Министерство образования и науки Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Санкт-Петербургский горный университет»

На правах рукописи

БЕНСОН ЛАМИДИ АБДУЛ-ЛАТИФ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРИТОКА К СКВАЖИНЕ В ГАЗОКОНДЕНСАТНОМ ПЛАСТЕ

Специальность 25.00.17 – Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений

Диссертация
на соискание ученой степени кандидата
технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор
Хасанов Марс Магнавиевич

Санкт-Петербург – 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность

При моделировании разработки газоконденсатных залежей чаще используется композиционное моделирование, требующее большого объема вычислений и, в связи с этим, зачастую неприменимым для проведения множественных расчетов при технико-экономической оптимизации системы разработки залежи. В связи с этим становится актуальным создание менее трудозатратных методов моделирования разработки газоконденсатных месторождений, основанных на аналитических или полуаналитических подходах к расчету многофазной фильтрации в таких пластах.

В существующих упрощенных моделях прогноза производственных показателей разработки газоконденсатных залежей, капиллярным давлением, как правило, пренебрегают для обеспечения возможности получения аналитического решения. Однако данное приближение при расчете многофазной фильтрации может приводить к ошибочным результатам при прогнозировании параметров добычи. Данная диссертационная работа посвящена разработке полуаналитической модели расчета динамики дебита скважин в газоконденсатных многофазных системах, учитывающей капиллярные эффекты.

Для правильной оценки дебитов при выборе оптимальной системы разработки нового газоконденсатного месторождения необходимы корректные PVT модели, построение которых зачастую невозможно на ранних стадиях изученности. Недостающие данные могут быть получены на основе использования PVT корреляций. Применение стандартных корреляций, разработанных для нефтяных залежей, неприменимо для газоконденсатных систем. В связи с этим, одной из целей представленной работы является разработка PVT корреляции, которая будет использована при построении PVT таблиц для вышеуказанной полуаналитической модели.

Присутствие воды в газоконденсатной залежи может приводить к образованию трехфазного течения в пласте. Для описания этого процесса необходимо использование трехфазных диаграмм относительных проницаемостей. В нефтяной отрасли предложено несколько способов расчета трехфазных относительных проницаемостей, использующих значения двухфазных относительных проницаемостей (метод Стоуна, Бейкера и др.). Однако, существующие трехфазные модели зачастую описывают процесс трехфазной фильтрации некорректно, что подтверждается сравнением расчётов с керновыми экспериментами (эксперименты Оака). В то же время экспериментальное получение трехфазных диаграмм является намного более сложным и длительным процессом, чем измерение двухфазных относительных проницаемостей. В данной работе предложена новая модель расчета трехфазных относительных проницаемостей конденсата, воды и газа на основе метода асимптотических координат. Метод позволяет оценить относительные проницаемости трехфазной системы на основе только одной экспериментальной кривой насыщения при отсутствии данных трехфазного эксперимента.

Идея работы

Совершенствование физико-математической модели оценки дебитов скважин с учетом капиллярных эффектов при прогнозе показателей разработки газовых и газоконденсатных залежей.

Цель диссертационной работы

Целью работы является разработка рациональных методов для повышения точности прогнозных показателей при разработке газовых и газоконденсатных залежей.

Основные задачи исследования

Для достижения цели были поставлены и решены следующие **задачи:**

- Разработка модели построения трехфазных кривых относительных фазовых проницаемостей с использованием метода асимптотических координат.

- Разработка PVT корреляции для газоконденсатных систем, которая не требует сложные процедуры расчета или PVT отчеты.
- Разработка физико-математической модели оценки дебитов скважин при расчете добычи из газовых и газоконденсатных низкопроницаемых пластов с учетом капиллярных эффектов.

Научная новизна

- Физико-математическая модель расчёта относительных фазовых проницаемостей для трех несмешивающихся флюидов на основе метода асимптотических координат, отличающаяся от других моделей тем, что учитывает влияние распределения флюидов и механизмы течения в относительной проницаемости флюидов.
- PVT корреляция для газоконденсатных систем (с использованием машинного обучения – искусственных нейронных сетей), не требующая сложных процедур расчета или PVT отчетов.
- Полуаналитический подход по уставновлению влияния капиллярных эффектов на нестационарную многофазную фильтрацию в газоконденсатной залежи.
- Физико-математическая модель расчета динамики пластового давления вертикальной скважины в газоконденсатном пласте.

Защищаемые научные положения

- Разработана методика расчёта относительных фазовых проницаемостей для трехфазного потока, учитывающая влияние распределения флюидов и механизмы течения в поровой среде.
- Предложена физико-математическая модель для расчета нестационарной многофазной фильтрации с учетом капиллярных эффектов в газоконденсатном пласте с использованием разработанной PVT корреляции на основе машинного обучения – искусственных нейронных сетей.

Методология и методы исследования

- Численное моделирование.

- Физическое и гидродинамическое моделирование изучаемых процессов.
- Методы математической статистики.
- Лабораторные исследования.

<u>Достоверность полученных результатов</u>

Достоверность и обоснованность подходов и выводов подтверждена корректным теоретическим и экспериментальным обоснованием приведенных утверждений. Все результаты подтверждены исследованиями, проведенными на реальных данных газоконденсатных месторождений.

<u>Практическая значимость</u>

Практическая значимость работы состоит в аналитическом и полуаналическом решении уравнений нестационарной многофазной фильтрации с учетом капиллярных эффектов в газоконденсатной залежи. С помощью данных моделей проводятся расчеты технологических характеристик скважин, разрабатывающих газовые и газоконденсатные пласты.

Разработанные аналитические решения имеют существенное преимущество в скорости и точности вычислений и прогнозировании перед аналогами, выполняющими технологические расчеты при разработке газовых и газоконденсатных залежей.

Применение методики расчёта относительных фазовых проницаемостей для трех несмешивающихся флюидов на основе метода асимптотических координат позволило существенно сократить сложность и повысить точность прогноза показателей разработки газовых и газоконденсатных месторождений.

<u>Апробация результатов работы</u>

Результаты работы докладывались и обсуждались на следующих **конференциях и семинарах:**

1. Российская нефтегазовая техническая конференция и выставка SPE, Москва, 26-28 октября 2015 г.
2. Российская нефтегазовая техническая конференция и выставка SPE, Москва, 24-26 октября 2016 г.
3. Региональная техническая конференция и выставка SPE/IATMI – Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition, Индонезия, 17-19 октября 2017 г.
4. Региональная техническая конференция и выставка SPE – Kuwait Oil and Gas Show and Conference, Кувейт, 15-18 октября 2017 г.
5. 22-й Мировой нефтяной конгресс, Турция, 09-13 июля 2017 г.
6. III Международный конкурс аспирантских работ, ASEC – 3rd Annual Student Energy Conference (г. Загреб - Хорватия, 9-12 марта 2016 г.)
7. IV Международный конкурс аспирантских работ, ASEC – 4th Annual Student Energy Conference (г. Загреб - Хорватия, 8-12 марта 2017 г.)
8. Региональная техническая конференция и выставка SPE – KSA Annual Technical Symposium and Exhibition, Саудовская Аравия, 23-26 апреля 2018 г.
9. Региональная техническая конференция и выставка EAGE – Инновации в геонауках – время открытий, Санкт-Петербург, 9-12 апреля 2018г.
10. Международный конкурс аспирантских работ – International Fuel Congress, Украина, декабрь 2015 г.
11. Региональная техническая конференция и выставка EAGE – Annual 80th Conference and Exhibition, Дания, 11-14 июня 2018 г.
12. Региональная техническая конференция и выставка EAGE – Инженерная и рудная геофизика, Алматы, 23-27 апреля 2018 г.

Публикации

По теме диссертации опубликована 21 научная работа, в том числе 3 статьи в изданиях, входящих в перечень ВАК Министерства образования и науки Российской Федерации, 9 статей в изданиях, входящих в базу данных

SCOPUS и 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка сокращений, приложений и списка использованной литературы из 61 наименования. Общий объем диссертации составляет 133 страницы, на которых размещено 47 рисунков и 13 таблиц.

Во введении к диссертации обоснована актуальность решаемой научной проблемы, сформулированы цель и задачи исследования, приведены результаты, выносимые на защиту, отмечена их научная новизна и практическая значимость, приведены сведения об апробации работы.

В первой главе выполнен обзор развития аналитического и полуаналического моделирования для решения уравнения фильтрации в многокомпонетных газоконденсатных залежах, рассмотрены подходы к подготовке, разработке и использованию аналитических и физико-математических подходов для прогноза показателей разработки газоконденсатных залежей, методы расчета процесса фильтрации и построения кривых относительных проницаемостей, основные уравнения, граничные условия, методы моделирования PVT корреляций, постановка основных задач моделирования, типы исходных данных. Рассмотрены методы и подходы к решению уравнения фильтрации в полуаналической постановке.

Вторая глава посвящена построению моделей для расчета трехфазных относительных проницаемостей конденсата, воды и газа на основе метода асимптотических координат. Метод позволяет спрогнозировать относительные проницаемости трехфазной системы на основе только одной экспериментальной кривой насыщения, без необходимости проведения полноценного трехфазного эксперимента.

В третьей главе на основе лабораторных данных разработана PVT корреляция для газоконденсатных систем. Данная корреляция является модификацией blackoil (MBO) PVT свойств для газоконденсатных систем. Методика была создана с целью увеличения точности MBO PVT свойств для газоконденсатных пластов. Для получения новых корреляционных зависимостей использовались новый композиционный симулятор и снегерированный синтетический банк газоконденстатов, охватывающий диапазоны PVT-свойств реальных газоконденсатов (преимущественно газоконденсатных месторождений России). Эти новые корреляции не требуют использования образцов скважинного флюида или расчетов уравнения состояния (EOS). Также, все входные параметры в корреляциях легкодоступны из производственных данных. Эти корреляции не требуют сложных процедур расчета или PVT отчетов. Так как расчет по предлагаемой методике основывается на простых математических уравнениях и использует минимум исходных параметров, а также требует специального программного обеспечения, то в результате данная методика может легко применяться при принятии инженерных решений.

Четвертая глава посвящена разработке физико-математических моделей многофазной фильтрации для оценки дебитов газоконденсатных скважин с учетом капиллярных эффектов.

В заключении сформулированы основные выводы и результаты проведенных аналитических и теоретических исследований.

Автор выражает глубокую и искреннюю признательность научному руководителю д.т.н., проф. М.М. Хасанову и А.П. Рощектаеву за постоянную помощь и внимание при подготовке диссертационной работы.

ГЛАВА 1 МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ В ГАЗОКОНДЕНСАТНОМ ПЛАСТЕ

1.1 Залежи легкой нефти и газоконденсата

Легкая нефть и газоконденсат принадлежат к классу углеводородных флюидов, существующих в пластовых условиях в виде двух фаз (нефть и газ), что дает существенный выход промыслового конденсата.

Несмотря на свою возросшую роль в мировой энергетической цепи, разработка и эксплуатация газоконденсатных месторождений ставит все большое количество технических трудностей перед нефтяной промышленностью [4]. Такими трудностями являются стандартные методики анализа промысловых данных, которые не могут произвести точный прогноз и оценить поведение газоконденсатных пластов.

Разведка и разработка газоконденсатных пластов совсем недавно привлекла к себе большое внимание. Сегодня значительный процент в мировой поставке газа играет газ из газоконденсатных пластов, а также ценные жидкие углеводороды в форме жидкого конденсата [3]. Добыча конденсата экономически выгоднее, чем добыча сырой нефти, по сравнению с ценой за баррель, но проектирование горизонтальных газовых скважин, которые неожиданно включают в себя добычу газового конденсата, может привести к закупорке ствола скважины конденсатом и снижению объемов добычи газа. Вертикальные скважины более чувствительны к негативному влиянию конденсата на ствол, чем горизонтальные скважины [35].

Легкая нефть и газовый конденсат характеризуются следующими диапазонами свойств пласта и флюдов [54]:

- Начальная молекулярная масса жидкости, $^{г}/_{моль}$: от 23 до 60;
- Начальный объемный коэффициент, $^{м^3}/_{м^3}$: от 1,7 до 20;
- Газовый фактор жидкости, $^{м^3}/_{м^3}$: от 28 до 2246;
- Давление насыщения, $МПа$: от 13,78 до 61,99;

- Пластовая температура, ^oC: 65,5 до 149.

Отличие между легкой нефтью и газоконденсатом состоит в том, что последний при снижении давления характеризуется точкой росы, в то время как нефть – давлением насыщения. Другое отличие заключается в том, что в пластах с легкой нефтью нефтяная фаза всегда подвижна, в то время как в газоконденсатных пластах она почти всегда неподвижна, за исключением области непосредственно в призабойной зоне. Это различие невозможно установить на основании мониторинга данных по добыче на поверхности.

Характеристики газоконденсатных пластов сильно различаются, так как состав газового конденсата может меняться в широких пределах. Автор [53] в своей работе доказал, что, чем выше давление и температура, которой подвергалась органическая масса, тем больше уровень разрушения комплексных органических молекул. Следовательно, чем глубже залегание материнской породы, тем больше вероятность нахождения относительно высокой доли легких углеводородов. Газоконденсатные пласты в основном состоят из метана и других углеводородов с короткими цепями, но также содержат некоторое количество тяжелых молекул.

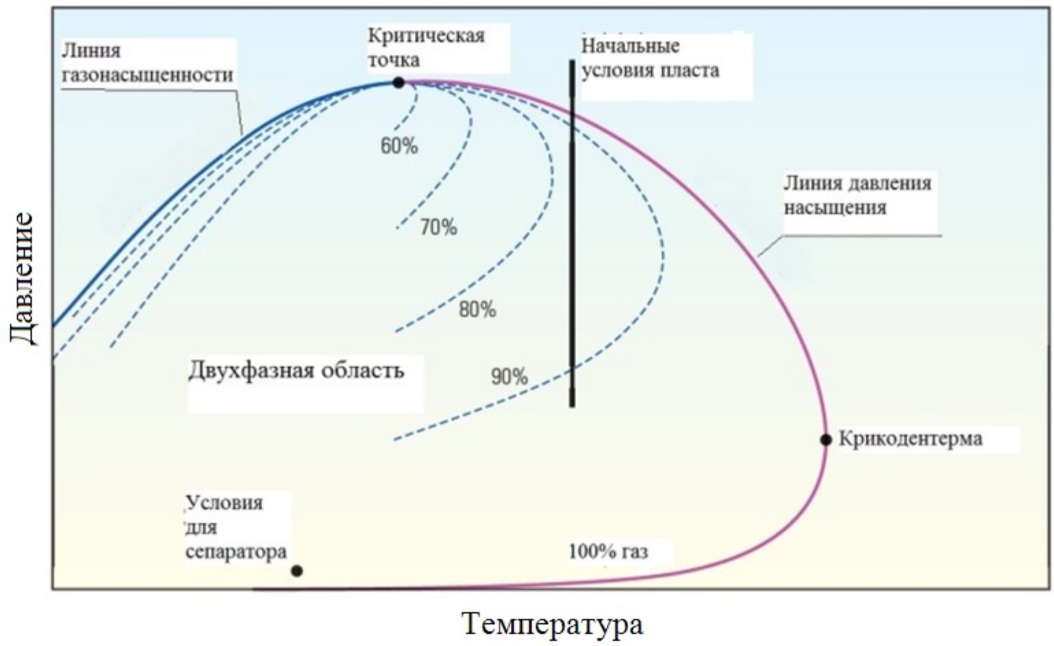


Рисунок 1.1– PVT-диаграмма для газоконденсата [24]

По своей природе газоконденсатные пласты обычно состоят из одной фазы (газ), так как первоначальное давление в залежи может быть выше или почти достигать давления точки росы (вертикальная черная линия на Рисунок 1.1, представленного выше). Как только запущена добывающая скважина, начинается изотермическое снижение давления и, при достижении давления насыщения, формируется жидкая фаза углеводородов. Объем жидкого конденсата зависит от давления точки росы пласта, разницы между пластовым давлением и давлением на забое, и термодинамических характеристик изначального газа. Сначала конденсат выпадает в стволе скважины и затем радиально расходится вместе с падением давления.

Обычно, поток природного газа и конденсата в порах пласта управляется тремя фундаментальными силами: капиллярной, гравитационной и силой вязкости. Гравитационная и капиллярная силы, за счет низкой скорости движения жидкости, контролируют поток в объеме пласта, тогда как поток возле ствола скважины зависит от равновесия сил сдвига (вязкости) и капиллярной силы [51]. Продуктивность газоконденсатного месторождения зависит от его термодинамического состояния. Объем добычи конденсата зависит от проницаемости и толщины залежи, а также вязкости газа при давлении выше давления точки росы. Продуктивность газоконденсатного месторождения при давлении ниже давления точки росы, тем не менее, является функцией критического насыщения конденсатом (S_{cc}) и формы кривой относительных проницаемостей газа и конденсата [31].

В сравнении с добычей из более привычных залежей легкой нефти, добыча углеводородов из газоконденсатных пластов создает больше сложностей перед инженерами [49]. Данные сложности обусловлены природой фазового поведения и условиями потока жидкости в порах, представленной смесью газового конденсата. Нетрадиционное поведение потока газового конденсата обусловлено распределением конденсата в порах, и относительно низким поверхностным натяжением между углеводородными фазами в сравнении с этими же параметрами в газовых/нефтяных системах. Существующие подходы и методы разработки нефтегазовых залежей неприменимы для газоконденсатных залежей и могут привести к некорректным выводам, а, следовательно, к некорректному ведению разработки.

1.2 Обзор методов расчета процесса фильтрации в пористой среде

Многофазная фильтрация – совместное течение в пористой среде газа и нескольких жидкостей или растворов и эмульсий. Скорость фильтрации каждой фазы зависит (согласно обобщённому закону Дарси) от фазовой проницаемости, вязкости фазы и градиента давления; компонентное содержание определяется фазовым состоянием (последнее часто принимается равновесным вследствие малых скоростей фильтрации и большой поверхности раздела фаз в пористой среде).

Наиболее простой пример многофазной фильтрации — совместная фильтрация в горных породах газа, нефти и воды; возникает в основном при разработке нефтегазовых месторождений с применением заводнения [61].

1.3 Закон Дарси

Первые исследования по движению жидкости в пористых телах были произведены в середине девятнадцатого века французским инженером-гидравликом Анри Дарси (Darcy), который наблюдал течение воды в песчаных фильтрах водоочистных сооружений.

В общем случае Закон Дарси можно записать в виде:

$$\vec{\upsilon} = -\frac{k}{\mu}(grad\, p + \rho\vec{g}) \tag{1.1}$$

где,

$\vec{\upsilon}$ – скорость фильтрации, $м/с$

k – абсолютная проницаемость, $м^2$

p – давление, $Па$

ρ – плотность флюида, $кг/м^3$

$\vec{g}$ – ускорение свободного падения, $м/с^2$

Углеводородные системы могут быть гомо- и гетерогенными. В гомогенной системе все ее части имеют одинаковые физические и химические свойства. Составляющие гомогенной системы (называемые компонентами) по всему пространству взаимодействуют на молекулярном уровне. Для гетерогенной системы физические и химические свойства в разных точках различны. Гетерогенные системы состоят из фаз. Фаза – это часть системы, которая является гомогенной, и отделена от других фаз отчетливыми границами. Смесь воды, нефти и газа в пласте – типичный пример гетерогенной среды.

