сер. «Строительство и архитектура». – Вып. 3. – 2005. – № 13. – С. 37–39

20. Ганьшин, В.Н. Геодезические методы измерения вертикальных смещений и анализ устойчивости реперов / В.Н. Ганьшин, А.Ф. Стороженко, Н.А. Буденко и др. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Недра, 1991. – 190 с.
21. Герасименко, М.Д. Оптимальное проектирование и уравнивание геодезических сетей / М.Д. Герасименко. – И. : Наука, 1992 г. – 158 с.
22. Герасименко, М.Д. Оптимизация точности измерений в геодезических сетях / М.Д. Герасименко // Геодезия и картография. – 1985. – № 2. С. 10-14.
23. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 1972. – 479 с.
24. Головань, Г.Е. Технология проектирования геодезических сетей с помощью программного обеспечения, разработанного в Полоцком государственном университете / Г. Е. Головань, Е. В. Грищенко, И. П. Шевелев // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия F: Строительство. Прикладные науки. – 2010. – № 6. – С. 108-112.
25. Гордеев, В.А. Об уравнивании обратной угловой засечки // В.А. Гордеев, О.С. Раева // Маркшейдерский вестник. – 2005. – № 1 (51). – С. 55-57.
26. Гордеев, В.А. Применение размаха при обработке маркшейдерских измерений / В.А. Гордеев, Г.Г. Шевченко // Маркшейдерский вестник. – 2020. – № 4. – С. 17-23.
27. Гордеев, В.А. Сопоставление точности геометрического и тригонометрического нивелирования при создании маркшейдерских высотных сетей / В.А. Гордеев, О.С. Раева // Известия высших учебных заведений. Горный журнал. – 2014. – № 6. – С. 79-84.
28. Гордеев, В.А. Теория ошибок измерений и уравнивательные вычисления : учебное пособие. 2-е изд., испр. И доп. / В.А. Гордеев. – Екатеринбург : Изд-во УГГУ, 2004. – 429 с.
29. Горелов, В. А. Анализ и обработка результатов высокоточных створных измерений / В.А. Горелов. – М. : ЦНИИ Атоминформ, 1976.
30. Горяинов, И.В. Влияние положения визирной цели - отражательной марки на точность измерений по схеме обратной линейно-угловой засечки // И.В. Горяинов, А.А. Кодиров, А.А. Шевчук, С.В. Аверьянов, Е.В. Дельфонцев // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2017. – № 3. – С. 29-35.

31. Горяинов, И.В. Экспериментальные исследования применения обратной линейно-угловой засечки для оценки стабильности пунктов плановой деформационной геодезической сети / И.В. Горяинов // Вестник СГУГиТ. – 2018. – Т. 23, № 1. – С. 28-38

32. ГОСТ 24846 – 2012. Грунты. Методы измерений деформаций оснований зданий и сооружений : национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 29 октября 2012 г. № 599-ст : дата введения 2013-07-01. – М. : Стандартинформ, 2012. – 29 с.

33. ГОСТ Р 22.1.12-2005. Безопасность в чрезвычайных ситуациях зданий и сооружений. Структурированная система мониторинга и управления инженерными системами зданий и сооружений : национальный стандарт Российской Федерации : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 28 марта 2005 г. № 65-ст : дата введения 2005-09-15. – М. : Стандартинформ, 2005. – 29 с.

34. ГОСТ Р 53607-2009. Глобальная навигационная спутниковая система. Методы и технологии выполнения геодезических и землеустроительных работ. Определение относительных координат по измерениям псевдодальностей. Основные положения : национальный стандарт Российской Федерации : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 15 декабря 2009 г. № 932-ст : дата введения 2011-01-01. – М. : Стандартинформ, 2010. – 11 с.

35. ГОСТ Р 55024-2012. Сети геодезические. Классификация. Общие технические требования : национальный стандарт Российской Федерации : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 8 октября 2012 г. N 470-ст : дата введения 2013-01-01.

36. ГОСТ Р 8.736-2011. Государственная система обеспечения единства измерений (ГСИ). Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения : национальный стандарт Российской Федерации : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 13 декабря 2011 г. N 1045-ст : дата введения 2013-01-01.

37. Гуляев, Ю.П. Прогнозирование деформаций сооружений на основе результатов геодезических наблюдений [Текст] : монография / Ю.П. Гуляев. – Новосибирск: СГГА, 2008. – 256 с.
38. Дегтярев, В.Г. Вероятностно-детерминированные методы поиска решений нелинейных уравнений и систем / В.Г. Дегтярев, В.А. Ходаковский // Системный анализ и аналитика. – 2017. – № 1 (2). – С. 4-12.
39. Дьяков, Б.Н. Проектирование надёжных геодезических сетей / Б. Н Дьяков, Ю. В. Родионова // Гео-Сибирь. – 2006. – Т. 1. – № 1. – С. 62-66.
40. Дьяков, Б.Н. Сравнительный анализ способов Костехеля и Марчака / Б.Н. Дьяков // Маркшейдерский вестник. – 2009. – №6. – С.43-46.
41. Желтко, Ч.Н. Алгоритм определения координат при мониторинге сооружений с использованием поискового метода уравнивания / Ч.Н. Желтко, Г.Г. Шевченко, Д.А. Гура, А.А. Кузнецова // Наука. Техника. Технологии (политехнический вестник). – 2013. – № 3. – С. 60-64.
42. Желтко, А.Ч. Разработка и исследование методов определений осадок, смещений и деформаций элементов автомобильных мостов : специальность 25.00.32 «Геодезия» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / А.Ч. Желтко. – Ростов-на-Дону, 2017. – 135 с.
43. Желтко, Ч.Н. Измерения геометрии высоких стальных трёхгранных сооружений / Ч.Н. Желтко, Д.А. Гура, Г.Г. Аветисян // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъёмка. – 2010. – № 6. – С. 13-19.
44. Желтко, Ч.Н. Поисковый способ уравнивания и оценка точности неизвестных в методе наименьших квадратов: монография / Ч.Н. Желтко [и др.]; под ред. Ч.Н. Желтко. – Краснодар: ФГБОУ ВО «КубГТУ», 2016. – 103 с.
45. Жуков Б.Н. Геодезический контроль сооружений и оборудования промышленных предприятий: монография / Б.Н. Жуков. – Новосибирск: СГГА, 2003. – 356 с.
46. Зайцев А.К. Геодезические методы исследования деформаций сооружений / А.К. Зайцев, С.В. Марфенко, Д.Ш. Михелев и др. – М.: Недра, 1991. – 272 с.
47. Зангвилл Уиллард, И. Нелинейное программирование / И. Зингвилл Уиллард. – перевод Бабаев Д.А. – И.: Советское радио, 1973 г. – 312 с.