При изучении сложных фильтрационных процессов возникает необходимость построения моделей многофазных (гетерогенных) систем, в которых каждая фаза, в свою очередь моделируется многокомпонентной гомогенной смесью. При этом между компонентами возможны химические реакции, переход компонентов из одной фазы в другую, процессы адсорбции, диффузии и др. [59].

Разделение движущейся смеси на фазы или объединение компонентов в фазы производится разными способами в зависимости от конкретной задачи и целей исследования.

Эффективный способ описания таких систем – макроскопический подход, основанный на физических законах сохранения для каждой отдельной фазы с учетом дополнительных членов, описывающих межфазные взаимодействия.

При наличии двух и более фаз, участвующих в фильтрации используют обобщенный закон Дарси:

$$\vec{\upsilon} = -\frac{k_i}{\mu_i}(\vec{\nabla} P_i + \rho_i \vec{g}) \quad (1.2)$$

где,

i – соответствующая фаза (нефть, газ, вода)

k_i – Проницаемость $i-ой$ фазы (фазовая)

$$k_i = k \cdot k_i \tag{1.3}$$

1.4 Понятие и виды проницаемости горных пород

Под проницаемостью горных пород понимают их способность пропускать сквозь себя жидкости или газы при наличии перепада давления. Проницаемость - это важнейший параметр, характеризующий проводимость коллектора, т.е. способность пород пласта пропускать к забоям скважин нефть и газ. Значение проницаемости в совокупности с другими характеристиками предопределяет режим эксплуатации месторождения, а именно: давление и темп закачки рабочего агента в пласт (как правило, воды); объем и пространственную геометрию закачки для предотвращения преждевременного обводнения пласта и прорыва воды к забоям эксплуатационных скважин и т.д. Знание проницаемости пласта позволяет осуществить наиболее эффективную и рентабельную нефтедобычу.

В процессе эксплуатации нефтяных и газовых месторождений могут быть различные типы фильтрации в пористой среде, жидкостей, газов и их смесей - совместное движение нефти, воды или газа или движение воды или газа, воды и нефти, нефти и газа. Во всех случаях проницаемость одной и той же пористой среды для данной фазы в зависимости от количественного и качественного состава фаз в ней будет различной. Поэтому для характеристики проницаемости нефтесодержащих пород используются понятия абсолютной, эффективной и относительной проницаемости.

Различают три вида проницаемости:

1. Абсолютная;
2. Фазовая (эффективная);
3. Относительная;

Абсолютная проницаемость характеризует только физические свойства породы. Поэтому для её определения через проэкстрагированную пористую среду пропускает однофазный флюид, чаще газ – инертный по отношению к породе (на практике для этой цели используется азот или воздух).

Фазовой (эффективной) проницаемостью называется проницаемость породы по отношению к данному флюиду при движении в порах многофазных систем (не менее двух). Величина ее зависит не только от физических свойств пород, но также от степени насыщенности порового пространства жидкостями или газами и от их физико-химических свойств.

Относительной фазовой проницаемостью пористой среды называется отношение фазовой проницаемости этой среды для данной фазы к абсолютной.

При эксплуатации нефтяных и газовых месторождений чаще всего в породе присутствуют и движутся две или три фазы одновременно [60]. В этом случае проницаемость породы для какой-либо одной фазы всегда меньше ее абсолютной проницаемости. Эффективная и относительная проницаемости для различных фаз находятся в тесной зависимости от нефте, газо- и водонасыщенности порового пространства породы и физико-химических свойств жидкостей.

1.5 PVT корреляция для легкой нефти и газоконденсата

С 1920-х годов стало понятно, что для разработки нефтяных и газовых месторождений необходимо знать количество растворенного газа (R_s) в пласте, а также величину изменения объема нефти (B_o) и расширение газа (B_g) после подъема на поверхность. Эти параметры составляют традиционную методику моделирования blackoil PVT свойств. Однако известно, что данная методика неприменима для моделирования газоконденсата и легкой нефти, и необходимо использовать модифицированную модель стандартной нефти (MBO). В методике MBO учитывается разное состояние пластового флюида, который может существовать как в жидкой, так и в газовой фазах [34].

Флюиды месторождений газоконденсата и легкой нефти зачастую моделируют с помощью полного композиционного моделирования, однако, методика МВО также может быть эффективной [33]. Многие авторы изучают новые способы моделирования МВО PVT свойств, учитывающие газоконденсатный фактор (R_v), который характеризует содержание испаренной нефти в газе.

В 1983 году авторы [57] использовали данные, полученные из экспериментов дифференциальной конденсации, для расчета МВО PVT свойств месторождений газоконденсата и легкой нефти. Данные эксперименты применимы для расчета состава жидкости и совместно с данными состава газа позволяют получить k-значения при высоких давлениях. На каждом этапе в режиме истощения фазовый состав подбирается для расчета МВО PVT свойств (B_o, B_g, R_s, R_v), используя k-значения в модели многоступенчатого сепаратора, который имитирует условия пласта.

В 1985 году автор [17] разработал методику, отличную от методики [57], для расчета МВО PVT свойств месторождений газоконденсата. В предложенной методике газоконденсатный фактор (R_v) вычисляют с помощью модели поверхностного сепаратора, а остальные параметры рассчитываются из уравнения материального баланса.

В 1994 году автор [34] расширил методику Коатса [17] для месторождений легкой нефти. В его работе предложена модификация методики [55] для получения МВО PVT свойств месторождений легкой нефти.

В 1994 году Уолш и Тоулер [56] предложили простой способ расчета МВО PVT свойств месторождений газоконденсата. Авторы использовали данные, полученные из стандартных экспериментов дифференциальной конденсации, и разработали алгоритм расчета МВО PVT свойств месторождений газоконденсата. В этом алгоритме не требуется модель k-значений и решение уравнения состояния. Это альтернативный метод, который идеален для работы в электронных таблицах. Однако предложенная методика зависит от количества ступеней при проведении лабораторных экспериментов дифференциальной конденсации.

Для всех методик моделирования MBO PVT свойств, представленных в литературе, требуется комбинация лабораторных экспериментов (PVT отчеты) и сложных математических вычислений. Недавно автором [30] была выведена новая корреляция для газоконденсатного фактора (R_v). Для данной корреляции не требуются пробы флюидов или сложные расчеты уравнения состояния. На практике были отмечены сложности при использовании в уравнении удельного веса поверхностного газа, для расчета которого необходимы PVT отчеты [5]. Более того, условия сепарации и режимы работы наземных сепараторов на MBO PVT свойств не учтены в предложенной методике. Режимы работы сепаратора были косвенно представлены через удельный вес. Выяснено, что режимы работы сепаратора имеют значительное влияние на MBO PVT свойств месторождений газоконденсата и легкой нефти [46].

В главе 3 данной работы представлена новая корреляция MBO PVT свойств, в которой представлены преимущества предыдущих опубликованных корреляций [5], [30].

1.6 Краткий обзор развития аналитических методов для решения нелинейных уравнений фильтраций

В 1894 году Больцман [14] представил иной подход решения уравнения диффузии, который преобразовал систему уравнений диффузии в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), для обеспечения возможности получения аналитического решения.

В 1950 году Биркгоф [11] доказал, что работ Больцмана была основана на алгебраической симметрии уравнений в частных производных, которая позволила преобразовать и решить их с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений. Данный метод известен как метод самоподобия, обычно применяемый в классических учебниках для аналитического решения некоторых задач теплообмена [10], [15], [18].

В 1983 году Дрезнер [22] подробно рассматривает методы самоподобия и их широкое применение ко многим физическим проблемам в различных отраслях, таких как тепломассоперенос и гидромеханика. Метод самоподобия оказался удобен для решения нелинейных задач без линеаризации. Например, Салливан и Прусс [36] предложили методы самоподобия для нелинейных задач с многофазными потоками в геотермальных анализах данных опробования скважины.

В 1987 г. Прусс [39], работая над теми же задачами, особое внимание уделял движению фронта испарения. Далее в 1990 и 1992 г. Авторы [20] расширили исходный метод самоподобия до задач, связанных с теплопередачей и различными жидкостями, такими как радиоактивные отходы и воздух. Метод самоподобия на нефтяных месторождениях применялся для анализа начального переходного поведения динамики флюидов в режиме радиального течения, ведущего к широко известному экспоненциальному интегральному решению, используемому при анализе скважин.

Метод самоподобия, также, применялся при изучении многофазного потока в условиях газонапорного и газоконденсатного пластах [13], [41]. В 2013 году авторы [16], [40] представили методику, основанную на самоподобии для анализа бесконечно действующего газового линейного потока для постоянной характеристики забойного давления. Далее авторы [40] предложили ввести итерационный метод решения полученного ОДУ в пересчете на интеграл с бесконечным пределом. Также, авторы [8] вывел формулы ОДУ на основе самоподобия, применимые к геометрии линейного потока для многофазного анализа потока в газоконденсатных пластах.

В этом исследовании демонстрируется суть метода самоподобия, применительно к изучению системы с нелинейными параметрами, такими как бесконечно действующий газовый линейный поток в радиальных и линейных фильтрациях при постоянной скорости и давлении. Нелинейности, рассматриваемые в этой работе, представляют собой зависящие от давления свойства газа, такие как вязкость и сжимаемость. Но рассматриваемая выше методика является общей и легко применимой к другим типам нелинейностей.

В существующих упрощенных моделях прогноза производственных показателей разработки газоконденсатных залежей, капиллярным давлением, как правило, пренебрегают для обеспечения возможности получения аналитического решения. Однако данное приближение при расчете многофазной фильтрации может приводить к ошибочным результатам при прогнозировании параметров добычи.

Глава 4 данной работы посвящена разработке полуаналитической модели расчета динамики дебита скважин в газоконденсатных многофазных системах, учитывающей капиллярные эффекты.

Выводы по главе 1

В данной главе выполнен обзор развития аналитического и полуаналического моделирования для решения уравнения фильтрации в многокомпонетных газоконденсатных залежах, рассмотрены подходы к подготовке, разработке и использованию аналитических и физико-математических подходов для прогноза показателей разработки газоконденсатных залежей, методы расчета процесса фильтрации и построения кривых относительных проницаемостей, основные уравнения, граничные условия, методы моделирования PVT корреляций, постановка основных задач моделирования, типы исходных данных. Рассмотрены методы и подходы к решению уравнения фильтрации в полуаналической постановке.

ГЛАВА 2 МОДЕЛЬ ПОСТРОЕНИЯ КРИВЫХ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ФАЗОВЫХ ПРОНИЦАЕМОСТЕЙ ДЛЯ МНОГОФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Присутствие воды в нефтяной залежи может приводить к образованию трехфазного течения в пласте. Для моделирования подобных процессов необходимо использование трехфазных диаграмм относительных проницаемостей. В нефтяной отрасли предложено несколько способов расчета трехфазных относительных проницаемостей, использующих значения двухфазных относительных проницаемостей (метод Стоуна, Бейкера и др.) [7], [47]. Однако существующие трехфазные модели зачастую описывают процесс трехфазной фильтрации некорректно, что подтверждается сравнением расчётов с керновыми экспериментами (эксперименты Оака) [38]. В то же время экспериментальное получение трехфазных диаграмм является намного более сложным и длительным процессом, чем измерение двухфазных относительных проницаемостей.

В данной главе предложена физико-математическая модель расчета трехфазных относительных проницаемостей конденсата, воды и газа с использованием метода асимптотических координат. Идея модели состоит в том, что взаимодействие между различными флюидами (т.е. водой, нефтью и газом), а также распределение насыщения флюидом, каким-то образом учтены в оценке относительной проницаемости. В модели для данной цели введен новый параметр, названный характеристическим коэффициентом. Данный параметр отражает влияние каждого флюида на поток других флюидов. Иными словами, данный фактор показывает общее влияние различных параметров породы и флюида (т.е. поверхностное натяжение между флюидами, смачиваемость и распределение насыщения), каждый из которых воздействует на поток в пористой среде.

Метод позволяет оценить относительные проницаемости трехфазной системы на основе только одной экспериментальной кривой насыщения, при отсутствии данных трехфазного эксперимента.

2.1 Существующие способы определения относительных фазовых проницаемостей

Изучение многофазного потока в пористой среде представляет интерес для многих инженерных направлений, таких как, подземные нефтяные и газовые пласты, экология процессов и очистка источников подземных вод. Множество процессов методов увеличения нефтеотдачи (МУН) подразумевают под собой закачку воды или газа в нефтяной пласт, что приводит к развитию трехфазного потока (нефть, вода и газ) в пластовой породе. Поток трех несмешиваемых флюидов (т.е. нефть, вода и газ) также может возникнуть в нефтяных пластах при различных условиях, например, в пластах с режимом растворенного газа и активным водоносным горизонтом, где вода и газ вытесняют нефть к добывающей скважине.

Основным параметром, необходимым для моделирования процесса фильтрации или вытеснения в пористой среде в нефтяных и газовых пластах, является относительная проницаемость. Относительная проницаемость флюида определяется как отношение фазовой проницаемости пор, занятых этим флюидом при данном насыщении, к абсолютной проницаемости всей пористой среды. Абсолютная проницаемость является функцией, зависящей только от породы, а относительная проницаемость зависит как от свойств породы, так и флюида (например, поверхностное натяжение, смачиваемость и распределение размера пор). Другими словами, относительная проницаемость описывает то, насколько одна фаза мешает другой в пространстве поры, и, следовательно, может быть записана как функция насыщения флюидом.

Рассмотрим наиболее распространенные способы определения относительных фазовых проницаемостей для двухфазных и трехфазных систем.

2.1.1 Двухфазная фильтрация

Методы получения информации об относительных фазовых проницаемостях (ОФП) можно условно разделить на две категории: лабораторные (эмпирические) и аналитические.

К аналитическим относятся методы, использующие в качестве исходных данных результаты гидродинамических исследований скважин (ГДИС) и/или промысловые данные.

Практический опыт показывает, что аналитические методы имеют определенные недостатки: невозможность получения данных для всего диапазона возможных изменений флюидонасыщенности и термобарических условий пласта, влияние на результат расчета различных геолого-технических мероприятий и методов увеличения нефтеотдачи, проводимых на объекте.

Наиболее достоверные результаты получают при лабораторных исследованиях, проводимых на керне. Известны три метода получения кривых ОФП в лабораторных условиях:

- определение ОФП в режиме стационарной фильтрации;
- определение ОФП в режиме нестационарной фильтрации в процессе вытеснения одного флюида другим;
- расчет ОФП по кривым капиллярного давления.

Методы стационарной фильтрации, при которых два или три флюида одновременно закачиваются при постоянной скорости и перепаде давления в течение продолжительного времени, позволяет получить наиболее достоверные результаты.

2.1.2 Метод стационарной фильтрации

Основным преимуществом этого метода является возможность определения ОФП в условиях, максимально приближенных к пластовым. Метод стационарной фильтрации позволяет получать ОФП во всем диапазоне изменения насыщенности образца, изучать влияние различных факторов на фильтрационные характеристики пород. Анализ влияния различных факторов показывает, что ОФП следует определять на образцах изучаемого пласта-коллектора с использованием пластовых жидкостей, при термобарических условиях, соответствующих пластовым.

Определение ОФП включает подготовку образца, и рабочих жидкостей, проведение эксперимента и обработку полученных результатов.

В общем случае проведение эксперимента начинается с определения проницаемости образца при 100%-м насыщении пластовой водой после достижения установившейся фильтрации в условиях, близких к пластовым.

Затем в образец подается нефть практически до полного прекращения вытеснения воды, что приближенно имитирует процесс формирования залежи, но с конечной водонасыщенностью больше связанной.

По измеренным значениям перепада давления для фиксированных соотношений нефти и воды в потоке рассчитываются фазовые проницаемости по уравнению Дарси:

$$K_o = \frac{Q_{oi}\mu_{oi} l}{F \cdot \Delta P_i} \tag{2.1}$$

$$K_w = \frac{Q_{wi}\mu_{wi} l}{F \cdot \Delta P_i} \tag{2.2}$$

где,

K_o, K_w – фазовые проницаемости для нефти и воды;

i – режим при определенном режиме фильтрации.

Значения водонасыщенности образца, соответствующие каждому соотношению нефти и воды в потоке, рассчитываются по величине измеренного электрического сопротивления и зависимости параметра насыщения от водонасыщенности, построенной при подготовке эксперимента.

2.1.3 Метод нестационарной фильтрации (вытеснения)

Существенным преимуществом данного метода является быстрота проведения эксперимента.

В основе расчетов лежит уравнение Баклея-Леверетта [32], описывающее процесс вытеснения нефти водой. При этом скорость вытеснения должна быть достаточно высока (для подавления капиллярных сил) и постоянной во всех сечениях модели. Это означает, что вытеснение должно проводиться при значительных градиентах давления, а фазы должны быть несмешивающимися.

В процессе вытеснения регистрируется расход нагнетаемой воды во времени $q(t)$, объем вытесненной нефти $V_H(t)$ и воды $V_B(t)$ во времени и перепад давления на образце $\Delta P(t)$. На основании замеренных параметров по следующим соотношениям рассчитываются фазовые проницаемости и соответствующие им насыщенности. Для заданного момента времени t_i с начала вытеснения вычисляется:

1. Средняя водонасыщенность образца, S_{BC} (доли ед.)

$$S_{BC} = S_{BO} + \frac{V_H}{F \cdot l \cdot m} \tag{2.3}$$

где,

S_{BO} – начальная остаточная водонасыщенность, доли ед.;

V_H – объем вытесненной нефти, м^3;

F – площадь поперечного сечения образца, м^2;

m – пористость, доли ед.;

l – длина образца, м.

2. Расход закачиваемой воды в объемах пор, Q_B

$$Q_B = \frac{\int_0^{t_i} q \cdot dt}{F \cdot l \cdot m} \tag{2.4}$$

3. Параметр течения

$$\Pi = \frac{q \cdot \mu_H \cdot l}{\Delta P \cdot K_{HBO}} \tag{2.5}$$

где, K_{HBO} – проницаемость по нефти при остаточной водонасыщенности, м^2.

$\mu_н$ – вязкость нефти, мПас

4. Значения производных

$$D_1 = \frac{\partial S_{BC}}{\partial Q_B};\ D_2 = \frac{\partial\left[\dfrac{1}{Q_B \cdot П}\right]}{\partial\left[\dfrac{1}{Q_B}\right]} \tag{2.6}$$

5. Относительная проницаемость по нефти

$$К_н = \frac{D_1}{D_2} \tag{2.7}$$

6. Относительная проницаемость по воде

$$К_B = \frac{К_н \cdot \mu_B}{\mu_н \cdot \left(\dfrac{1}{f_B} - 1\right)} \tag{2.8}$$

где,

f_B – доля воды в выходящем потоке;

μ_B – вязкость воды, мПас.