48. Зубов, А. В. Применение градиентного метода при решении геодезических задач [Текст] / А. В. Зубов, Н. С. Павлов // Труды межвузовской научно-практической конференции. – СПб.: ВКА им. А.Ф. Можайского. – 2013. – С. 90-93.

49. Зубов, А. В. Применение метода оптимизационной параболы для решения нелинейных маркшейдерско-геодезических задач / А. В. Зубов, Н. Н. Елисеева // Маркшейдерский вестник. – 2019. – №1 (128). – С. 24-27.

50. Зубов, А.В. Применение поисковых методов при решении оптимизационных нелинейных инженерно-геодезических задач / А.В. Зубов, Н.Н. Елисеева // Совершенствование средств и методов сбора и обработки геопространственной информации и системы подготовки специалистов в области топогеодезического и навигационного обеспечения: матер. 2-й Всерос. науч.-практ. конф. – СПб.: ВКА имени А.Ф. Можайского, 2018. – С. 372-377.

51. Зубов, А.В. Программный комплекс для определения кренов сооружений башенного типа по данным наземного лазерного сканирования / А.В. Зубов, Н.Н. Елисеева // Геодезия и картография. – 2020. – № 7. – С. 2-7.

52. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов ГКИНП (ГНТА)-03-010-03, [утв. Федеральной службой геодезии и картографии России от 01.02.2004]. – М.: ЦНИИГАиК, 2004. – 98 с.

53. Казанцев, А.И. Геодезический мониторинг деформаций зданий и сооружений в условиях уплотнительной застройки с учетом оценки зоны влияния строящегося объекта : специальность 25.00.32 «Геодезия» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / А.И. Казанцев. – Санкт-Петербург, 2016. – 117 с.

54. Кафтан, В.И. Определение смещений и деформаций по данным спутниковых геодезических измерений / В.И. Кафтан, П.А. Докукин // Геодезия и картография. – 2007. – № 9. – С. 18-21.

55. Кафтан, В.И. Сравнительный анализ точности локального мониторинга движений и деформаций земной поверхности с использованием глобальных навигационных спутниковых систем GPS и ГЛОНАСС / В.И. Кафтан, В.А. Сидоров, А.В. Устинов // Вулканология и сейсмология. – 2017. – № 3. – С. 50-58.

56. Климов, О. Д. Практикум по прикладной геодезии. Изыскания, проектирование и возведение инженерных сооружений : учеб. пособие для вузов / О. Д. Климов, В.В. Калугин, В.К. Писаренко – М.: Недра, 1991. – 271 с.

57. Козырев, А.А. Применение высокоточных геодезических методов для мониторинга деформационных процессов в зонах ведения крупномасштабных горных работ / А.А. Козырев, Э.В. Каспарьян, Е.Э. Каспарьян, Л.С. Каткова, В.В. Рыбин // В сборнике: Геодинамика и напряженное состояние недр Земли Труды международной конференции. Институт горного дела СО РАН, 1999. – С. 356-362.
58. Коробочкин, М.И. Моделирование и решение задач уравнивания методами нелинейного программирования / М.И. Коробочкин // Землеустройство, кадастр и мониторинг земель. – 2008. – №4 (40). – С. 77-85.
59. Коробочкин, М.И. Уравнивание линейно-угловых сетей методами нелинейного программирования / М.И. Коробочкин, Е.В. Калинова // Изв. вузов. Сер. Геодезия и картография. – 2012. – №2 – С. 35-41.
60. Коугия, В. А. Избранные труды : монография / В. А. Коугия; под ред. М. Я. Брыня. – СПб.: Петербургский государственный университет путей сообщения, 2012. – 448 с.
61. Коугия, В.А. Определение градиентным методом элементов связи между трехмерными системами координат / В.А. Коугия, Н.В. Канахин // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2008. – № 2. – С. 22-28.
62. Красильников, Д.Е. Алгоритм вычисления коэффициента выборочной детерминации в MS-Excel / Д.Е. Красильников // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. – 2016. – № 3(114). – С. 20-30.
63. Курзаева, Л.В. Регрессионный анализ в электронных таблицах / Л.В. Курзаева // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 12 (часть 7). – С. 1234-1238.
64. Левданский, П.М. Проектирование плановых спутниковых геодезических сетей, содержащих GPS измерения, редуцированные на плоскость проекции / П.М. Левданский, В.И. Мицкевич, А.П. Присяжнюк, Л.А. Черкас // Депонированная рукопись № 763-ГД2002, 17.09.2002.
65. Леонович, И. И. Использование методов нивелирования для оценки ровности дорожных покрытий / И.И. Леонович, В.П. Подшивалов // Репозиторий БНТУ. Строительная наука и техника. – 2011. – № 3. – С. 32-38.
66. Лукин, А.С. Применение статистических испытаний для исследования точности геодезических построений, используемых для решения кадастровых задач //

А.С. Лукин, В.В. Батраков // Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий). – 2000. – № 5. – С. 44-48.

67. Мазуров, Б.Т. Математическое моделирование и идентификация напряженно-деформированного состояния геодинимических систем в аспекте прогноза природных и техногенных катастроф [Текст] / Б. Т. Мазуров, В. К. Панкрушин, В. А. Середович // Вестник СГГА. – 2004. – Вып. 9. – С. 30-35.

68. Макаров, Г.В. Оценка точности при поисковых методах уравнивания / Г.В. Макаров, В.В. Афанасьев, Б.В. Афанасьев // Геодезия и картография. – 1981 г. – №11. – С. 20-22.