Вычисленные таким образом относительные проницаемости соответствуют фазовым проницаемостям, отнесенным к проницаемости по нефти при остаточном водонасыщении.

2.1.4 Расчет ОФП по кривым капиллярного давления

В зависимости от свойств моделируемой пористой среды и с целью более точного их отражения разработаны капиллярные модели различной степени сложности. Наиболее простые из них представляют поровое пространство горных пород в виде пучка непересекающихся капилляров (модели Козени – Кормана, Вилли и Шпенглера), другие – трехмерной сеткой капилляров (модели Фэтта, Ентова и Чен-Син, Саффмана, Николаевского).

Методика расчета кривых ОФП по кривым капиллярного давления сводится к следующему. Экспериментально определенные кривые капиллярного давления перестраиваются в функцию вида $\frac{1}{P_k^2} = f(S)$. Для выбранных значений насыщенности расчитывают значения соответствующих интегралов в формулах:

$$K_C = \left(\frac{S - S_{BO}}{1 - S_{BO}}\right) \cdot \frac{\int_0^S \frac{\partial S}{P_k^2}}{\int_0^1 \frac{\partial S}{P_k^2}} \tag{2.9}$$

$$K_{HC} = \left(1 - \frac{S - S_{BO}}{1 - S_{BO} - S_{HO}}\right) \cdot \frac{\int_{Ы}^1 \frac{\partial S}{P_k^2}}{\int_0^1 \frac{\partial S}{P_k^2}} \tag{2.10}$$

где,

P_k – капиллярное давление, Па

Значения искомых интегралов соответствуют площади под кривой $\frac{1}{P_k^2} = f(S)$ для заданных пределов интегрирования. Затем задавая величины начальной водонасыщенности и остаточной нефтенасыщенности, вычисляют соответствующие относительные фазовые проницаемости.

2.1.5 Лабораторные методы определения фазовой проницаемости пород

Количественная оценка фазовых проницаемостей в лабораторных условиях – очень сложная и в методологическом и в техническом отношении задача. Установки для определения зависимостей фазовых проницаемостей от насыщенности обычно состоят из следующих частей:

- Кернодержатель специальной конструкции.
- Приспособление для приготовления смесей.
- Устройство для приема, разделения и измерения раздельного расхода жидкостей и газа.
- Устройство для измерения насыщенности различными фазами пористой среды.
- Прибор контроля и регулирования процесса.

Главная трудность при определении фазовой проницаемости - определение текущей водонасыщенности, которая определяется двумя основными способами:

- измерение электропроводности (сравнение с тарировкой),
- взвешивание образца.

Первый метод пригоден, если одна из фильтрующихся жидкостей электропроводна (минерализованная вода, водоглицериновая смесь).

При движении многофазных систем проницаемость для каждой фазы будет определяться обобщенным законом Дарси, который имеет следующий вид:

$$\vec{\upsilon}_i = -\frac{k_i' \, k}{\mu_i} grad\ p \tag{2.11}$$

где индексом i отмечена соответствующая фаза в потоке.

Таким образом, при движении многофазных систем проницаемость для каждой фазы можно определить экспериментально по следующим формулам:

$$Q_н = -\frac{k k_н' \, \Delta P}{\mu_н \, L},\ Q_в = -\frac{k k_в' \, \Delta P}{\mu_в \, L},\ Q_г = -\frac{k k_г' \, \Delta P}{\mu_г \, L} \tag{2.12}$$

где $Q_н, Q_в, Q_г$, соответственно, расходы нефти, воды и газа в общем потоке системы на выходе из модели пласта, м^3/сут.

2.1.6 Трехфазная фильтрация

Трехфазная фильтрация нефти, газа и воды может иметь место при разработке нефтяных месторождений с применением закачки газа и водогазовых смесей, нефтегазовых месторождений (особенно с обширными подгазовыми и водонефтяными зонами) и в других случаях, когда в пласте одновременно находятся нефть, газ и вода. Данные о проницаемости для трех фаз необходимы для проектирования методов воздействия на продуктивный пласт – заводнения при давлении ниже давления насыщения, циклической закачки газа, закачки пара, внутрипластового горения и др.

Совместное течение в пласте является наиболее сложным вопросом подземной гидродинамики, его экспериментальное изучение сопряжено с целым рядом трудностей методического и технического характера. Этим объясняется весьма ограниченное количество опубликованных результатов экспериментальных исследований трехфазного течения.

Первая опубликованная работа, посвященная экспериментальному изучению трехфазной фильтрации, стала наиболее значительной из всех последующих, а результаты ее считаются классическими до настоящего времени. Авторы [32] ставили своей целью выяснить основные факторы, определяющие условия движения многофазных жидкостей в пористой среде. В качестве жидкостей использовали керосин, либо смесь керосина и моторного масла, 0,9%-ный раствор NaCl и азот. Пористой средой служил отсортированный кварцевый песок проницаемостью 5,4 — 16,2 мкм^2 и пористостью 0,41 — 0,44. Результаты экспериментов авторы впервые представили в виде тернарных диаграмм, вершинами которых являются точки 100%-ной насыщенности каждой фазой (Рисунок 2.1).

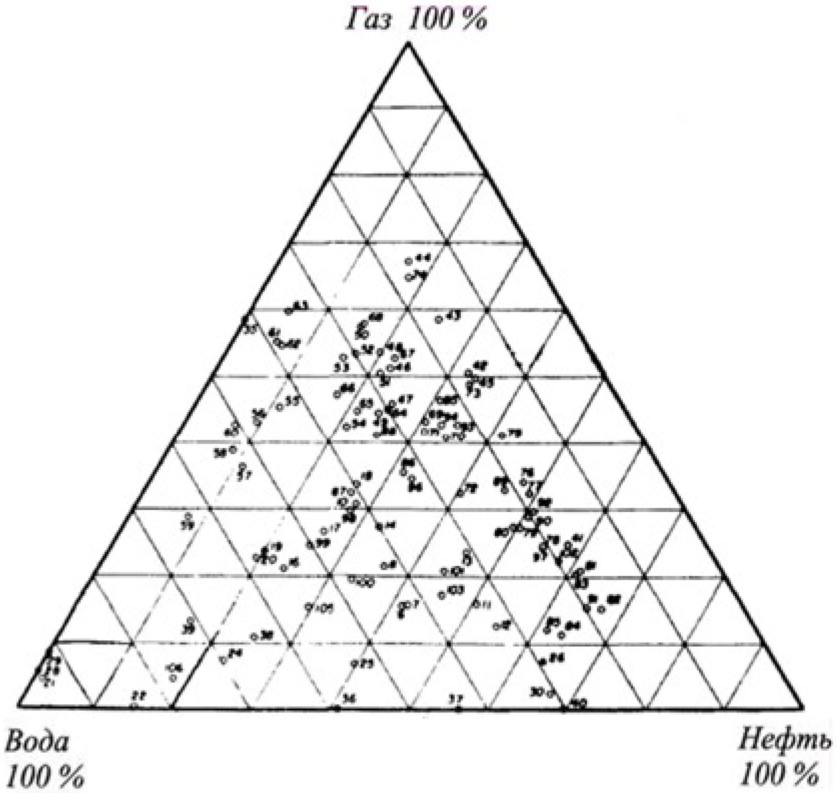


Рисунок 2.1 – Тернарная диаграмма насыщенности для нефти, газа и воды по данным эксперимента: Леверетта и Льюиса [32]

Распределение фаз в поровом пространстве гидрофильных коллекторов представляется следующим образом. Вода заполняет поры наименьших размеров, а также тупиковые поры и места контакта зерен породы. Нефть занимает наибольшие поры, в которых уже имеется вода в виде пленки на поверхности пор. Газ находится в центральных частях наиболее крупных пор и поровых каналов, занятых нефтью, и с водой практически не контактирует. Фазовая проницаемость для воды является функцией только водонасыщенности. Фазовая проницаемость для нефти зависит как от водо-, так и от нефтенасыщенности. Фазовая проницаемость для газа в некоторых случаях зависит только от газонасыщенности, а для некоторых образцов зависимость более сложная.

Неопределенность механизма совместного течения нефти, газа и воды требует нахождения фазовых проницаемостей в условиях, максимально приближенных к пластовым. Как и для случая двухфазной фильтрации, достоверные значения фазовых проницаемостей для трехфазной системы можно получить при использовании составных образцов из кернов конкретного месторождения при стационарной фильтрации нефти, газа и воды.

На рисунке 2.2 приведена треугольная диаграмма (треугольные диаграммы – кривые, соединяющие точки с одинаковым содержанием соответствующие компоненты смеси в потоке), показывающая, при каких условиях возможно одно, двух или трехфазное течение в пористой среде.

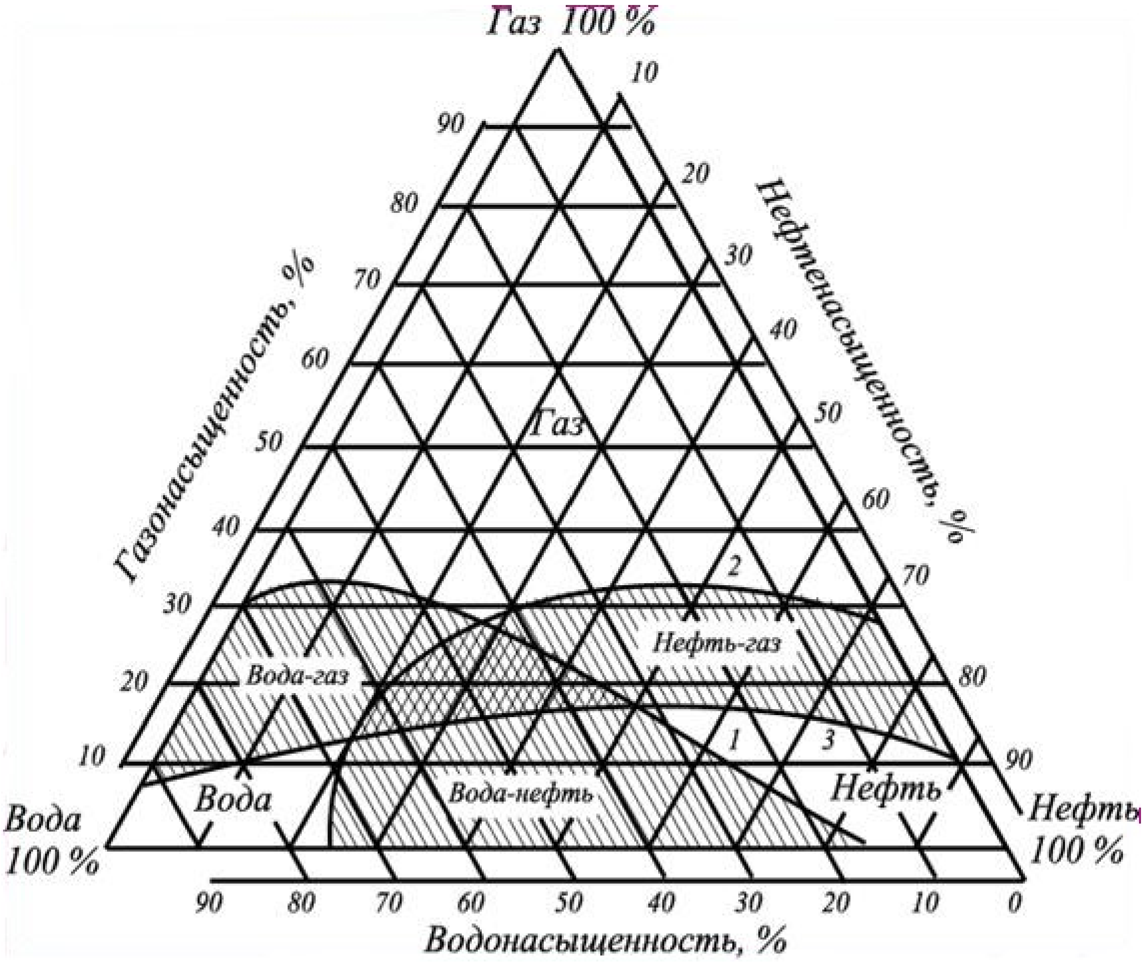


Рисунок 2.2 – Трехфазная диаграмма относительных проницаемостей при движении системы нефть-газ-вода, построенная по результатам эксперимента Леверетта и Льюиса [32].

Кривые 1, 2 и 3 отвечают за содержание в потоке 5% воды, нефти и газа соответственно. Из рисунка видно, что при содержании в породе более 35% газа поток состоит из одного газа. При содержании газа меньше 10 % и нефти меньше 23% поток содержит одну воду, а при насыщенности водой (от 20 до 30%) и газом (от 10 до 18%) участвует в движении одна нефть. Заштрихованные промежуточные области, примыкающие к той или иной стороне треугольника, отвечают двухфазным потокам газ-вода, вода-нефть, газ-нефть. Область трехфазного потока представлена двойной штриховкой в центре треугольника и соответствует следующим диапазонам насыщенности песка: водой – от 33 до 64%, газом – от 14 до 30%, нефтью - от 23 до 50%.

Приведенная диаграмма является частным случаем распределения насыщенности в трёхфазном потоке, полученной экспериментально для несцементированных песков и конкретных пластовых условий. В каждом конкретном случае они могут отличаться. Отличие трехфазных диаграмм может быть вызвано многими причинами, в том числе:

– физико-химическими свойствами жидкостей;

– структурой поровых каналов;

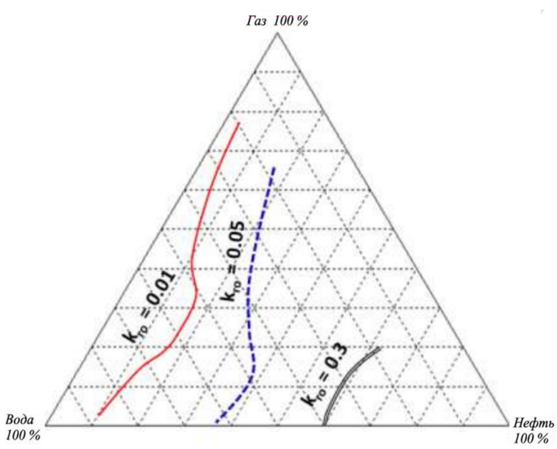
– капиллярными соотношениями;

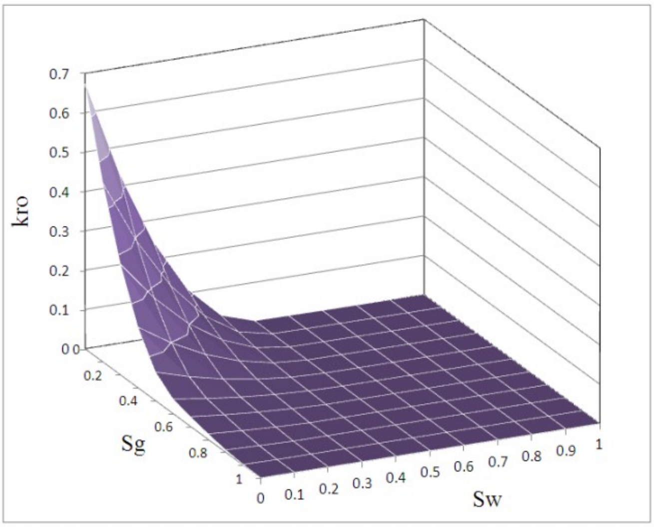
– смачиваемостью и др.

2.1.7 Трехфазные модели относительной проницаемости нефти

Экспериментальное определение фазовых проницаемостей по керну для случая трехфазного насыщения позволяет получить наиболее достоверные результаты, однако этот процесс является сложным и трудоемким. Вместе с тем для оценки ОФП при трехфазном насыщении можно воспользоваться данными о двухфазной фильтрации, полученными для систем нефть – вода и нефть – газ, экспериментальное определение которых значительно проще. Для вычисления трехфазной относительной проницаемости нефти по относительным проницаемостям нефти в воде и нефти в газе и связанной воде при заданных насыщенностях воды и газа наиболее распространены три метода. Понятно, что при задании 3-фазной относительной проницаемости нефти как двумерных таблиц зависимости от насыщенностей воды и газа эти формулы не потребуются.

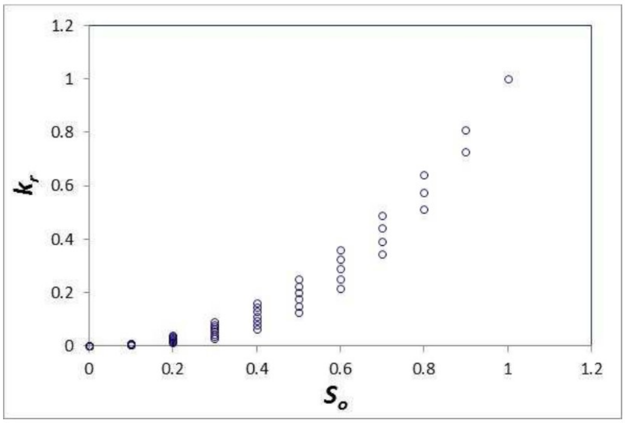
В процессе вытеснения может возникнуть бесконечное количество путей насыщения флюидом, что является известной сложностью при моделировании трехфазного течения в пористой среде. Так как степенью свободы насыщенности флюидом при трехфазной фильтрации являются две независимые насыщенности флюидами. Это значит, что при задании насыщенности одной фазой, другие две насыщенности флюидами могут принимать бесконечное количество значений (т.е. $S_w + S_g + S_o = 1$). При этом двухфазный поток имеет одну степень свободы, таким образом, при задании насыщенности одной фазой, насыщенность другим флюидом, также, становится заданным (т.е. S_w + S_o= 1). Таким образом, для моделирования трехфазного потока в пористой среде функции k_r (трехфазные относительные проницаемости) и P_c (капиллярное давление) будут являться функцией двух независимых насыщенностей – график поверхности в трехмерных координатах. Стоит отметить, что k_r может быть построена различными способами, как показано на рисунках 2.3 и 2.4. На рисунке 2.3(а) изображен график трехфазной относительной проницаемости нефти k_{ro}, как кривой постоянной проницаемости (пути насыщения, имеющие одинаковое значение k_{ro}), а на рисунке 2.3(б) представлен пример трехфазной относительной проницаемости нефти, построенной в трехмерных координатах как функции от водо- и газонасыщенности. На рисунке 2.4(а) показан график k_{ro} в зависимости от нефтенасыщенности (S_o). На рисунке 2.4(а) видно, что при заданном значении S_o существует несколько значений k_{ro}, так как k_{ro} является функцией двух независимых насыщенностей (S_w и S_g). На рисунке 2.4(б) представлена k_{ro} как функция от водонасыщенности для различных значений газонасыщенности, таким образом, видно, что k_{ro} – функция двух независимых насыщенностей (S_w и S_g).