69. Макарова, И.Л. Коэффициент детерминации для нелинейной регрессии / И.Л. Макарова, А.М. Игнатенко // Евразийское Научное Объединение. – 2018. – № 3. –3(37). – С. 161-163.

70. Маркузе, Ю.И. Алгоритм уравнивания комбинированных геодезических сетей / Ю.И. Маркузе. – М.: Недра, 1972. – 152 с.

71. Маркузе, Ю.И. Исследование исходной матрицы обратных весов неизвестных при рекуррентном способе уравнивания измерений / Ю.И. Маркузе, Лэ Ань Куонг, Чан Тиен Ранг // Геодезия и картография. – 2016. – № 11. – С. 7-10.

72. Маркузе, Ю.И. Основы уравнивательных вычислений: учеб. пособие для вузов / Ю.И. Маркузе. – М.: Недра, 1990. – 240 с.

73. Машимов, М.М. Уравнивание геодезических сетей / М.М. Машимов. – М. : Недра, 1979. – 367 с.

74. Медведская, Т.М. Совершенствование методики геодезического мониторинга крупногабаритного промышленного оборудования : специальность 25.00.32 «Геодезия» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Т.М. Медведская. – Новосибирск, 2019. – 176 с.

75. Методика геодезического мониторинга технического состояния высотных и уникальных зданий и сооружений. МДС 13-22.2009 / ООО «ТЕКТОПЛАН». – М.: ОАО «ЦПП», 2010. – 76 с.

76. Методические указания по организации и проведению наблюдений за осадкой фундаментов и деформациями зданий и сооружений строящихся и эксплуатируемых тепловых электростанций. СО 153-34.21.322-2003 [утв. приказом Министерства энергетики Российской Федерации от 30 июня 2003 г. N 283] – М., 2005. – 55 с.

77. Мизин, В.Е. Корреляционный анализ разностей повторных наблюдений геодезической основы при мониторинге линейных объектов / В.Е. Мизин // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2011. – №3. – С. 26-28.

78. Михайлов, Г. А. Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло / Г. А. Михайлов, А. В. Войтишек – М.: Издательский центр «Академия», 2006. – 368 с.

79. Мицкевич, В.И. Альтернативные методы проектирования и уравнивания геодезических сетей : монография / В.И. Мицкевич, А.Ю. Будо, Е.В. Грищенко. – Новополоцк : ПГУ, 2008. – 280 с.

80. Мицкевич, В.И. Исследование сходимости при вычислении координат способом линеаризованных итераций / В.И. Мицкевич, Хасан Ахмад Али // Геодезия и картография. – 1994. – №6. – С.14-16.

81. Мицкевич, В.И. Математическая обработка геодезических построений методами нелинейного программирования : автореф. дис. ... д-р. тех. наук: 25.00.32 / В.И. Мицкевич. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербург. горн. ун-т, 2004. – 29 с.

82. Мицкевич, В.И. Математические методы и модели на ЭВМ : учеб.-метод. комплекс. / сост. и общ. ред. В. И. Мицкевича. – Новополоцк : ПГУ, 2007. – 184 с.

83. Мицкевич, В.И. Многокритериальное уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей на основе метода Ньютона / В.И. Мицкевич, П.М. Левданский; Полоцкий гос. ун-т. – Новополоцк, 1999. – 9 с. – Деп в ОНТИ ЦНИИГАиК 28.06.1999, № 681-гд. 99 деп.

84. Мицкевич, В.И. Об оценке точности при определении положения пункта из решения системы нелинейных уравнений / В.И. Мицкевич // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1980. – № 5.– С. 21-25.

85. Мицкевич, В.И. Проектирование качественных по построению геодезических сетей и их обработка методами многокритериальной оптимизации в условиях плохо обусловленных систем параметрических уравнений / В.И. Мицкевич, Е.В. Грищенко, В.В. Ялтыхов // Земля Беларуси. – 2008. – № 2. – С. 41-45.

86. Мицкевич, В.И. Уравнивание и оценка точности геодезических засечек под различными критериями оптимальности решения / В.И. Мицкевич, В.В. Ялтыхов // Геодезия и картография. – 1994. – №7. – С.14-16

87. Могильный, С. Г. Геодезический мониторинг и выверка металлургического оборудования / С.Г. Могильный, А.А. Шоломицкий, И.С. Фролов // Интерэкспо ГЕО-Сибирь-2013. IX Междунар. науч. конгр. : Междунар. науч. конф. «Геодезия, геоинформатика, картография, маркшейдерия» : сб. материалов в 3 т. (Новосибирск, 15-26 апреля 2013 г.). Новосибирск: СГГА, 2013. – Т. 1. – С. 132-143.

88. Мурзайкин, И. Я. Контроль стабильности планово-высотной опорной сети / И.Я Мурзайкин, В.И. Мурзайкин // Геодезия и картография. – 2009. – №9. – С. 15-18

89. Мурзайкин, И.Я. Метод контроля стабильности опорных пунктов и прилегающих к ним территорий / И.Я. мурзайкин, В.И. Мурзайкин // Вестник Ульяновской государственной сельскохозяйственной академии. – 2009. – № 1(9). – С. 67-70.

90. Мустафин, М. Г. Оценка вертикальных смещений оснований зданий и сооружений на основе анализа элементов деформационной сети / М. Г. Мустафин, Нгуен В. Х. // Геодезия и картография. – 2019. – Т. 80. – № 3. – С. 11-19.

91. Мустафин, М. Г. Оценка результатов спутниковых определений пунктов геодезической сети с различными сеансами наблюдений / М. Г. Мустафин, Ж.А. Юнес // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2018. – Т. 62. – № 1. – С. 23-26.

92. Назаренко, В.Г. О решении задач геодезического уравнивания методом квадратичного программирования / В.Г. Назаренко // Изв.вузов. Сер. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1997. – № 3. – С. 21-24.

93. Назаренко, В.Г. Уравнивание триангуляции методом квадратичного программирования / В.Г. Назаренко // Инженерная геодезия. Межведомственный республиканский научно-технический сборник. – Киев. – 1966. – Вып. 3. – С. 41-49.

94. Нейман, Ю.М. Алгоритм проектирования геодезического построения на ЭВМ / Ю.М. Нейман // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1966. – № 6. – С. 33-45

95. Никитчин, А.А. Геоинформационный мониторинг вантовых мостов спутниковыми методами : специальность 25.00.32 «Геодезия» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / А.А. Никитчин. – Санкт-Петербург, 2009. – 183 с.

96. Николаев, С.А. Статистические исследования осадок инженерных сооружений / С.А. Николаев. – М.: Недра, 1983. – 112 с.

97. Никонов, А.В. Методика тригонометрического нивелирования первого и второго разрядов / А.В. Никонов // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2015. – № S5. – С. 39-45.

98. Павлов, А.И. О применении тригонометрического нивелирования при определении деформации оснований зданий и сооружений / А.И. Павлов // Вестник НИЦ Строительство. – 2014. – № 10. – С. 110-113.

99. Поздышева, О.Н. Прогнозирование деформаций строительных конструкций по результатам геодезических наблюдений / О. Н. Поздышева // Международный научно-исследовательский журнал. – 2017. – № 2–2(56). – С. 56-58.

100. Растрингин, Л.А. Случайный поиск / Л.А. Растрингин. – М.: Знание, 1979. – 64 с.

101. Реджепов, М.Б. Особенности работы на мостовых сооружениях при закреплении знаков отражательными пленками // М.Б. Реджепов, Ю.Ю. Щекин / Модели и технологии природообустройства (региональный аспект). – 2018. – № 2 (7). – С. 102-106.

102. Руководство по наблюдениям за деформациями оснований и фундаментов зданий и сооружений / Акад. строительства и архитектуры СССР. Науч.-исслед. ин-т оснований и подземных сооружений. – Москва : Госстройиздат, 1975. – 156 с.

103. Савиных, В.П. Проект геодинимического мониторинга территории сочи-краснополянского района олимпиады 2014 // В.П. Савиных, Г.В. Демьянов, Х.К. Ямбаев // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2010. – № 1. – С. 44-50.

104. Садовникова, Н. А. Анализ временных рядов и прогнозирование : учебно-методический комплекс / Н. А. Садовникова, Р. А. Шмойлова. – Вып. 3. – М. : Изд. центр ЕАОИ, 2009. – 264 с.

105. Свод правил. Инженерно-геодезические изыскания для строительства. Общие правила производства работ : (СП 317.1325800.2017) : утвержден Приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации (Минстрой России) от 22 декабря 2017 г. N 1702/пр и введен в действие с 23 июня 2018 г. : дата введения 2018-06-23.

106. Свод правил. Мосты. Мониторинг технического состояния : (СП 274.1325800.2016) : официальное издание : утвержден приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 16 декабря 2016 г. № 967/пр : введен в действие с 17.06.17 г. – Москва, 2017. – 39 с.

107. Свод правил. Геодезические работы в строительстве. СНиП 3.01.03-84 : (СП 126.13330.2017) : издание официальное : утвержден приказом Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации от 24 октября 2017 г. № 1469/пр : введен в действие с 25.04.18 г. – Москва, 2017. – 71 с.

108. Симонян, В.В. Геодезический мониторинг зданий и сооружений как основа контроля за безопасностью при строительстве и эксплуатации инженерных сооружений [Текст] / В.В. Симонян, Н.А. Шмелин, А.К. Зайцев. – М.: НИУ МГСУ, 2015. – 144 с.

109. Симонян, В.В. Изучение оползневых процессов геодезическими методами [Текст] / В. В. Симонян. – 2-е изд. – Москва : МГСУ, 2015. – 171 с.

110. Скворцов, В.В. Методы изучения тенденции временных рядов в эконометрических исследованиях / В.В. Скворцов // Социально-экономические явления и процессы. – 2008. – № 2(010). – С. 75-78.

111. Скриплёнок, А.А. Проектирование и уравнивание геодезических сетей рекуррентным методом LP-оценок // А.А. Скриплёнок // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия F: Строительство. Прикладные науки. – 2008. – № 12. – С. 120-124.

112. Скрипников, В.А. Создание высокоточных малых линейно-угловых сетей с применением электронных тахеометров / В.А. Скрипников, М.А. Скрипникова // Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2014. – Т. 1. – № 1. – С. 84-87.

113. Скрипникова, М. А. Определение изгиба и крена стенок шлюзовой камеры / М.А. Скрипникова // ГЕОСибирь-2010. VI Междунар. науч. конгр. : сб. материалов в 6 т. (Новосибирск, 19–29 апреля 2010 г.). – Новосибирск: СГГА, 2010. Т. 1, ч. 1. – С. 55-59.

114. Скрипникова, М. А. Разработка методики определения горизонтальных смещений стенок шлюза / М. А. Скрипникова, Ашраф А. Бешр, Н. М. Рябова // Геодезия и картография. – 2010. – № 6. – С. 17-21.

115. Скуридин, Н.Н. Способ мониторинга состояния трассы магистрального трубопровода / Н.Н. Скуридин, В.А. Кумаллагов, Е.В. Овчинников / Патент на изобретение RU 2699940 С1, 11.09.2019. Заявка № 2018141336 от 23.11.2018.

116. Смолич, С.В. Оценка погрешности маркшейдерско-геодезических измерений методом Монте-Карло // С.В. Смолич, Б.А. Просекин, И.Н. Юдина // В сборнике: Кулагинские чтения: техника и технологии производственных процессов сборник статей XIX Международной научно-практической конференции. В 3 ч. ответственный редактор: А. В. Шапиева. – 2019. – С. 108-112.

117. Стандарт организации. Объекты использования атомной энергии. Геодезический мониторинг зданий и сооружений в период строительства и эксплуатации : (СТО СРО-С 60542960 00043-2015) : разработан ООО «Центр технических компетенций атомной отрасли» : внесён Советом СРО НП «СОЮЗАТОМСТРОЙ» : утверждён и введён в действие Протоколом общего собрания СРО НП «СОЮЗАТОМСТРОЙ» № 11 от 12.02.15 г. – Москва, 2015. – 157 с.