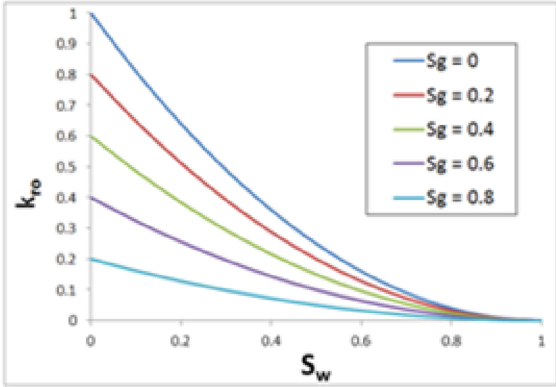




(а) *(б)*

Рисунок 2.3 – График трехфазной проницаемости нефти: (а) – как кривой постоянной проницаемости; (б) – как функция водо- и газонасыщенности





(а) (б)

Рисунок 2.4 – График трехфазной проницаемости нефти: (а) – как функция нефтенасыщенности; (б) – как функция водонасыщенности при различных значениях газонасыщенности.

2.1.8 Метод Стоуна и Бейкера

Было предложено множество эмпирических уравнений для оценки трехфазной относительной проницаемости с использованием данных двухфазной проницаемости. В данной главе кратко описаны наиболее широко используемые модели, доступные в промышленных системах моделирования (Eclipse, CMG) для моделирования трехфазной фильтрации. Общей чертой данных моделей является тот факт, что для расчета значений трехфазной k_r используются данные двухфазной относительной проницаемости. Данные модели могут быть разделены на две группы: модели типа СТОУН и модели типа БЕЙКЕР. Изначально, модель типа СТОУН была предложена Стоуном [47] и названа модель Стоун-I, она использовала среднее геометрическое двухфазной относительной проницаемости в следующей форме для расчета трехфазной k_{ro}:

$$k_{ro} = \frac{S_o^*}{(1-S_g^*)(1-S_w^*)} \cdot k_{rog} \cdot k_{row} \tag{2.13}$$

где S_o^* – нормированная нефтенасыщенность, k_{row} – двухфазная относительная проницаемость нефти в системе нефть-вода, k_{rog} – двухфазная относительная проницаемость нефти в системе нефть-газ.

Модель Стоун-I затем была преобразована Азизом и Сеттари [6] с учетом максимального значения относительной проницаемости нефти (k_{row}) при максимальном насыщении нефтью $(1 - S_{wc})$;

$$k_{ro} = k_{rocw} \cdot \frac{k_{rog}}{(1 - S_g^*)k_{rocw}} \cdot \frac{k_{row}}{(1 - S_w^*)k_{rocw}} \tag{2.14}$$

В уравнении (2.14), двухфазная относительная проницаемость вода-нефть, k_{row} должна быть рассчитана для значений S_w в условиях трехфазного насыщения, а двухфазная относительная проницаемость нефть-газ, k_{rog} должна быть рассчитана для значений S_g также в условиях трехфазного насыщения.

Стоит отметить, что модели Стоуна были разработаны только для прогнозирования трехфазной относительной проницаемости нефти. В данной модели трехфазные относительные проницаемости воды и газа приняты одинаковыми с двухфазными относительными проницаемостями в присутствии нефти. Стоун [48] преобразовал свою первую модель, используя теорию вероятности и включив в расчеты трехфазной относительной k_{ro} относительные проницаемости воды и газа:

$$k_{ro} = [(k_{rog} + k_{rg})(k_{row} + k_{rw}) - k_{rw} - k_{rg}] \tag{2.15}$$

Хотя данная модель и является преобразованной версией модели Стоун-I, обычно она менее точная, чем модель Стоун-I, так как она дает отрицательные значения относительной проницаемости нефти для некоторого диапазона насыщения [42].

Авторы [27] преобразовали модель Стоун-I, используя экспоненциальный множитель для члена насыщения в уравнении (2.16):

$$k_{ro} = \left[\frac{S_o^*}{(1 - S_g^*)(1 - S_w^*)}\right]^{\beta} \cdot \frac{k_{rog} \cdot k_{row}}{k_{rocw}} \tag{2.16}$$

Параметр β в уравнении (2.16) может быть интерпретирован как переменная, которая изменяется в пределах от нуля до единицы для низких и высоких значений насыщения нефтью, соответственно. Значение экспоненты может быть использовано, таким образом, для соответствия прогнозированных данных добычи нефти к экспериментальным данным.

Вторая модель стоуна, предоставляемая ECLIPSE для вычисления относительной проницаемости нефти для трех фаз, является модификацией первой модели, предложенной Стоуном. Она подключается ключевым словом STONE1 в разделе PROPS. Формула для этой модели:

$$k_{ro} = k_{rocw} \cdot SS_o \cdot F_w \cdot F_g \tag{2.17}$$

где

k_{rocw} – значение относительной проницаемости нефти в присутствии только связанной воды.

$$SS_o = \frac{S_o - S_{om}}{1 - S_{wco} - S_{om}} \tag{2.18}$$

где, $S_o > S_{om}$;

$$F_w = \frac{k_{row}}{k_{rocw} \cdot (1 - SS_w)} \tag{2.19}$$

$$F_g = \frac{k_{rog}}{k_{rocw} \cdot (1 - SS_g)} \tag{2.20}$$

$$SS_w = \frac{S_w - S_{wco}}{1 - S_{wco} - S_{om}} \tag{2.21}$$

$$SS_g = \frac{S_g}{1 - S_{wco} - S_{om}} \tag{2.22}$$

В этих формулах S_o, S_w и S_g означают усредненные по ячейке сетки значения насыщенностей нефти, воды и газа. k_{rog} обозначает относительную проницаемость нефти в системе нефть-газ-связанная вода, а k_{row} – относительную проницаемость нефти в системе нефть-вода. Функции относительной проницаемости нефти для обеих фаз должны быть табулированы во входных данных как функции нефтенасыщенности. k_{rocw}

означает относительную проницаемость нефти в присутствии только связанной воды.

S_{om} – минимальная остаточная нефтенасыщенность. По умолчанию, $S_{om} = \min (S_{owcr}, S_{ogcr}.)$, т.е. минимальному из критических значений насыщенности нефти в воде и нефти в газе.

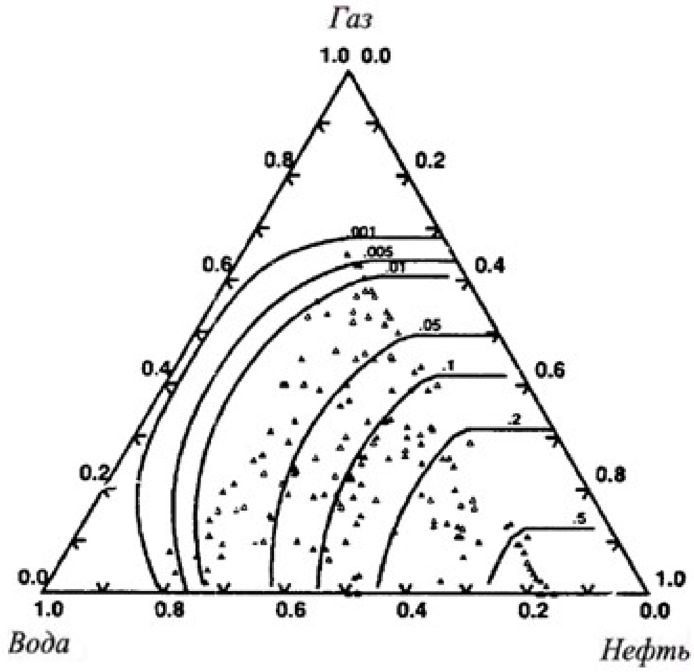


Рисунок 2.5 – Корреляция метода Стоун 1 с реальным экспериментом

Третья модель, предоставляемая ECLIPSE для вычисления значений трехфазной относительной проницаемости нефти, представляет собой измененную вторую модель, предложенную Стоуном. Формула для этой модели:

$$k_{ro} = k_{rocw}\left[\left(\frac{k_{row}}{k_{rocw}} + k_{rw}\right)\left(\frac{k_{rog}}{k_{rocw}} + k_{rg}\right) - k_{rw} - k_{rg}\right] \tag{2.23}$$

k_{rog} обозначает относительную проницаемость нефти в системе нефть-газ-связанная вода, а k_{row} — относительную проницаемость нефти в системе нефть-вода. Оба набора функций двухфазной относительной проницаемости табулируются во входных данных как функции нефтенасыщенности. k_{rocw}

задает относительную проницаемость нефти в присутствии только связанной воды.

Отметим, что значения k_{ro}, рассчитанные по этой формуле, могут быть отрицательными. ECLIPSE автоматически заменит отрицательные значения k_{ro} на нулевые значения.

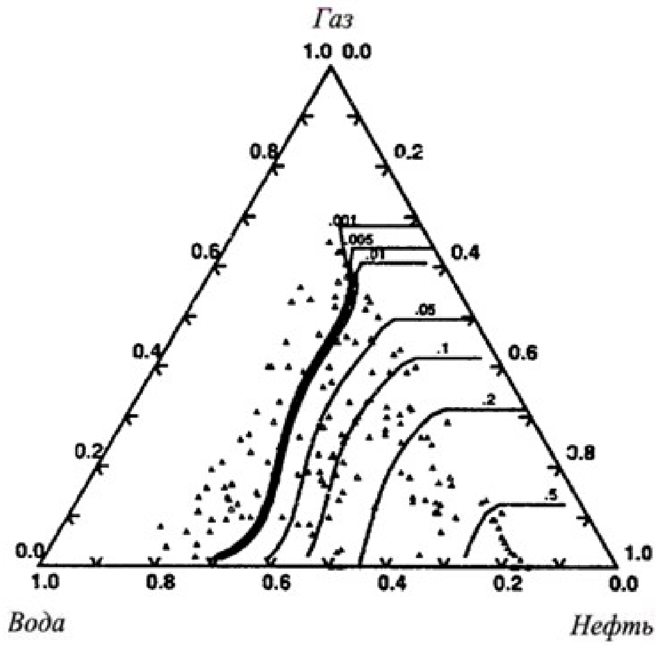


Рисунок 2.6 – Корреляция метода Стоуна 2 с реальным экспериментом

Наиболее известные модели типа БЕЙКЕР: Бейкер [7], IKU [28] и ODD3P [26]. Данные модели оценивают трехфазную k_r для всех подвижных фаз как функцию двух независимых насыщенностей. Все данные модели применяют среднее арифметическое двухфазной относительной проницаемости для расчета трехфазной k_r. Уравнение Бейкера [7] трехфазной относительной проницаемости нефти выглядит следующим образом:

$$k_{ro} = \left(\frac{(S_w - S_{wc})}{(S_w - S_{wc}) + S_g} \right) k_{row} + \left(\frac{S_g}{(S_w - S_{wc}) + S_g} \right) k_{rog} \tag{2.24}$$

Подобные уравнения были разработаны для относительных проницаемостей воды и газа при условиях трехфазного потока. В отличие от моделей Стоуна, двухфазная относительная проницаемость нефти (k_{row} и k_{rog})

в модели Бейкера (уравнение (2.24)) должна быть рассчитана в условиях трехфазной фильтрации.

Авторы [25] предложили модель IKU, как преобразованную версию метода БЕЙКЕР для оценки трехфазных относительных проницаемостей нефти, воды и газа. В модели IKU предполагается, что относительная проницаемость подвержена влиянию насыщения только подвижной фазой, а не общему насыщению фаз. По этой модели рассчитывают двухфазную проницаемость k_r в модели Бейкера (т.е. k_{row} и k_{rog}), как трехфазное насыщение подвижной частью флюида. С этой целью был введен метод линейной интерполяции для расчета максимального и минимального насыщений подвижной фазы в условиях трех фаз, используя двухфазное остаточное насыщение.

Данный подход проиллюстрирован графически на рисунке 2.7 для нефтяной фазы. Конечная точка насыщения относительно нефтяной фазы в условиях двух фаз является остаточная нефтенасыщенность в системе нефть-газ (S_{org}), остаточная газонасыщенность в системе нефть-газ (S_{gro}), остаточная нефтенасыщенность в системе нефть-вода (S_{orw}) и остаточная водонасыщенность в системе нефть-вода (S_{wro}). Насыщение нефти должно быть нормализировано следующим уравнением:

$$S_o^* = \frac{S_o - S_{omn}}{S_{omx} - S_{omn}} \tag{2.25}$$

Нормированная нефтенасыщенность затем используется для получения двухфазной относительной проницаемости нефти (k_{row} и k_{rog}) для использования в уравнении (2.16). Эквивалентная формула была получена для расчета трехфазной относительной проницаемости воды и газа.

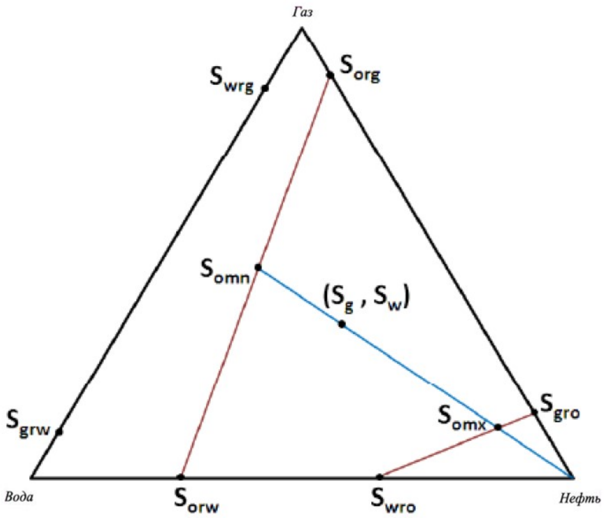


Рисунок 2.7 – График по методу [25] для оценки максимального (S_{omx}) и минимального (S_{omn}) значений трехфазного насыщения подвижной фазы с использованием остаточного насыщения $(S_{orw}, S_{org}, S_{wro}, S_{wrg}, S_{grw}, S_{gro})$, измеренного для условий двух фаз

Хьюстед и Браунинг [26] разработали модель ODD3P для расчета трехфазной относительной проницаемости нефти, воды и газа. Данная модель является преобразованной версией метода IKU, учитывающей эффект гистерезиса и вариации межфазного натяжения между флюидами.

2.2 Физико-математическая модель расчета трехфазных относительных проницаемостей для многофазной фильтрации

Помимо упомянутых выше моделей было предложено множество других уравнений для прогнозирования трехфазной относительной проницаемости [12], [19], [25]. Результаты этих моделей были сравнены с полученными данными трехфазной относительной проницаемости. Пригодность данных моделей для широкого ряда пород и флюидов вызывает сомнения, так как они могут привести к ошибочным прогнозам трехфазной относительной проницаемости [19], [23], [42], [43].

Как было указано ранее, некоторые старые модели (т.е. Стоуна, Бейкера) оценивают значение трехфазной относительной проницаемости простым усреднением или интерполяцией соответствующей двухфазной k_r

(уравнения (2.13) и (2.24)), не учитывая механизм потока. Однако, существуют модели, появившиеся недавно, которые учитывают различные механизмы, происходящие в трехфазном потоке [9], [26].

В данной работе был учтен механизм потока, который отличается от всех вышеупомянутых моделей. Главная идея модели состоит в том, что различные механизмы и соответствующие параметры, которые влияют на многофазную фильтрацию в пористой среде, отражены в распределении флюида. С этой целью в модель введена характеристическая функция с новым значением насыщения флюидом.

Распределение флюида является основным фактором, позволяющим контролировать поток различных фаз и, соответсвенно, функции относительной проницаемости. Например, на рисунке 2.8 изображен результат эксперимента со стеклянной микромоделью при условиях трехфазной фильтрации (чередующаяся закачка воды и газа), который показывает распределение различных флюидов (т.е. нефти, воды и газа) в пористой среде [45]. Как видно из рисунка 2.8, вода доминирует над блоком нефти (розовый круг), из чего можно сделать вывод, что поток данной нефти регулируется только насыщением водой. А в другом блоке (зеленый круг) нефть со всех сторон окружена водой и газом, таким образом, на поток этой нефти влияет как насыщение водой, так и газом.

Рисунок 2.8 – Кадр эксперимента со стеклянной микромоделью при условиях трехфазной фильтрации [45]

Можно сделать вывод, что на поток и относительную проницаемость каждого флюида в условиях трехфазной фильтрации сильно влияет распределение несмешиваемых флюидов в порах. Данный факт не учитывается в разработке существующих моделей трехфазной относительной проницаемости (как по методам Стоуна и Бейкера). Главное несоответствие существующих моделей в том, что в них предлагается очень простое распределение флюидов для трехфазной фильтрации, как схематично показано на рисунке 2.9. На данном рисунке показано, что распределение фазы воды и газа в системе одинаково влияет на нефтяную фазу. Данное предположение говорит о том, что поток нефти одинаково регулируется насыщением водой и газом, что отличается от реального механизма трехфазной фильтрации.

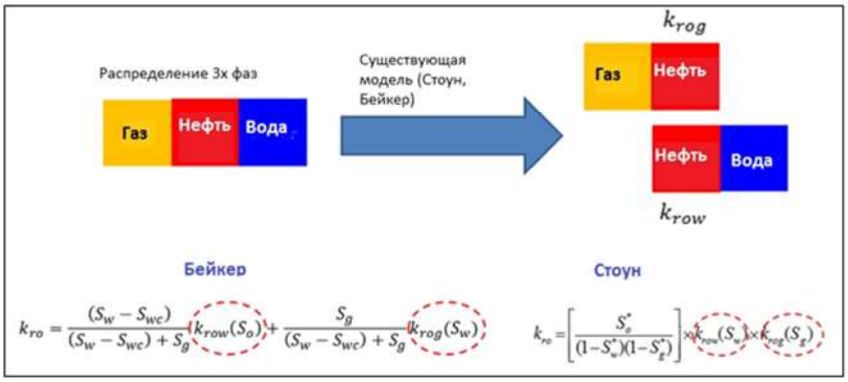
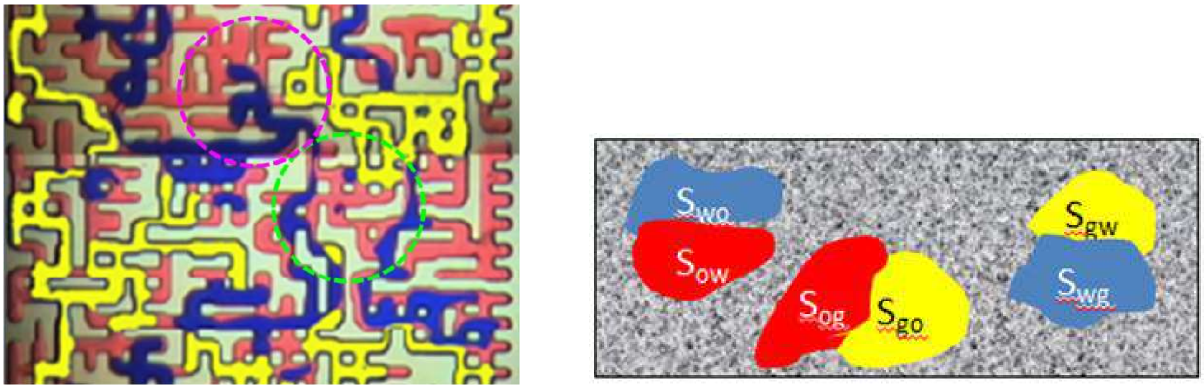


Рисунок 2.9 – Схема распределения трехфазного флюида в пористой среде, предлагаемая существующими моделями (Стоуна и Бейкера)

В более реалистичной схеме распределения насыщения трехфазного потока каждый из несмешиваемых флюидов учитывается в двух частях. Как показано на рисунке 2.10, одна часть нефти связана только с водной фазой (S_{ow}), а другая только с газовой фазой (S_{og}).