118. Стандарт отрасли. Измерения геодезические. Термины и определения : (ОСТ 68-15-01) : разработан ЦНИИГАиК : утвержден и введен в действие Приказом по Роскартографии № 93-пр от 24 апреля 2001 г.

119. Строк, А.В. Технологический алгоритм предрасчета точности плановых геодезических сетей на персональном компьютере / А.В. Строк // Вестник Полоцкого государственного университета. Серия В: Прикладные науки. Строительство. – 2007. – № 12. – С. 105-113.

120. Тамутис, З.П. Проектирование инженерных геодезических сетей / З.П. Тамутис. – М.: Недра, 1990. – 138 с.

121. Технический регламент о безопасности зданий и сооружений : Федеральный закон № 384-ФЗ от 30 дек. 2009 г. (ред. от 02.07.2013) : принят Государственной Думой 23 дек. 2009 г. : одобрен Советом Федерации 25 дек. 2009 г. – Москва, 2009.

122. Уставич, Г.А. Особенности выполнения деформационного мониторинга инженерных сооружений в условиях вечной мерзлоты / Г.А. Уставич, Е.И. Аврунев, В.Г. Сальников, В.К. Попов // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2018. – Т. 329. – № 4. – С. 97-109.

123. Уставич, Г.А. Разработка и совершенствование инженерно-геодезического нивелирования тригонометрическим способом / Г.А. Уставич, М.Е. Рахымбердина, А.В. Никонов, С.А. Бабасова // Геодезия и картография. – 2013. – №6. – С. 17-22.

124. Уставич, Г.А. Разработка многоуровневой двойной гидродинамической системы / Г.А. Уставич, А.М. Олейник, Е.Л. Шалыгина // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2004. – № 1. – С. 40-53.
125. Фархан, Д. Восстановление направления не просматриваемого створа / Диб Фархан // Геодезия и картография. – 1991. – № 10. – С. 15-16.
126. Федосеев, Ю.Е. Учёт влияния систематических ошибок при выполнении высокоточного нивелирования по веерной системе / Ю.Е. Федосеев, Е.А. Попова // Изв. вузов. Сер. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1995. – № 3. – С. 55-65.
127. Федотов, Н.Е. Возможности стереофотограмметрического метода наблюдения за деформацией подпорных стен котлована на площади гагарина в Москве / Н.Е. Федотов // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2000. – № 6. – С. 110-111.
128. Ха Нгуен, Вьет. Оценка точности вычисления деформаций сооружений по результатам спутниковых наблюдений / Ха Нгуен Вьет // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2010. – №6. – С.19-24.
129. Харченко, Б.А. Анализ и прогнозирование деформаций сооружений по геодезическим данным на основе программного комплекса MATHCAD-15 / Б.А. Харченко // Интерэкспо ГЕО-Сибирь, Материалы Международной научной конференции, Новосибирск, 2015. – Том 1. – № 1. – С. 21-27.
130. Химмельблау, Д. Прикладное нелинейное программирование / Д. Химмельблау. – М.: Изд-во Мир, 1975. – 536 с.
131. Хромченко, А.В. Применение линейно-угловой обратной засечки для определения координат «свободной» станции / А.В. Хромченко // В сборнике: Дальний восток. Автомобильные дороги и безопасность движения Международный сборник научных трудов, под редакцией А. И. Ярмолинского. – Хабаровск, 2013. – С. 259-261.
132. Чурзайкин, И.Я. Определение горизонтальных смещений сооружений и скальных блоков / И.Я. Чурзайкин, Н.И. Сиваковым // Геодезия и картография. – 2011. – №2. – С. 8-11.
133. Чучуква, И.А. Модель прогнозирования временных рядов по выборке максимального подобию : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / И.А. Чучуква. – Москва, 2012. – 155 с.

134. Шевченко, Г.Г. Анализ способов проведения геодезического мониторинга зданий и сооружений / Г.Г. Шевченко, Д.А. Гура // Современные исследования основных направлений гуманитарных и естественных наук: сборник научных трудов международной научно-теоретической конференции, г. Казань, 02-03 марта 2017 г. – С. 150-153.

135. Шевченко, Г.Г. Использование поисковых методов для уравнивания и оценки точности элементарных геодезических построений / Г.Г. Шевченко // Геодезия и картография. – 2019. – Т. 80. – № 10. – С. 10-19.

136. Шевченко, Г.Г. Метод определения смещений и осадок сооружений с учетом особенностей работ на строительной площадке / Г.Г. Шевченко, Ч.Н. Желтко, Д.А. Гура, М.А. Пастухов // Промышленное и гражданское строительство. – 2012. – № 11. – С. 23-24.

137. Шевченко, Г.Г. О проведении геодезического мониторинга в сложных условиях для определения трехмерных координат точек сооружения / Г.Г. Шевченко, Ч.Н. Желтко, Д.А. Гура, М.А. Пастухов // Международный научно-технический и производственный журнал «Науки о Земле». – 2016. – № 3. – С. 29-33.

138. Шевченко, Г.Г. Об обработке результатов определения пространственного положения деформационных марок с использованием поискового способа метода наименьших квадратов / Г.Г. Шевченко, Д.А. Гура, Ю.В. Лобанова // Известия Петербургского университета путей сообщения. – 2018. – Т. 15. – № 4. – С. 653-665.

139. Шевченко, Г.Г. Об уравнивании свободных геодезических сетей поисковым методом при геодезическом мониторинге зданий и сооружений / Г.Г. Шевченко, М.Я. Брынь // Сборник трудов Международного форума Геопространственное обеспечение проектирования, строительства и эксплуатации инженерных сооружений, г. Новосибирск, 27-29 марта 2019 г. – С. 145-156.

140. Шевченко, Г.Г. Определение координат точек электронным тахеометром для мониторинга сооружения / Г.Г. Шевченко, Д.А. Гура, Ч.Н. Желтко // Вестник Кыргызско-Российского Славянского университета. – 2017. – Т. 17. – № 1. – С. 174-176.

141. Шевченко, Г.Г. Программа уравнивания и оценки точности геодезических построений поисковым методом нелинейного программирования / Г.Г. Шевченко, М.Я. Брынь // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.:

правообладатель Кубан. гос. технол. ун-т. – рег. № 2020617236 от 02.07.20. – М.: Роспатент, 2020.

142. Шевченко, Г.Г. Разработка методики проведения геодезического мониторинга зданий со свободной станции / Г.Г. Шевченко, Д.А. Гура // Сборник материалов II Международной научно-практической конференция : Геодезия, картография, геоинформатика и кадастры. От идеи до внедрения, г. Санкт-Петербург, 08-10 ноября 2017 г. – С. 226-232.

143. Шевченко, Г.Г. Универсальная программа определения трехмерных координат точек через обработку измерений горизонтальных, вертикальных углов и расстояний поисковым способом / Г.Г. Шевченко, Ч.Н. Желтко, Д.А. Гура, М.А. Пастухов // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.: правообладатель Кубан. гос. технол. ун-т. – рег. № 2015617205 от 03.07.15. – М.: Роспатент, 2015.

144. Шеховцов Г. А. Современные геодезические методы определения деформаций инженерных сооружений : монография / Г.А. Шеховцов, Р.П. Шеховцова – Н.Новгород: Нижегород. гос. архит.-строит. ун-т. – 2014. – 256 с.

145. Шишунов, А.Ю. Опыт применения стереофотограмметрического метода для оценки деформаций целиков / А.Ю. Шишунов // Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка. – 1991. – № 3. – С. 94-99.

146. Юршанский, З.М. Уравнивание и оценка точности опорных геодезических сетей способом последовательных приближений : автореферат дис. на соискание ученой степени кандидата технических наук / З.М. Юршанский. – М-во культуры СССР. Белорус. политехн. ин-т им. И. В. Сталина. – Минск : [б. и.], 1953. – 10 с.

147. Яковлев, Н.В. Высшая геодезия : учебник для вузов / Н.В. Яковлев. – М.: Недра, 1989. – 445 с.

148. Ямбаев, Х.К. Способ тригонометрического нивелирования / Ямбаев Х.К., Найдено В.Н. // Патент на изобретение RU 2487315 C1, 10.07.2013. Заявка № 2011150768/28 от 14.12.2011.

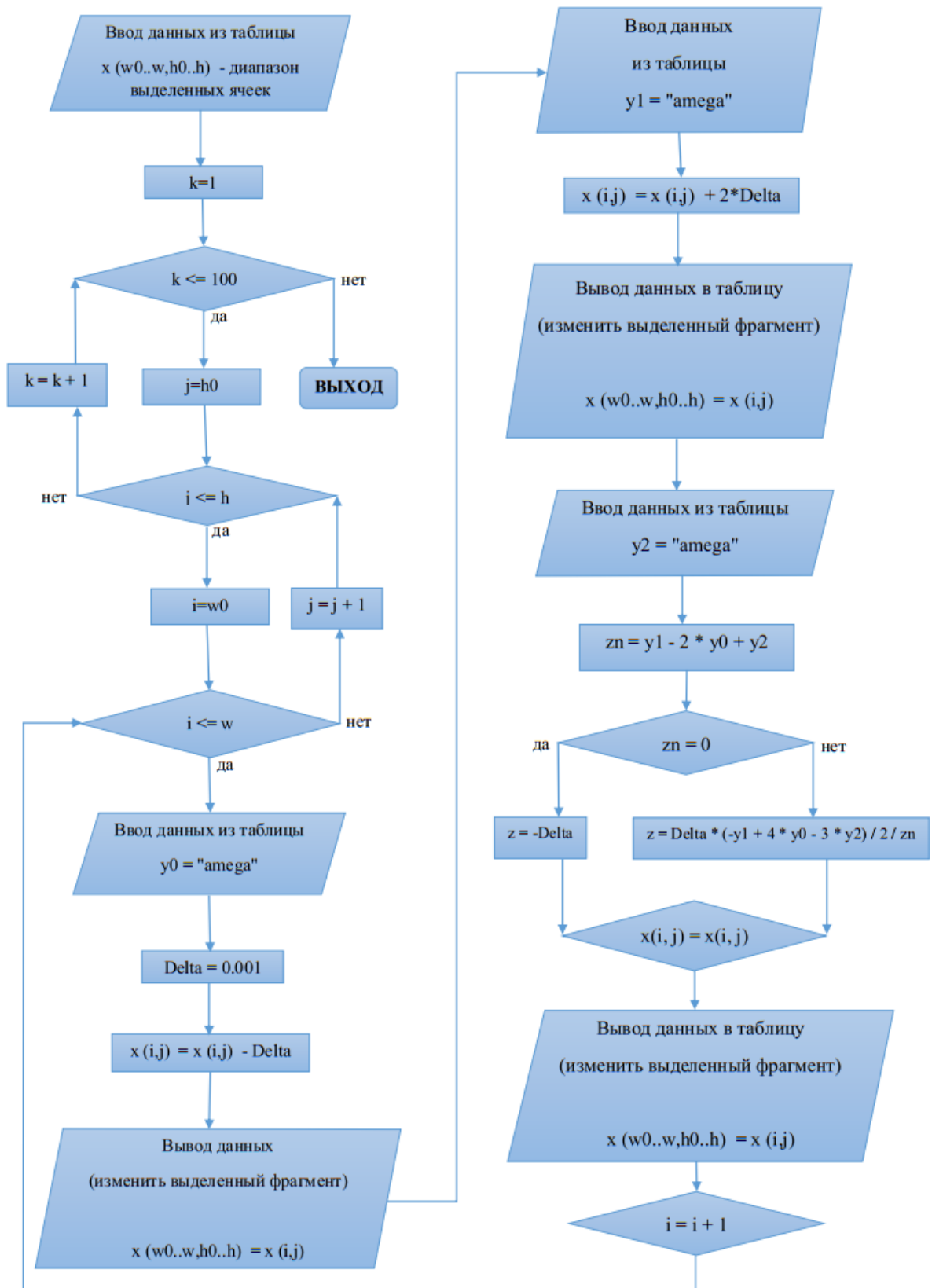
149. Adamczewski, Z. Algorytmy nieliniowe obliczania wciec kombinowanych płaskich i przetrzennych / Z. Adamczewski, B. Chmielewska // Przegląd geodezyjny. – 1972. – 44. – №12. – S. 494-496.