(а) *(б)*

Рисунок 2.10 – Трехфазное распределение в пористой среде: (а) – полученное из эксперимента со стеклянной микромоделью [45]; (б) – учтенное в физико-математической модели.

Учитывая эту теорию, трехфазная относительная проницаемость является комбинацией двухфазной относительной проницаемости нефти к газу (k_{rog}) и нефти к воде (k_{row}). Таким образом, влияние k_{rog} и k_{row} на трехфазную k_{ro} различно, в отличие от существующих моделей, в которых влияние k_{rog} и k_{row} на насыщение нефтью одинакова, как показано на рисунке 2.9. Оценка существующих моделей, проведенная предыдущими исследователями [19], [25], [26], [42], [43], показала, что модель типа Бейкер (среднее арифметическое) дает более точные результаты для прогноза трехфазной относительной проницаемости, по сравнению с другими существующими моделями. Таким образом, в данной главе использованно среднеарифметическое между двухфазными относительными проницаемостями для расчета трехфазной относительной проницаемости:

$$k_{ro} \propto \left(Ak_{row} + Bk_{rog}\right) \tag{2.26}$$

где A и B – коэффициенты, которые показывают величину влияния k_{rog} и k_{row} на трехфазную k_{ro}. Уравнение для расчета трехфазной относительной проницаемости нефти представленно ниже:

$$k_{ro} = \frac{S_{wo}}{S_{wo} + S_{go}} k_{row}(S_{ow}) + \frac{S_{go}}{S_{wo} + S_{go}} k_{rog}(S_{og}) \tag{2.27}$$

Видно из уравнения 2.27, что k_{rog} и k_{row} рассчитываются с использованием соответствующих значений S_{og} и S_{ow}. Коэффициенты $\frac{S_{wo}}{S_{wo} + S_{go}}$ и $\frac{S_{go}}{S_{wo} + S_{go}}$ также рассчитываются с использованием соответствующих S_{og} и S_{ow}. Формулировка этой теории, заложенной в физико-математической модели, схематически показана на рисунке 2.11.

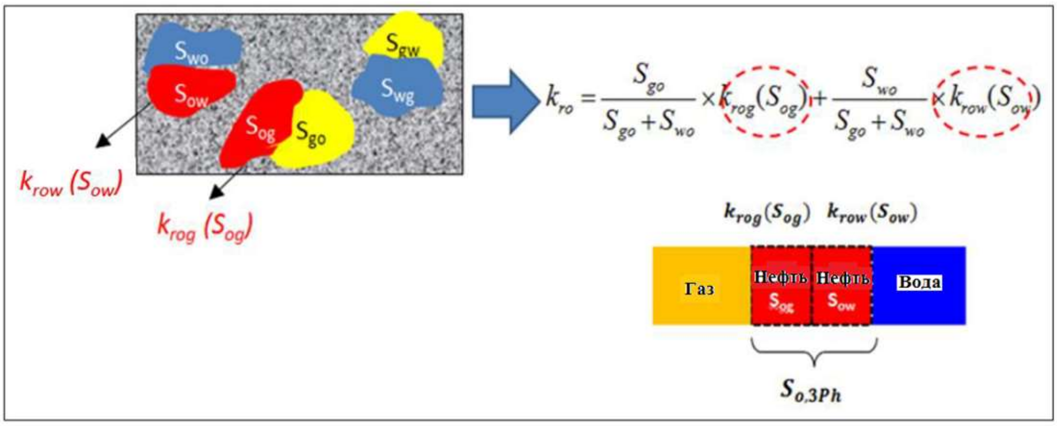


Рисунок 2.11 – Физико-математическая модель для расчета трехфазной относительной проницаемости нефти.

Уравнения, схожие с уравнением 2.27 могут быть выведены для трехфазной относительной проницаемости по воде и газу:

$$(S_{wo} + S_{wg}) \geq S_w^{3Ph} \tag{2.28}$$

$$k_{rw} = \frac{S_{ow}}{S_{ow} + S_{gw}} k_{rwo}(S_{wo}) + \frac{S_{gw}}{S_{ow} + S_{gw}} k_{rwg}(S_{wg}) \tag{2.29}$$

$$(S_{go} + S_{gw}) \geq S_g^{3Ph} \tag{2.30}$$

$$k_{rg} = \frac{S_{og}}{S_{og} + S_{wg}} k_{rgw}(S_{gw}) + \frac{S_{wg}}{S_{og} + S_{wg}} k_{rgo}(S_{go}) \tag{2.31}$$

Для определения коэффициентов насыщения $(S_{ow}, S_{og}, S_{go}, S_{gw}, S_{wo}, S_{wg})$, предложены следующие линейные уравнения с использованием трехфазных насыщений флюидов:

$$S_{ow}(S_o^{3Ph}, S_w^{3Ph}) = C_{ow} + C_{oow} S_o^{3Ph} + C_{wow} S_w^{3Ph} \tag{2.32}$$

$$S_{og}(S_o^{3Ph}, S_g^{3Ph}) = C_{og} + C_{oog} S_o^{3Ph} + C_{gog} S_g^{3Ph} \tag{2.33}$$

$$S_{wo}(S_w^{3Ph}, S_o^{3Ph}) = C_{wo} + C_{wwo} S_w^{3Ph} + C_{owo} S_o^{3Ph} \tag{2.34}$$

$$S_{wg}(S_w^{3Ph}, S_g^{3Ph}) = C_{wg} + C_{wwg} S_w^{3Ph} + C_{gwg} S_g^{3Ph} \tag{2.35}$$

$$S_{go}(S_g^{3Ph}, S_o^{3Ph}) = C_{go} + C_{ggo} S_g^{3Ph} + C_{ogo} S_o^{3Ph} \tag{2.36}$$

$$S_{gw}(S_g^{3Ph}, S_w^{3Ph}) = C_{gw} + C_{ggw} S_g^{3Ph} + C_{wgw} S_w^{3Ph} \tag{2.37}$$

где, $C_{ow}, C_{og}, C_{wo}, C_{wg}, C_{go}, C_{gw}, C_{oow}, C_{wow}, C_{oog}, C_{gog}, C_{wwo}, C_{owo}, C_{wwg}, C_{gwg}, C_{ggo}, C_{ogo}, C_{ggw}, C_{wgw}$ называются характеристическими коэффициентами для трехфазного потока. Характеристический коэффициент показывает величину влияния фаз воды и газа на относительную проницаемость нефти. Следует отметить, что условие для предельного перехода от трехфазной модели к двухфазной сводится к системам:

$$\begin{cases} C_{ow} + C_{wow} = 0 \\ C_{oow} - C_{wow} = 1 \end{cases} \tag{2.38}$$

$$\begin{cases} C_{og} + C_{gog} = 0 \\ C_{oog} - C_{gog} = 1 \end{cases} \tag{2.39}$$

$$\begin{cases} C_{wo} + C_{owo} = 0 \\ C_{wwo} - C_{owo} = 1 \end{cases} \tag{2.40}$$

$$\begin{cases} C_{wg} + C_{gwg} = 0 \\ C_{wwg} - C_{gwg} = 1 \end{cases} \tag{2.41}$$

$$\begin{cases} C_{go} + C_{ogo} = 0 \\ C_{ggo} - C_{ogo} = 1 \end{cases} \tag{2.42}$$

$$\begin{cases} C_{gw} + C_{wgw} = 0 \\ C_{ggw} - C_{wgw} = 1 \end{cases} \tag{2.43}$$

Характеристические коэффициенты C_{ij} и C_{ijk} являются функциями поверхностного натяжения между флюидами, смачиваемости и распределения размеров пор породы, все из которых оказывают влияние на распределение флюида. Характеристические коэффициенты могут быть подобраны путем измерения ряда данных о трехфазной относительной проницаемости совместно с уравнениями (2.27), (2.29) и (2.31). Другими словами, данный подбор является обратной задачей, которая оценивает характеристические коэффициенты, используя методы оптимизации (в данной работе – генетический алгоритм). Целевая функция является погрешностью между измеренной и рассчитанной трехфазной относительной проницаемостью, которая должна быть минимизирована путем подбора характеристических коэффициентов. Оцененный коэффициент может применяться в модели для расчета трехфазной относительной проницаемости для других путей насыщения. Алгоритм для расчета трехфазной относительной проницаемости с использованием предложенной физико-математической модели показан на рисунке 2.12.

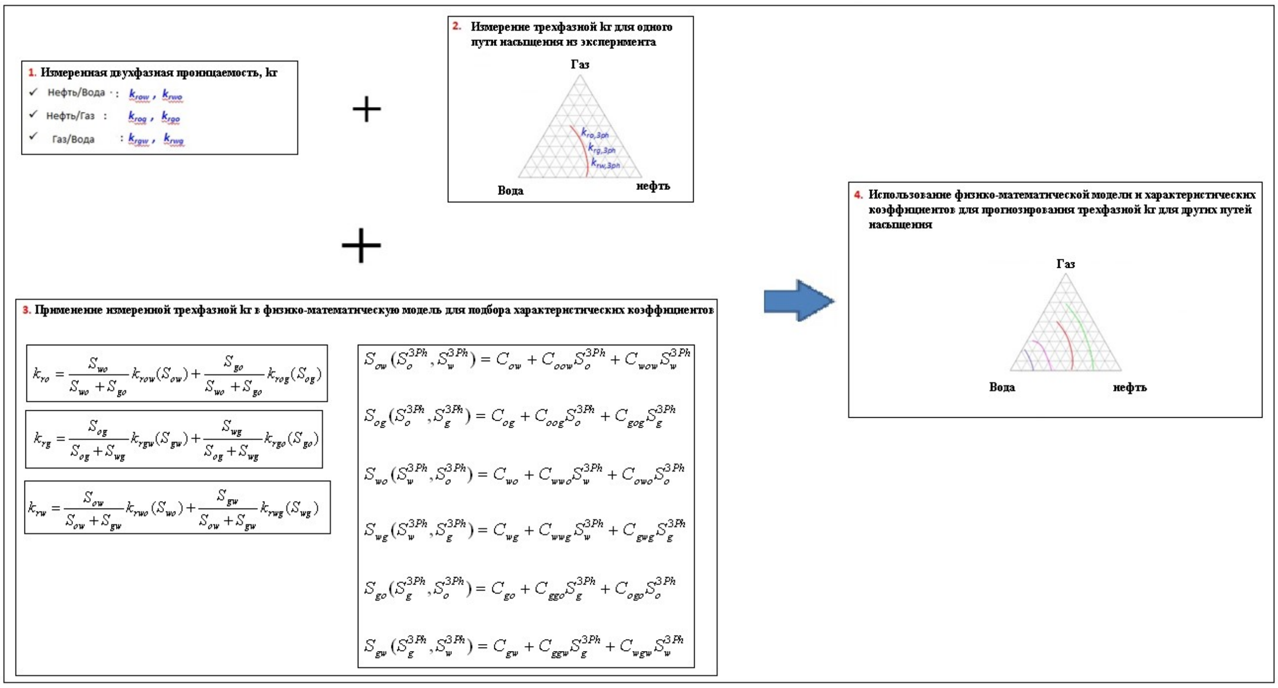


Рисунок 2.12 – Алгоритм расчета трехфазной относительной проницаемости в физико-математической модели.

Очевидно, что уровень неточности может быть связан с оцененными характеристическими коэффициентами, и, следовательно, с относительными проницаемостями. Однако применение большего количества измеренных данных трехфазной относительной проницаемости для подбора характеристического коэффициента может снизить уровень неточности.

2.3 Проверка физико-математической модели

В этом разделе использованы трехфазные относительные проницаемости, полученные из эксперимента [37]. Автор [37] провел ряд экспериментов при установившемся режиме для получения двухфазной и трехфазной относительных проницаемостей для песчаника. Физические характеристики породы, используемые в данных экспериментах, представлены в таблицах 2.1 и 2.2.

Таблица 2.1 – Характеристики породы в эксперименте Оака [37]

Насыщенность связанной водой	Абсолютная проницаемость ($*10^{-15}$ м^2)	Пористость(д. ед.)	Длина керна (м)	Диаметр керна (м)
0,31	200	0,22	0,075	0,05

Таблица 2.2 – Характеристики флюида в эксперименте Оака [37]

Фаза	Вода	Нефть	Газ
Плотность, (г/см^3)	1,000	0,83	0,22
Вязкость (мПа*с)	1,06	1,77	0,0187

Оаком [37] было проведено три эксперимента по закачке газа при установившемся режиме в условиях трех фаз. Пути насыщения для данных экспериментов представлены на рисунке 2.13. Как можно видеть на рисунке, начальное насыщение и пути насыщения для каждого эксперимента сильно отличны друг от друга. Далее в работе сравнивается трехфазная относительная проницаемость по нефти, воде и газу, полученная Оаком для каждого эксперимента, с рассчитанной по предложенной физико-математической модели. Двухфазные относительные проницаемости систем нефть-газ, газ-вода и нефть-вода для эксперимента Оака при установившемся режиме были использованы совместно с данными измеренной трехфазной относительной проницаемости для первого пути насыщения (G1) в физико-математической модели для расчета характеристических коэффициентов, C_{ij} и C_{ijk}. Данный расчет является обратной задачей, где трехфазная относительная проницаемость известна, а характеристические коэффициенты не известны. Таким образом, неизвестные характеристические коэффициенты могут быть оценены с использованием методов оптимизации (то есть методов генетического алгоритма).

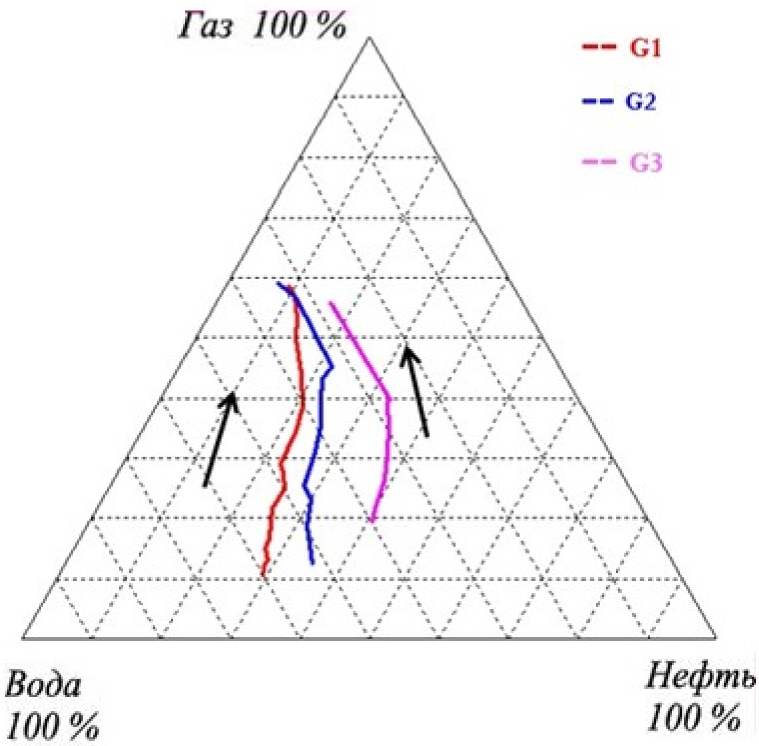


Рисунок 2.13 – Пути насыщения для различных закачек газа [37] при трехфазной фильтрации: G1, G2 и G3 – тесты первой, второй и третьей закачек газа, соответственно.

На рисунке 2.14 изображена трехфазная относительная проницаемость газа для первого пути насыщения (G1) в сравнении с рассчитанной относительной проницаемостью для газовой фазы. Очевидно, что экспериментальные и рассчитанные значения относительных проницаемостей для первой закачки газа хорошо согласуются. Характеристические коэффициенты оценены с помощью оптимизации, представленной в таблице 3.3.

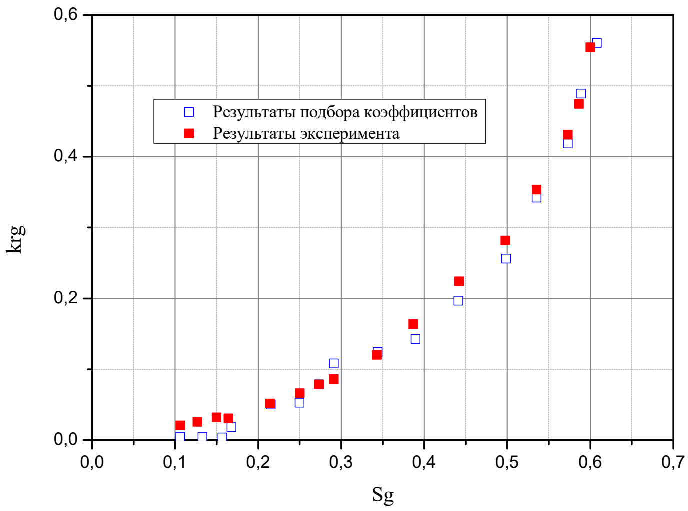
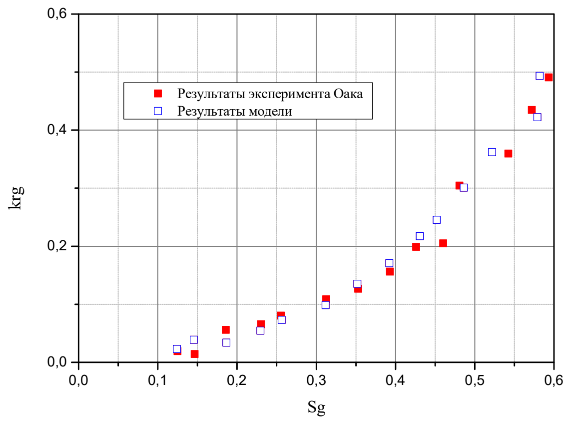


Рисунок 2.14 – Трехфазная относительная проницаемость газа, полученная для первой закачки газа (G1) в эксперименте Оака в сравнении с проницаемостью газа, полученной с помощью физико-математической модели

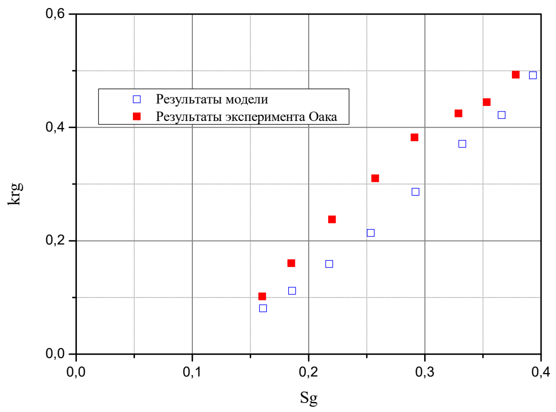
Таблица 2.3 – Характеристические коэффициенты, оцененные путем подбора трехфазной k_r для первой закачки газа G1

C_{ow}	C_{og}	C_{wo}	C_{wg}	C_{go}	C_{gw}	C_{oow}	C_{wow}	C_{oog}
0,1193	0,8817	0,6284	0,3726	0,0006	0,0002	0,8463	0,1547	0,1472
C_{gog}	C_{wwo}	C_{owo}	C_{wwg}	C_{gwg}	C_{ggo}	C_{ogo}	C_{ggw}	C_{wgw}
0,0001	0,0463	0,9547	0,7548	0,0003	0,5419	0,6452	0,0002	0,4737

Характеристические коэффициенты, представленные в таблице 2.3, были введены в физико-математическую модель для экспериментов второй и третьей закачки газа (G2 и G3), чтобы спрогнозировать трехфазную относительную проницаемость для этих экспериментов. На рисунке 2.15 изображена трехфазная относительная проницаемость газа как функция насыщения газа, полученная из эксперимента второй и третьей закачки газа (G2 и G3), по сравнению с результатами прогнозирования физико-математической модели. Для проверки точности модели, расчетная трехфазная относительная проницаемость построена относительно экспериментально измеренной, как показано на рисунке 2.16. Точки на данном рисунке отражают относительные проницаемости нефти, воды и газа. Очевидно, что значения расчетной k_r располагаются достаточно близко к прямой линии, которая указывает на хорошую согласованность между реальными и оцененными данными об относительной проницаемости.



(а)



(б)

Рисунок 2.15 – Трехфазная относительная проницаемость газа как функция насыщения газа (получены из эксперимента Оака [37] и с помощью физико-математической модели):(а) – для второй закачки газа (G2); (б) – для третьей закачки газа (G3)

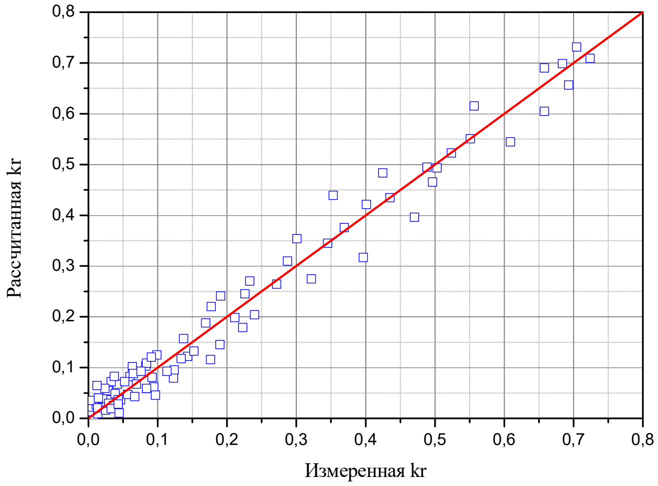
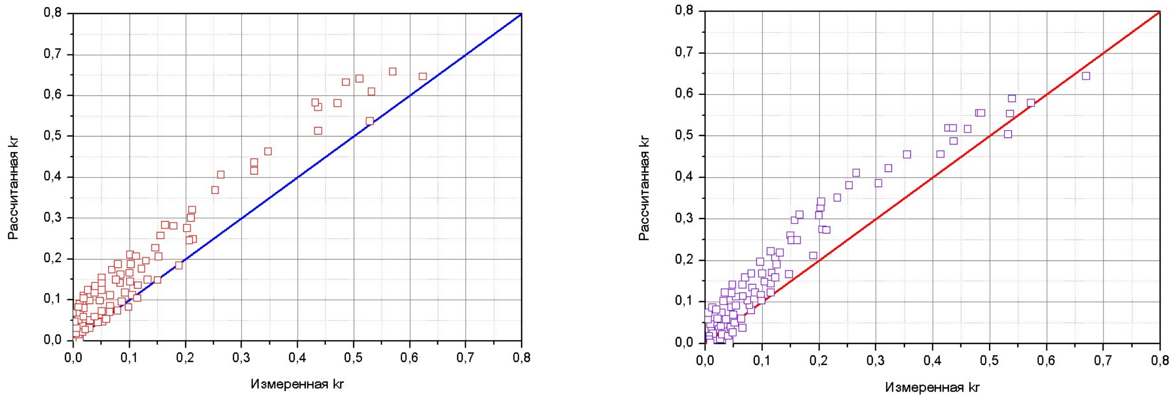


Рисунок 2.16 – График рассчитанной трехфазной относительной проницаемости (с помощью физико-математической модели) к измеренной трехфазной k_r в эксперименте Оака [37]

Для того чтобы оценить точность физико-математической модели по сравнению с существующими моделями, данные, полученные Оаком, были также оценены моделями Стоуна и Бейкера. Рисунок 2.17 представляет график для моделей Стоуна и Бейкера. Заметно что, как модель Бейкера, так и модель Стоуна значительно переоценивают реальную трехфазную относительную проницаемость.



(а) (б)

Рисунок 2.17 – График рассчитанной трехфазной относительной проницаемости с помощью модели Бейкера (а) и модели Стоуна (б) к измеренной трехфазной k_r в эксперименте Оака.

Выводы по главе 2

1. Предложена физико-математическая модель для прогнозирования относительной проницаемости трех несмешиваемых флюидов в пористой среде. В данной модели учитывается влияние распределения флюида и физических механизмов потока на оценку относительной проницаемости. Данная теория хорошо согласовывается с физическим механизмом, лежащим в основе потока на уровне пор.

2. Полученные результаты предложенной физико-математической модели были сравнены с экспериментальными данными трехфазной относительной проницаемости, полученными Оаком [37] в 1990г., и показали хорошую сходимость.

ГЛАВА 3 PVT КОРРЕЛЯЦИЯ ДЛЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ УГЛЕВОДОРОДНЫХ СИСТЕМ

Для правильной оценки дебитов при выборе оптимальной системы разработки нового газоконденсатного месторождения необходимы корректные PVT модели, построение которых зачастую невозможно на ранних стадиях изученности. Недостающие данные могут быть получены на основе использования PVT корреляций. Применение стандартных корреляций, разработанных для нефтяных залежей, неприменимо для газоконденсатных систем. В связи с этим, целью данной главы является разработка PVT корреляции, которая будет использована при построении PVT таблиц для указанной физико-математической модели.

В данной главе описан новый алгоритм расчета PVT - свойств газоконденсата. Методика была создана с целью увеличения точности модифицированной модели стандартной нефти (MBO) PVT свойств газоконденсата.

Расчет по предлагаемой методике основывается на новых корреляционных зависимостях, материальном балансе и ранее опубликованных другими авторами корреляционных зависимостях (SPE-102244). Для получения новых корреляционных зависимостей использовались новый композиционный симулятор (написанный на языке Visual Basic) и сгенерированный синтетический банк газоконденсатных месторождений, охватывающий диапазоны PVT-свойств реальных газоконденсатных месторождений (преимущественно месторождений России). В таблице 3.1 представлены диапазоны полученных PVT-свойств.

С применением уравнения состояния Пенга-Робинсона с шифт-параметром рассчитывались PVT-свойства газоконденсата при различных термобарических условиях. После чего были созданы корреляционные зависимости PVT-свойств при давлениях ниже давления точки росы.

Таблица 3.1 – Диапазоны PVT-свойств синтетического банка данных газоконденсатов

Параметр	**Диапазон**
T_r, К	300 - 390
γ_o	0,61 – 0,91
γ_g	0,55 – 1,13
$P_{d,}$ МПа	20,759 – 59,880
$R_{sd,}$ см^3/ см^3	163,2267 – 685,1973

По данным газоконденсата некоторых месторождений России были произведены сравнительные расчеты по новым корреляционным зависимостям и в рамках композиционного моделирования, в результате чего корреляции подтвердили свою применимость. Полученные корреляции могут применяться как при расчете по предлагаемой методике, так и самостоятельно, как альтернатива расчета по другим существующим корреляциям. В целом, для расчета по предложенной методике необходимы только те же параметры, которые были легкодоступны и имели сильную взаимосвязь с зависимыми переменными ($R_{s,}$ R_v, B_o и B_g). Новая корреляция не требует данных экспериментальных исследований флюидов (отчеты PVT свойствах), и, также, не требует усложненных расчетов с помощью моделей уравнения состояния, а все параметры легко можно получить из промысловых данных. Так как расчет по предлагаемой методике основывается на простых математических уравнениях, использует минимум исходных параметров и не требует специального программного обеспечения, то, в результате данная методика может легко применяться при принятии инженерных решений.

Разработанная корреляция была оценена путем сравнения результатов моделирования МВО с использованием данных PVT свойств, полученных из предложенной корреляции, с результатами композиционного моделирования полного уравнения состояния.

3.1 Алгоритм расчета MBO PVT-свойств газоконденсата

Первым этапом разработки модели PVT корреляции является выбор независимых параметров, влияющих на MBO свойства, такие как пластовое давление, пластовое температура, удельный вес нефти, удельный вес газа в поверхностных условиях, и давление насыщения, тогда как зависимыми параметрами являются MBO PVT свойства (R_s, R_v, B_o и B_g).

Построенные независимые и зависимые параметры дают первоначальную идею модели. Нелинейная регрессия была использована для определения коэффициентов модели, которые позволяют минимизировать разницу между измеренными данными (полученными из модели EOS) и рассчитанными значениями. Для подтверждения модели был построен график между измеренными и рассчитанными значениями, затем была рассчитана минимальная среднеквадратичная погрешность (R^2), а средняя абсолютная погрешность рассчитана следующим образом:

$$Погрешность = \frac{1}{n}\sum_{n=1}^{n}\left|\frac{измеренные - рассчитанные}{измеренные}\right| \tag{3.1}$$

3.2 Расчет газосодержания нефти

Наиболее широко используемыми моделями для расчета газосодержания нефти являются модели, полученные [5], [46], [52]. Для расчета газосодержания при изменении давления и постоянной температуре используется зависимость $R_s(P) = f\left[\gamma_o, \gamma_g, T, P\right]$.

Диапазоны изменения параметров, используемых для создания корреляции R_s, представлены в таблице 3.2.

Рассчитывается газосодержание газоконденсата R_s при давлении ниже давления точки росы по формуле:

$$R_s = R_{sd}\left[a_1 P_r^{a_2} + (1 - a_1) P_r^{a_3}\right] \tag{3.2}$$

$$P_r = \frac{P}{P_d} \tag{3.3}$$

$$a_1 = A_0 \gamma_g^{A_1} \gamma_o^{A_2} T^{A_3} P_d^{A_4} \tag{3.4}$$

$$a_2 = B_0 \gamma_g^{B_1} \gamma_o^{B_2} T^{B_3} P_d^{B_4} \tag{3.5}$$

$$a_3 = C_0 \gamma_g^{C_1} \gamma_o^{C_2} T^{C_3} P_d^{C_4} \tag{3.6}$$

при

$$R_{sr} = \frac{R_s}{R_{sd}} \tag{3.7}$$

то, газосодержание рассчитывается по формуле:

$$R_{sr} = \left[a_1 P_r^{a_2} + (1 - a_1) P_r^{a_3}\right] \tag{3.8}$$

Новые коэффициенты корреляции представлены в таблицах 3.3 для газоконденсата.

Таблица 3.2 – Диапазоны изменения параметров, используемых для создания корреляции R_s

Параметр	Диапазон
P_d, МПа	20,759 - 59,880
T_r, К	320 – 390
R_{sd}, м^3/ м^3	163,2267 – 685,1973
γ_g	0,715 – 1,02
γ_o	0,61 – 0,91

Таблица 3.3 – Коэффициенты корреляции газосодержания (газоконднесата)

Коэффициенты в уравнении (3.4)	Коэффициенты в уравнении (3.5)	Коэффициенты в уравнении (3.6)
A_0 =1,000013	B_0 =1,999986	C_0 =0,724254
A_1 =1,053964	B_1 =1,214772	C_1 =-0,00533
A_2 =1,044114	B_2 =2,176077	C_2 =-0,00435
A_3 =0,125842	B_3 =-0,66961	C_3 =0,092201
A_4 =0,183584	B_4 =0,908723	C_4 =0,085476

Для расчета коэффициента газосодержания при давлении выше давления точки росы для газоконденсата используется такая же модель с теми же коэффициентами корреляции, что и для кривых насыщенния.

3.3 Расчет объемного коэффициента нефти

Для расчета объемного коэффициента газоконденсата при изменении давления и постоянной температуре используется зависимость $B_o(P) = f\left|\gamma_o, \gamma_g, T, R_s(P)\right|$. Диапазоны изменения параметров, используемых для создания корреляции B_o, представлены в таблице 3.4

Рассчитывается коэффициент объемного фактора нефти B_o при давлении ниже давления точки росы по формуле:

$$B_o = 1 + \left[B_{od} - 1\right]\left[R_{sr}\left(1 - Y\right) + Y\right] \tag{3.9}$$

где,

$$Y = \frac{\left(1{,}204\gamma_g\right)^{y_2} T^{y_3}}{R_{sd}} \tag{3.10}$$

Новые коэффициенты корреляции представлены в таблицах 3.5 для газоконденсата.

Таблица 3.4 – Диапазоны изменения параметров, используемых для создания корреляции B_o

Параметр	**Диапазон**
P_d, МПа	25,959- 45,0
T_r, К	289 – 354
R_{sd}, м^3/ м^3	170 – 550
B_{od}, м^3/ м^3	1,03 – 3,64
γ_g	0,715 – 1,02
γ_o	0,61 – 0,91

Таблица 3.5 – Коэффициенты корреляции объемного коэффициента нефти

Коэффициенты в уравнении (3.10)
y_1=0,296848
y_2 =0,007053
y_3 =-0,26824

Часто B_o при неполном насыщении рассчитывается с использованием коэффициента сжимаемости нефти. Для флюидов тяжелой нефти существует несколько уравнений расчета сжимаемости нефти [46], [52].

3.4 Расчет коэффициента конденсатосодержания

Начальное конденсатосодержание (R_{vi}) является одним из независимых параметров, который оказывает значительное влияние на точность расчетов. Это количество нефти (или конденсата) растворенного в газе, выделившегося из раствора в наземном сепараторе. Для blackoil модели конденсатосодержание не определяется как газ, растворенный в тяжелой нефти. Для расчета конденсатосодержания при изменении давления и постоянной температуре используется зависимость $R_v(P) = f\left[\gamma_o, \gamma_g, T, P\right]$.

Диапазоны изменения параметров, используемых для создания корреляции R_v, представлены в таблице 3.6. Рассчитывается конденсатосодержание R_v при давлении ниже давления точки росы по формуле:

$$R_v = R_{vd}\left[a_1 P_r^{a_2} + (1-a_1)P_r^{a_3}\right] \tag{3.11}$$

где,

$$P_r = \frac{P}{P_d} \tag{3.12}$$

$$a_1 = A_0 \gamma_g^{A_1} \gamma_o^{A_2} T^{A_3} P_d^{A_4} \tag{3.13}$$

$$a_2 = B_0 \gamma_g^{B_1} \gamma_o^{B_2} T^{B_3} P_d^{B_4} \tag{3.14}$$

$$a_3 = C_0 \gamma_g^{C_1} \gamma_o^{C_2} T^{C_3} P_d^{C_4} \tag{3.15}$$

при $$R_{vr} = \frac{R_v}{R_{vd}} \tag{3.16}$$

то конденсатосодержание рассчитывается по формуле:

$$R_{vr} = \left[a_1 P_r^{a_2} + (1-a_1) P_r^{a_3}\right] \tag{3.17}$$

В процессе регрессии было обнаружено, что получить хорошую сходимость кривой достаточно сложно, особенно на конце кривой, для модели конденсатного фактора. Это является основной причиной более высокого процента ошибки в данном уравнении для газоконденсата, в сравнении с легкой нефтью. Новые коэффициенты корреляции представлены в таблицах 3.7 для газоконденсата.

Таблица 3.6 – Диапазоны изменения параметров, используемых для создания корреляции R_v

Параметр	**Диапазон**
P_d, МПа	20,759 - 59,880
T_r, К	320 – 390
R_{sd}, м^3/ м^3	163,2267 – 685,1973
γ_g	0,715 – 1,02
γ_o	0,61 – 0,91

Таблица 3.7 – Коэффициенты корреляции конденсатосодержания R_v

Коэффициенты в уравнении (3.13)	Коэффициенты в уравнении (3.14)	Коэффициенты в уравнении (3.15)
A_0 =0,956597	B_0 =1,999991	C_0 =-0,08255
A_1 =1,059527	B_1 =1,214769	C_1 =0,182931
A_2 =1,048661	B_2 =2,176075	C_2 =0,149551
A_3 =0,029532	B_3 =-0,66956	C_3 =-3,16709
A_4 =0,094301	B_4 =0,908769	C_4 =-2,93608

Для расчета конденсатного фактора (R_v) при давлении выше давления точки росы для газоконденсата используется такая же модель с теми же коэффициентами уравнения, что для случая, когда давление ниже давления насыщения.

3.5 Расчет объемного коэффициента газа

Кривая объемного фактора газа B_g монотонно возрастает ниже давления насыщения и резко растет до очень высоких значений при низких давлениях. Объемный фактор газа рассчитывается по формуле через z - фактора.

$$B_g = \frac{zT}{P} \cdot \frac{P_{sc}}{T_{sc}} \tag{3.18}$$

z - фактор рекомендуем рассчитывать по методике, предложенной в [21].

3.6 Проверка модели PVT корреляции

Точность новой корреляции оценена путем построения графиков фактических и рассчитанных значений. Рисунки 3.1 – 3.3 показывают сравнения реальных и посчитанных значений для новой корреляции.

Для дальнейшей проверки и оценки влияния погрешности данной корреляции была проведена еще одна проверка: результаты моделирования MBO PVT с использованием PVT свойств, полученных из новой корреляции, были сравнены с результатами полного композиционного моделирования с помощью уравнения состояния.

Для того чтобы оценить влияние MBO PVT свойства, необходимо исключить все остальные потенциальные источники ошибок между результатами композиционного моделирования и модифицированной тяжелой нефти. Первое, для циклов композиционного моделирования и моделирования модифицированной тяжелой нефти использовалось одинаковое средство моделирования. Второе, для циклов композиционного моделирования использовались те же модели уравнения состояния, что и для получения MBO PVT свойства.