150. Adamczewski, Z. Nieliniowa analiza dokładności sieci geodezyjnej / Z. Adamczewski // *Geodezja i kartografia. (PRL)*. – 1971. – 20. – №3. – S.251-268.
151. Adamczewski, Z. Rachunek wyrownawczy w ujęciu nieliniowym / Z. Adamczewski // *Geodezja i kartografia*. – 1969. – 18. – №4. – S.823-342.
152. da Silva, I. Experience of Using Total Station and GNSS Technologies for Tall Building Construction Monitoring. / I. da Silva, W. Ibañez, G. Poleszuk // In: Rodrigues H., Elnashai A., Calvi G. (eds) *Facing the Challenges in Structural Engineering. GeoMEast 2017. Sustainable Civil Infrastructures*. Springer, Cham. – 2018. – pp. 471-486.
153. Degtyarev, A.M. Optimization methods for engineering geodesy problems solution / A.M. Degtyarev, V.V. Yaltykhov // *Vestnik SGGGA [Vestnik SSGA]*. – 2015. – 1(29). – pp. 24-33.
154. Eliseeva, N. N. The application of search methods for solving optimization problems in geodesy / N. N. Eliseeva, A. V. Zubov // *Scientific conference abstracts. The XV International Forum-Contest of Students and Young Researchers «Topical Issues of Rational Use of Natural Resources 2019»*. – 2019. – P. 238
155. Erol, Serdar. Assessment of satellite based and terrestrial measurement techniques in monitoring vertical deformation / Erol Serdar, Nurhan Celik Rahmi, Erol Bihter, Ayan Tevfik // *TS19 Deformation Measurements and Analysis II. FIG Working Week 2004 Athens. Greece, May 22-27, 2004*. – pp. 1-16.
156. Espinosa-Garza, G. Proposed model to improve the forecast of the planned value in the estimation of the final cost of the construction projects / G. Espinosa-Garza, I. Loera-Hernández // *Procedia Manufacturing*. – 2017. – Vol. 13. – pp. 1011-1018.
157. Huang, Z. Validation of a numerical method for predicting shear deformation of reinforced concrete beams / Z. Huang, Y. Tu, S. Meng, N. Bagge, J. Nilimaa, T. Blanksvärd // *Engineering Structures*. – 2019. – Vol. 197.
158. Lebega, O. Use of correlation-regression analysis for estimation of prospects of natural gas extraction of shale rocks / O. Lebega, Y. Vytvitsky // *Eureka: Social and Humanities*. – 2017. – No. 4. – pp. 37-43.
159. Muoi, P.Q. Descent gradient methods for nonsmooth minimization problems in ill-posed problems / P.Q. Muoi, D.N. Hào, P. Maass, M. Pidcock // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. – 2016. – 298. – pp. 105-122.

160. Nesterov, Yu. Gradient methods for minimizing composite functions / Yu. Nesterov // *Mathematical Programming*. – 2013. – 140(1). – pp. 125-161.
161. Salazar, F. Data-based models for prediction of dam behavior: A review and some methodological considerations [Text] / F. Salazar, R. Moran, M. A. Toledo // *Archives of Computational Methods in Engineering*. – 2015. – pp. 1–21.
162. Seredovich, V.A. Deformation prediction using exponential polynomial functions / V.A. Seredovich, R. Ehigiator-Irughe, O.M. Ehigiator, H. Oriakhi // *Interexpo GEO-Siberia*. – 2012. – Vol 1. – № 1. – pp. 148-154.
163. Shevchenko, G.G. Adjustments of correlated values by search method / G.G. Shevchenko, M.Ya. Bryn // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. The International Scientific Conference «Construction and Architecture: Theory and Practice for the innovation Development» (CATPID-2019)*. – Vol. 698 (2019) 044019. – pp. 1-8.
164. Shevchenko, G.G. Experimental researches in defining deformations by free station method and results processing by search method / G.G. Shevchenko. M.J. Bryn, D.A. Afonin, D.A. Gura // *Transportation Soil Engineering in Cold Regions, Volume 2 Proceedings of TRANSOILCOLD-2019, Lecture Notes in Civil Engineering 50*, Springer Nature Singapore Pte. Ltd. 2020, pp. 163-175.
165. Tasci, Levent. Dam deformation measurements with GPS / Levent Tasci // *Geodezija ir kartografija. (Lietuva)*. – 2008. – 34(4). – pp. 116-121.
166. Ustinov, A.V. Technology of geodetic monitoring of hydropower structures during compensation grouting / A.V. Ustinov, V.I. Kaftan // *Power Technology and Engineering*. – 2019. – T. 53. – № 2. – pp. 129-134.
167. Wilke, D.N. The application of gradient-only optimization methods for problems discretized using non-constant methods / D.N. Wilke, S.I. Kok, A.A. Groenwold // *Structural and Multidisciplinary Optimization*. – 2010. – 40(1-6). – pp. 433-451.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Блок-схема программного алгоритма поискового метода нелинейного программирования



ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Свидетельство о государственной регистрации программы
для ЭВМ № 2015617205 от 03.07.2015

СВИДЕТЕЛЬСТВО
о государственной регистрации программы для ЭВМ
№ 2015617205

**«Универсальная программа определения трехмерных
координат точек через обработку измерений
горизонтальных, вертикальных углов и расстояний
поисковым способом»**

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Кубанский государственный технологический университет» (ФГБОУ ВПО «КубГТУ»)* (RU)

Авторы: *см. на обороте*

Заявка № **2015614228**
Дата поступления **22 мая 2015 г.**
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ **03 июля 2015 г.**