Обобщенное уравнение материального баланса в линейном виде использовалось для расчета начального газосодержания, используя PVT параметры, рассчитанных по новой корреляции. Данные значения сравнивались со значениями, рассчитанными композиционным моделированием. В таблице 3.8 проводится сравнение между рассчитанным начальным газовым фактором с использованием PVT параметров, полученных из новой корреляции, со значениями, полученными при композиционном моделировании. В таблице 3.7 показано, что погрешность расчетов материального баланса с использованием PVT параметров, полученных из новой корреляции, варьируется от минимальных 3% до максимальных 12%, что говорит о высокой точности.

Таблица 3.8 – Сравнение между рассчитанными начальными запасами с использованием PVT параметров, полученных из предложенной корреляции, со значениями, полученными при помощи композиционного моделирования

Наименование пробы	**Тип пробы**	**Начальные запасы нефти – EOS, м^3**	**Начальные запасы нефти– мат.баланс, м^3**	**Ошибка %**
ГК1	Газоконденсат	8028387	7102400	12
ГК2	Газоконденсат	7241376	6885919	5
ГК3	Газоконденсат	7646018	6964929	9
ГК4	Газоконденсат	6823632	6652485	3

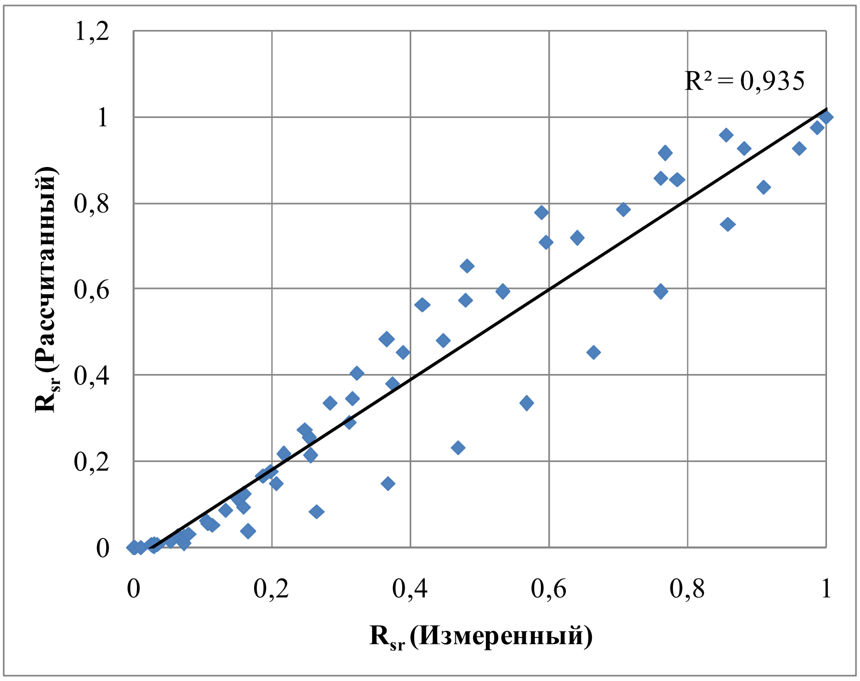


Рисунок 3.1 – Сравнение реальных и посчитанных значений R_s

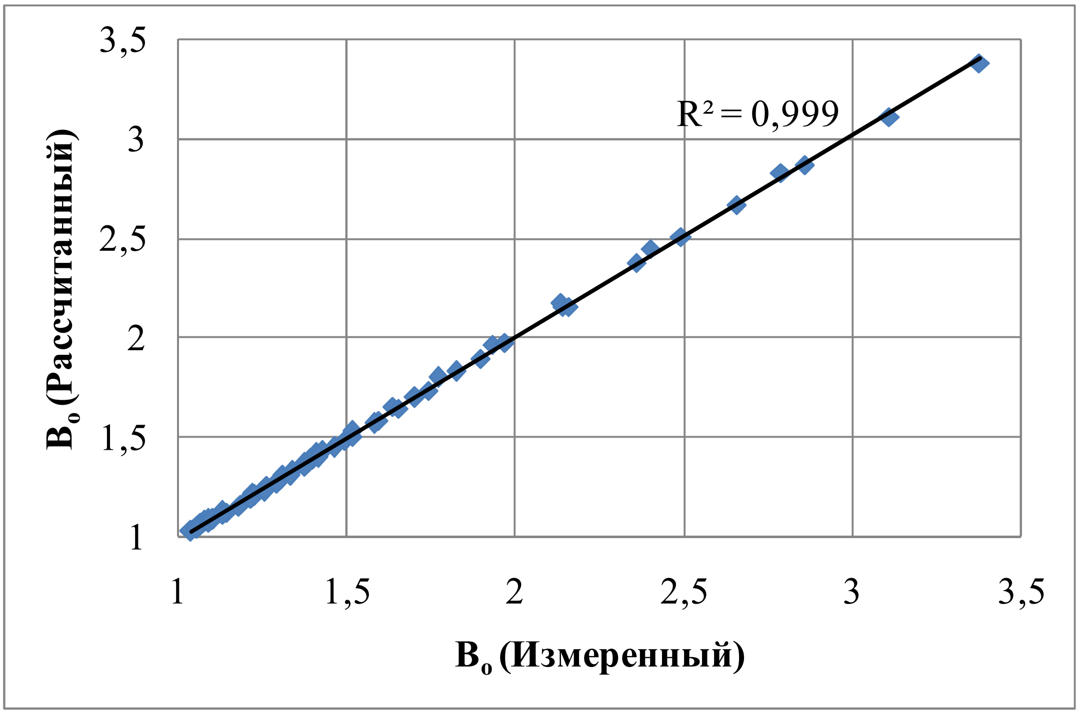


Рисунок 3.2 – Сравнение реальных и посчитанных значений B_o

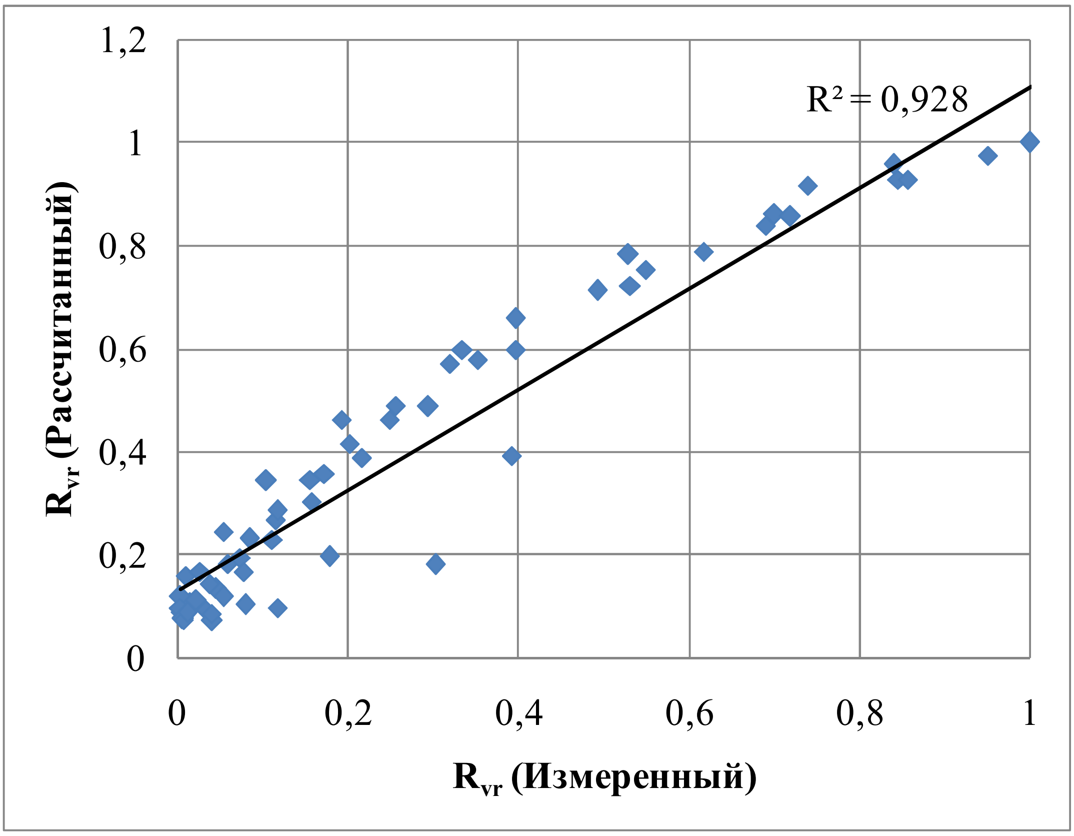


Рисунок 3.3 – Сравнение реальных и посчитанных значений R_v

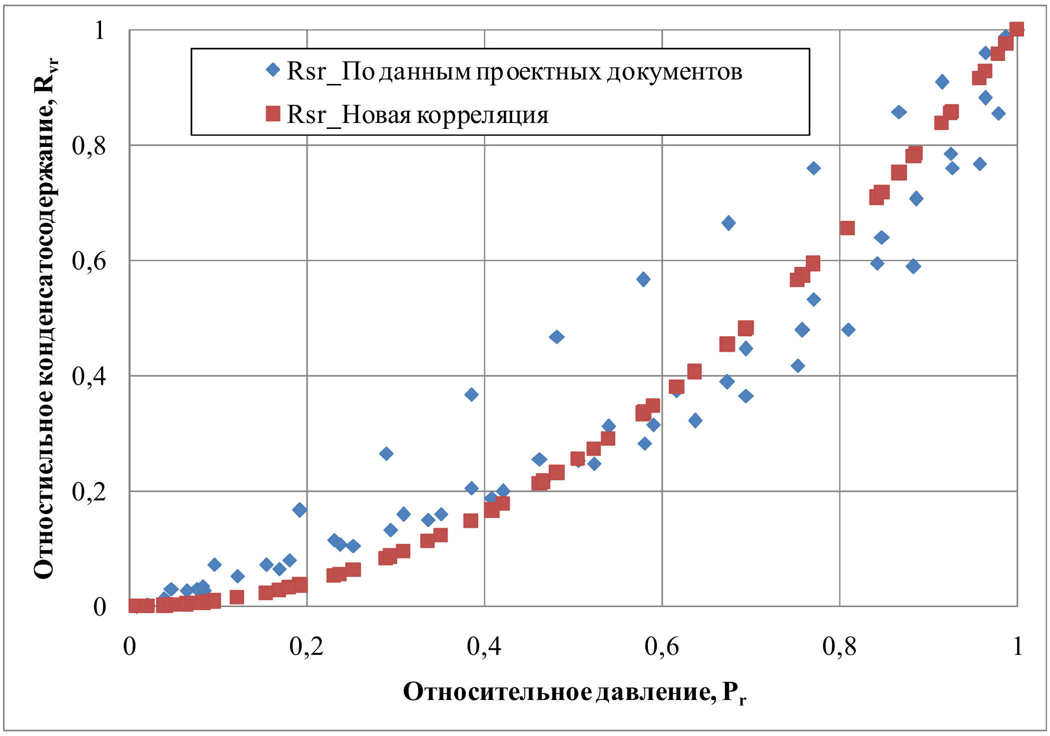


Рисунок 3.4 – Зависимость газосодержания R_s от давления

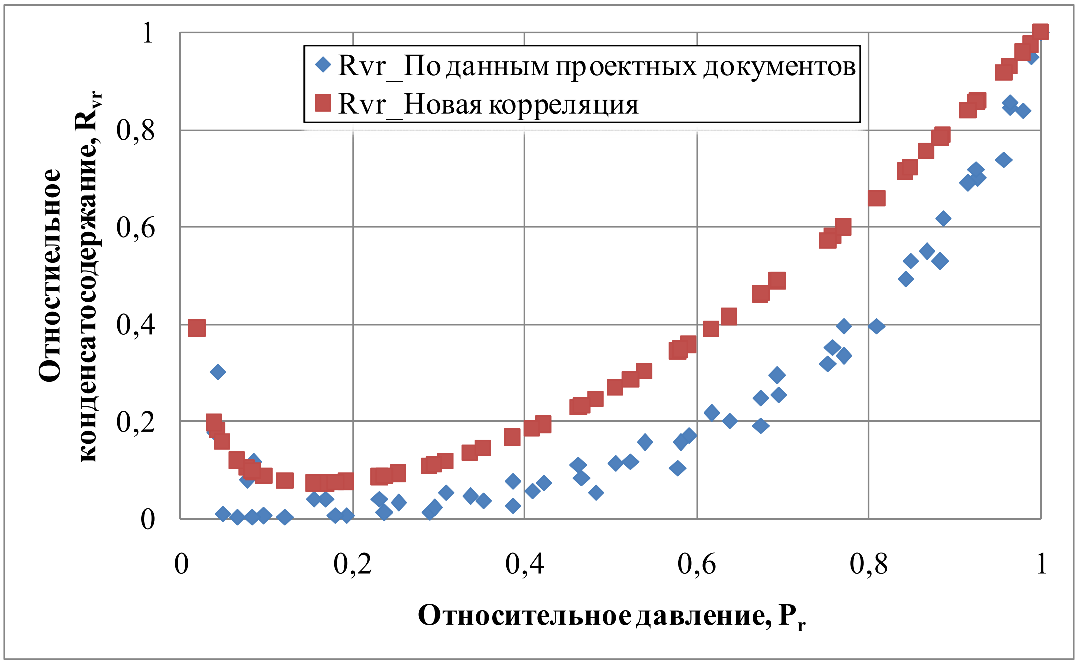


Рисунок 3.5 – Зависимость конденсатосодержания R_v от давления

В заключение были сравнены результаты моделирования модифицированной тяжелой нефти с использованием PVT параметров, полученных из предложенной корреляции, с результатами композиционного моделирования. Все циклы моделирования начинались при давлении выше давления точки росы и продолжались до давления, значительно ниже давления точки росы (никакого поддержания давления).

На рисунки 3.6 и 3.7 показан пример сравнения результатов композиционного моделирования и моделирования модифицированной тяжелой нефти. Эти данные говорят о высокой сходимости между пластовым давлением и газовым фактором, рассчитанным с помощью моделирования модифицированной тяжелой нефти (с использованием PVT параметров, полученных из предложенной корреляции), и этими же параметрами, рассчитанными с помощью композиционного моделирования.

Необходимость данной корреляции исходит из того факта, что с их помощью возможно получение высокоточных значений PVT параметров флюидов легкой нефти и газоконденсата, не нуждаясь в лабораторных исследованиях или сложных расчетах уравнений состояний.

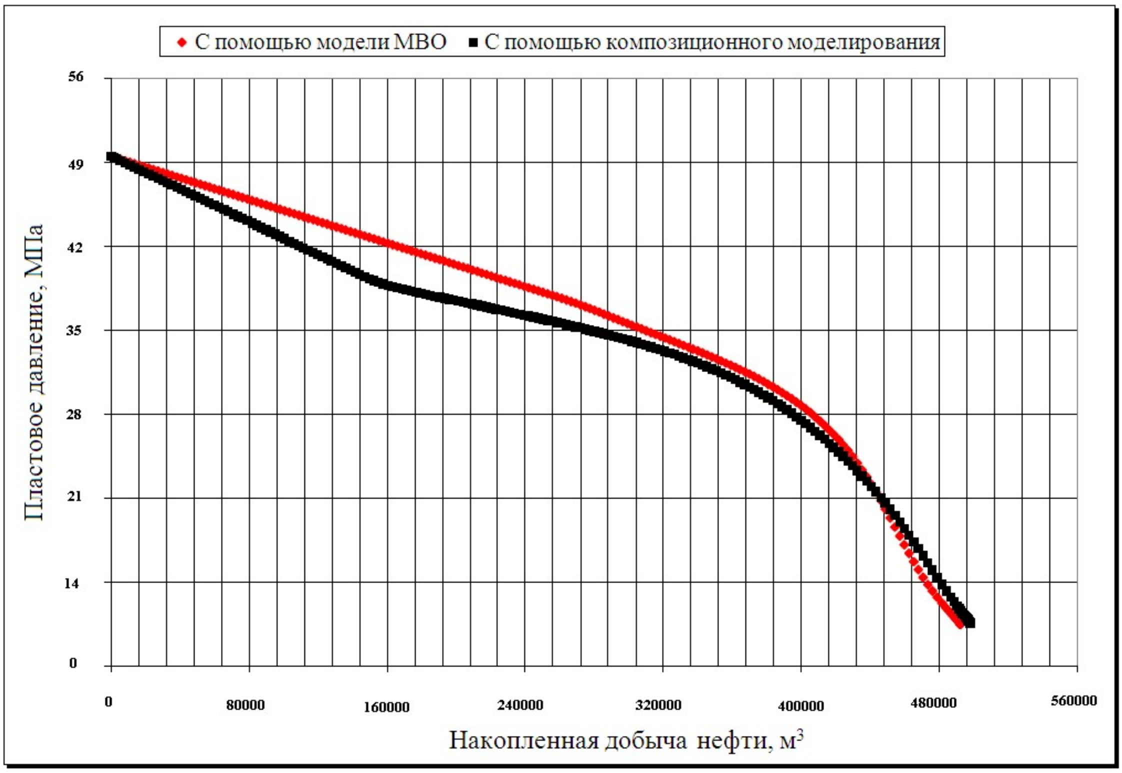


Рисунок 3.6 – Распределение давления, построенное с помощью композиционного моделирования и модели MBO

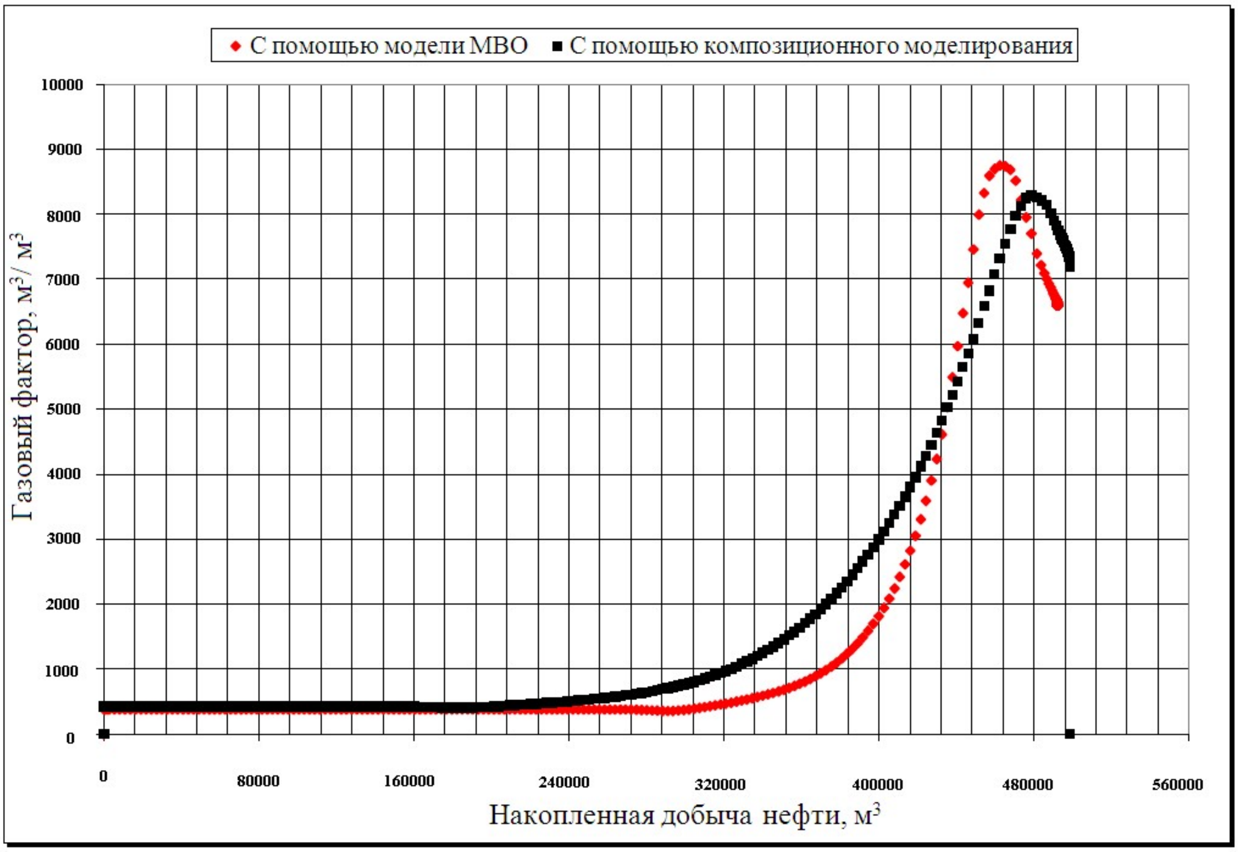


Рисунок 3.7 – Зависимость газосодержания от накопленной добычи нефти построенная с помощью композиционного моделирования и модели МВО

3.7 Разработка PVT корреляции газоконденсатов с помощью машинного обучения

В данной главе диссертации предлагается новая аналитическая PVT модель, полученная с использованием машинного обучения – искусственных нейронных сетей (ИНС), для оценки PVT свойств газоконденсата (то есть, газосодержание (Rs), конденсатосодержание (Rv) и объемный коэффициент нефти (Bo)). Данные PVT свойства рассматриваются как функция от начального газового фактора, удельного веса нефти, пластового давления и пластовой температуры.