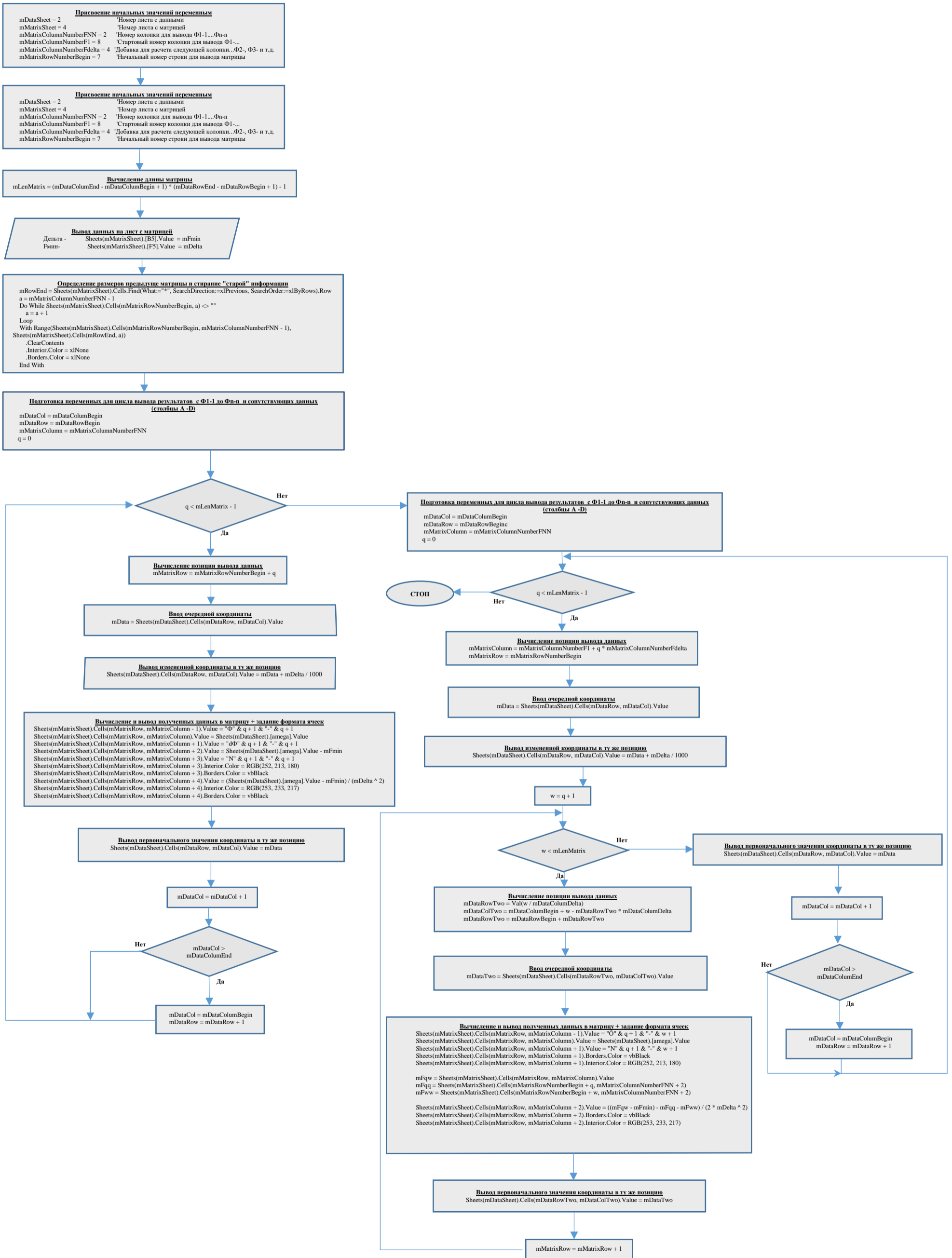
*Врио руководителя Федеральной службы
по интеллектуальной собственности*
 **Л.Л. Курiev**



Авторы: *Желтко Чеслав Николаевич (RU), Шевченко Гритель
Геннадьевна (RU), Гура Дмитрий Андреевич (RU), Пастухов
Максим Андреевич (RU)*

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Блок-схема программного алгоритма оценки точности результатов измерений



ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2020617236 от 02.07.2020

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2020617236

«Программа уравнивания и оценки точности геодезических построений поисковым методом нелинейного программирования»

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кубанский государственный технологический университет» (ФГБОУ ВО «КубГТУ») (RU)*

Авторы: *Шевченко Гриттель Геннадьевна (RU),
Брынь Михаил Ярославович (RU)*

Заявка № 2020616173
Дата поступления 15 июня 2020 г.
Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ 02 июля 2020 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

 Г.П. Ивлиев

ПРИЛОЖЕНИЕ Е

Акт внедрения результатов диссертационного исследования



ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ
«ТЮМЕНЬПРОМИЗЫСКАНИЯ»
(ООО «ТПИ»)



Почтовый адрес: 625027, д/я 6675, фактический адрес: г. Тюмень, ул. Холодильная д.65/3;
тел (3452) 500-029; E-mail: office@tpigeo.ru
Юридический адрес: 625007, г. Тюмень, ул. Инженерная 66 оф 23
ИНН/КПП 7204100045/720301001

Акт о внедрении результатов диссертационного исследования
Шевченко Гриттель Геннадьевны на тему:
«Разработка технологии геодезического мониторинга зданий и сооружений
способом свободного стационарирования с использованием поискового метода
нелинейного программирования»

Основные научно-методические разработки, предложенные Шевченко Гриттель Геннадьевной в выполненной диссертационной работе, приняты к использованию при проведении геодезических наблюдений за деформациями зданий и сооружений в период строительства и после ввода объекта в эксплуатацию. Предложенная в диссертационной работе технология, позволяет проводить геодезический мониторинг сооружений в условиях постоянных строительных работ на объекте, а также в условии плотной застройки без дополнительных трудозатрат при полевых работах, а также позволяет автоматизировано обрабатывать результаты измерений и получать плановые и высотные координаты деформационных марок. В результате применения разработанной технологии геодезического мониторинга зданий и сооружений можно сделать вывод о степени деформации объектов с необходимой для данного вида работ точностью.

Считаю, что предложенная Шевченко Г.Г. технология геодезического мониторинга актуальна и может активно применяться на практике и в дальнейшем.

Генеральный директор

21.09.2020

Б.Б. Куропаткин