Результаты PVT - свойств, полученные с помощью искусственных нейронных сетей, были сравнены с результатами зависимостей, рассмотренными ранее (корреляции Стендинга и предложенная адаптированная PVT корреляция – в главах 3.2, 3.3 и 3.4). Предложенная методика оценки PVT - свойств состоит из двух этапов:

- Масштабирование и декорреляция данных с помощью метода главных компонент (МГК).
- Оценка PVT - свойств с использованием ИНС.

Декорреляция данных и масштабирование производятся для того, чтобы не допустить дублирование данных. Все это позволит снизить количество нейронов и скрытых слоев ИНС, в результате чего увеличится точность оценки.

Для вывода PVT корреляций использовались 395 точек данных, полученных из различных газоконденсатных месторождений (преимущественно газоконденсатных месторождений России): 240 точек использовалось для обучения нейронных сетей, 40 – для перекрёстной проверки и 115 – для тестирования предложенной модели.

Среднеквадратическое отклонение представленной модели, основанной на ИНС, сравнивалось со среднеквадратичным отклонением корреляции Стендинга и адаптированной PVT корреляции (главы 3.2, 3.3 и 3.4).

Было установленно, что данная модель, основанная на ИНС, дает более точную оценку, чем выведенные эмпирические корреляции. Хотя, коэффициент корреляции для предложенных моделей составляет более 92%. Для оценки поведения расчетных PVT – свойств при изменении пластовой температуры, начального газового фактора, плотности газа и плотности товарной нефти были проведены тесты на определение тренда.

Диапазоны изменения параметров, используемых для создания корреляции B_o, R_s и R_v представлены в таблице 3.9. PVT - свойства были описаны, как функции зависимости от начального газового фактора, удельного веса газа, удельного веса нефти, пластовой температуры и пластового давления, и представлены ниже:

$B_o(P) = f\left[\gamma_o, \gamma_g, T, R_s(P)\right]$;

$R_s(P) = f\left[\gamma_o, \gamma_g, T, P\right]$;

$R_v(P) = f\left[\gamma_o, \gamma_g, T, P\right]$

Таблица 3.9 – Диапазоны изменения параметров, используемых для создания PVT корреляции

Параметр	**Диапазон**
P_d, МПа	25,959- 45,0
T_r, К	289 – 354
R_{sd}, м^3/ м^3	170 – 550
B_{od}, м^3/ м^3	1,03 – 3,64
γ_g	0,715 – 1,02
γ_o	0,61 – 0,91

3.7.1 Метод главных компонент

Метод главных компонент (МГК) – это статистический метод, применяемый для уменьшения размерности данных через ортогональное преобразование. Целью такого преобразования является обращение ряда переменных из серии данных в линейные некоррелирующие переменные, которые называются главными компонентами (ГК). Основная задача МГК – снижение ковариации между различными переменными серии данных и обеспечение максимального разброса данных. Главные компоненты упорядочивают в зависимости от величины разброса содержащихся в них данных; первым главным компонентом считается тот, что имеет максимальную дисперсию [29]. Иными словами, данное преобразование – это проекция серии данных на более понятную ортогональную плоскость (Рисунок 3.8).

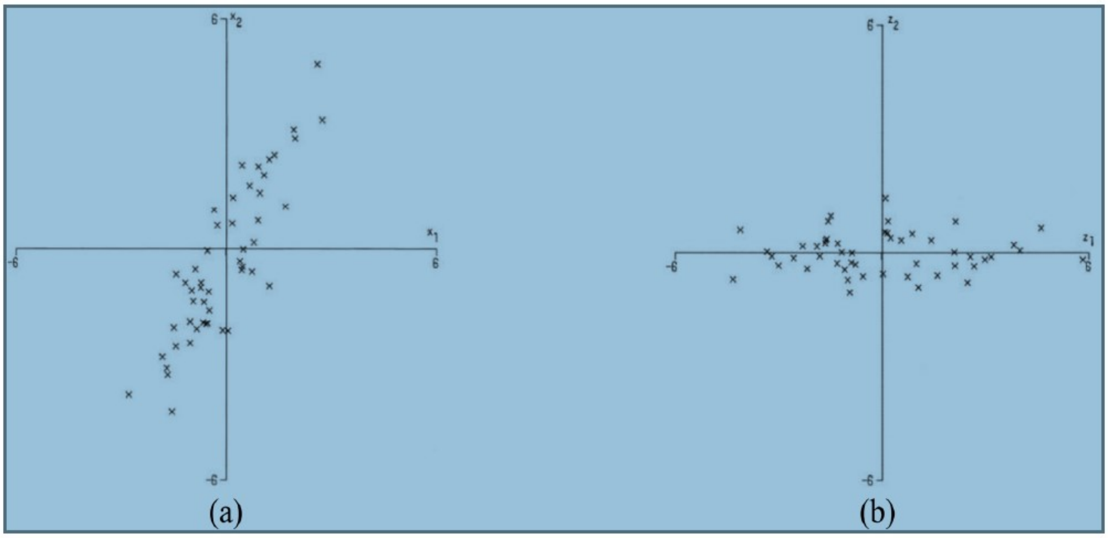


Рисунок 3.8 – (a) График двух переменных x_1 и x_2, (b) График главных компонент z_1 и z_2, соответственных этим двум переменным [29]

Применение МГК может быть описано следующим образом [44]:

Определить p × n матрицу X, которая содержит ряд переменных (серию данных). Каждая строчка соответствует определенной переменной (x_j), а каждый столбец – определенному положению на плоскости. Матрица X, состоящая из *p* переменных и *n* положений представлена в уравнении (3.19):

$$X = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \cdots & x_{1,n} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \cdots & x_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{p,1} & x_{p,2} & \cdots & x_{p,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix} \in \Re^{p\times n} \tag{3.19}$$

Вектор средних значений (m_x) и ковариация (C_x) описываются выражениями, представленными ниже:

$$m_x = \mathrm{E}\{x\} = \begin{bmatrix} \mu_{x_1} \\ \mu_{x_2} \\ \vdots \\ \mu_{x_p} \end{bmatrix} \tag{3.20}$$

$$C_x = \mathrm{E}\{(x - m_x)(x - m_x)^T\} \tag{3.21}$$

где $\mathrm{E}\{\cdot\}$ – ожидаемая переменная, а μ_{xi} – среднее значение x_i.

Будем считать, что λ_i имеет собственное значение, а v_i - соответствующий ему собственный вектор ковариационной матрицы C_x. Собственные значения располагают в порядке убывания $\lambda_i > \lambda_{i-1}$ при

$i = 2,3,...,r \le p$. Матрица преобразований, основанная на собственных векторах, описывается в следующем виде:

$$v = \left[v_1, v_2, ..., v_p\right]^T \qquad (3.22)$$

Главные компоненты получают путем переноса данных на ортогональную плоскость, сформированную собственными векторами, v:

$$y = v(x - m_x) = \begin{bmatrix} PC_1 \\ PC_2 \\ \vdots \\ PC_r \end{bmatrix} \in \Re^{r \times n} \qquad (3.23)$$

3.7.2 Масштабирование

Масштабирование – это технология отображения, которая преобразовывает данные в заданном диапазоне. В обработке данных это понятие также известно, как нормализация данных и, обычно, используется как один из этапов обработки данных. Для некоторых алгоритмов, использующих машинное обучение, целевые функции не будут работать без нормализации, если область значений исходных данных имеет широкий разброс. Масштабирование, которое применяется к градиентному спуску, сходится намного быстрее.

Для масштабирования используются методы, такие как нормализация в пределах изменения, усредненная нормализация и метод z-оценки. В данной диссертационной работе использовался метод z-оценки. Метод z-оценки заключается в приведении значений функций к интервалу [-1, 1] и центрировании данных в нуле. Функции масштабируются с использованием уравнения (3.24) для того, чтобы они имели одинаковый разброс для каждого компонента:

$$x_j^{(i)'} = \frac{x_j^{(i)} - \mu(x_j)}{\sigma(x_j)} \qquad (3.24)$$

где, $\mu(x_j) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} x_j^{(i)}$ и $\sigma(x_j) = \sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(x_j^{(i)} - \mu(x_j))^2}$

$x_j^{(i)}$ - функция текущего обучающего примера *i;*

$\mu(x_j)$ - среднее значение функции $x_j^{(i)}$ в серии данных;

$\sigma(x_j)$ - среднеквадратичное отклонение функции $x_j^{(i)}$ в серии данных.

3.7.3 Разработка PVT-модели

Предложенная модель состоит из 2 этапов: линейной декорреляции/масштабирования полученных данных с помощью МГК и нелинейной регрессии, с использованием искусственных нейронных сетей. Масштабирование – это предварительный процесс обработки данных. Этот этап позволяет упростить обучение ИНС и, таким образом, позволяет получить более точную оценку PVT - свойств. На Рисунке 3.9 изображена структура нейронной сети. Она имеет три слоя: входной слой, скрытый слой и выходной слой.

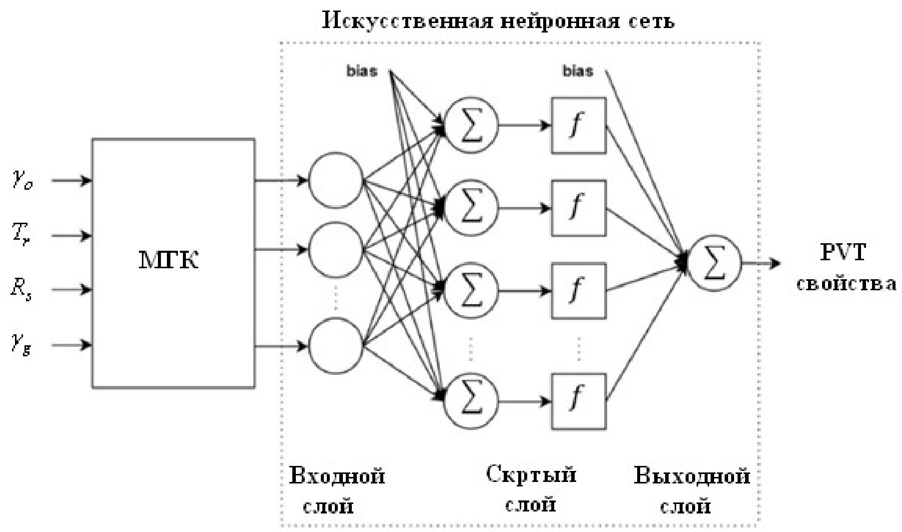


Рисунок 3.9 – Структура предложенной модели, основанной на машинном обучении, для расчета PVT-свойств

Входные данные для предложенной модели, основанной на машинном обучении, состоят из следующих переменных: относительная плотность товарной нефти (γ_o), газовый фактор (R_s) и удельный вес газа (γ_g). Конечной целью является создание 3-х моделей с использованием описанной выше структуры нейронной сети: модель для газосодержания, модель для объемного коэффициента нефти и модель для конденсатосодержания.

Входные данные, состоящие из 395 точек, были перемешаны случайным образом и разделены на: 240 точек, используемых для обучения нейронной сети; 40 – для перекрёстной проверки и 115 – для тестирования.

В структуре нейронной сети были предусмотрены 4 узла в одном скрытом слое. Тождественная функция использовалась искусственными нейронами во входном и выходном слоях ИНС, как функция активации. В скрытом слое функцией активации является функция гиперболического тангенса, показанная в уравнении (3.25):

$$f(z) = \tanh(z) = \frac{e^{z} - e^{-z}}{e^{z} + e^{-z}} \tag{3.25}$$

3.7.4 Нейронные сети прямого распространения

ИНС с прямым распространением (ПР) – это ИНС в которой информация идет в одном направлении: из входного слоя, через скрытые слои, в выходной слой. В результате связи между искусственными нейронами не зацикливаются. Топология ИНС с прямым распространением изображена на рисунке 3.10, где каждый круг представляет собой один искусственный нейрон.

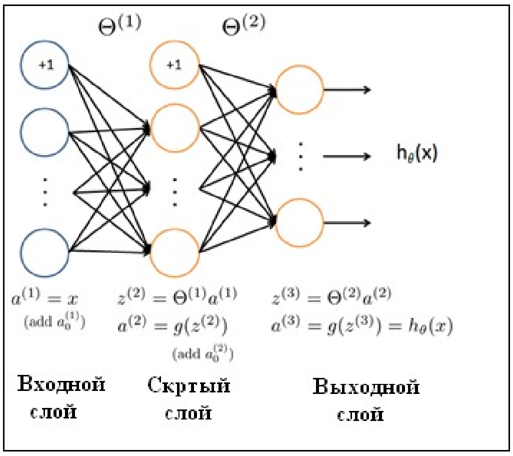


Рисунок 3.10 – Структура ИНС с прямым распространением

Упорядоченная линейная регрессия для прямого распространения имеет целевую функцию следующего вида:

$$J(\theta)_{\min\theta} = \frac{1}{2m}\left[\sum_{i=1}^{m}(h_\theta(x^{(i)} - y^{(i)})^2 + \lambda\sum_{j=1}^{n}\theta_j^2\right] \tag{3.26}$$

где λ – параметр, который отражает уровень регуляризации и предотвращает чрезмерно близкую подгонку данных. Параметр регуляризации накладывает корректировки на всю целевую функцию J. Вместе с ростом значений параметров модели θ_j растут и корректировки.

Ниже представлен алгоритм прямого распространения для расчета целевой функции упорядоченной линейной регрессии:

$a^{(1)} = x$

$z^{(2)} = \Theta^{(1)}a^{(1)}$

$a^{(2)} = g(z^{(2)})$ добавить $a_0^{(2)}$

$z^{(3)} = \Theta^{(2)}a^{(2)}$

$a^{(3)} = z^{(3)} = h_\Theta(x)$

3.7.5 Метод обратного распространения ошибки

Обучающий алгоритм обратного распространения (ОР) – один из наиболее известных итерационных алгоритмов градиентного спуска, использующийся для контролируемого обучения нейронных сетей. В алгоритме ОР выходные данные ИНС сравниваются с желаемыми выходными данными. В случае если результаты оказываются неудовлетворительными, то необходимо подбирать веса (θ) между слоями. Процесс подбора повторяется до тех пор, пока ошибка не будет сведена к минимуму.

ОР – это обучающий алгоритм, а не самостоятельная сеть. Для того чтобы обучить нейронную сеть, необходимо обозначить входные и выходные параметры. Входные параметры и соответствующие им целевые данные называются обучающей парой. Когда сеть будет обучена, она будет выдавать желаемые данные при любых входных данных. Для начала, сеть инициализируется с помощью установки всех ее весов (θ) на малые случайные величины – предположим, между –1 и +1. Далее, загружается входных данных, и рассчитываются выходные данные (прямое распространение). Так как все веса выбраны случайным образом, расчет выдает данные, отличные от ожидаемых результатов. Затем необходимо рассчитать ошибку каждого нейрона, которая вычесляется как разность между расчетным выходным значением и фактическим выходным значением. Эта разность используется для корректировки весов таким образом, чтобы при каждом последующем цикле величина ошибки стремилась к нулю.

3.7.6 Градиент гиперболического тангенса

Градиент функции гиперболического тангенса можно рассчитать следующим образом:

$$g^{'}(z) = 1 - (g(z))^2 \tag{3.27}$$

где $g(z) = \tanh(z) = \dfrac{e^z - e^{-z}}{e^z + e^{-z}}$

3.7.7 Алгоритм обратного распространения ошибки

1. Нейронная сеть инициализируется с помощью установки её весового коэффициента $(\Theta^{(1)}, \Theta^{(2)})$ на малые случайные числа, предположим, между -1 и +1.

2. Воспроизведится алгоритм прямого распространения, как показано на рисунке 3.8, для оценки $(z^{(2)}, a^{(2)}, z^{(3)}, a^{(3)})$ для скрытого и выходного слоев. При этом, для $a^{(1)}$ и $a^{(2)}$ добавлен член смещения.

3. Рассчитывается ошибка для выходного слоя по формуле (3.28)

$$\delta^{(3)} : \delta^{(3)} = (a^{(3)} - y) \tag{3.28}$$

4. Рассчитывается ошибка для скрытого слоя по формуле (3.29):

$$\delta^{(2)} = (\Theta^{(2)})^T \delta^{(3)} g^{'}(z^{(2)}) \tag{3.29}$$

5. Суммируются градиенты и рассчитывается градиент с учетом регуляризации по формулам (3.30) и (3.31):

$$\Delta^{(l)} = \Delta^{(l)} + \delta^{(l+1)} (a^{(l)})^T \tag{3.30}$$

$$\frac{\partial}{\partial \Theta_{ij}^{l}} J(\Theta) = \frac{1}{m} \Delta_{ij}^{(l)} + \frac{\lambda}{m} \Theta_{ij}^{(l)} \tag{3.31}$$

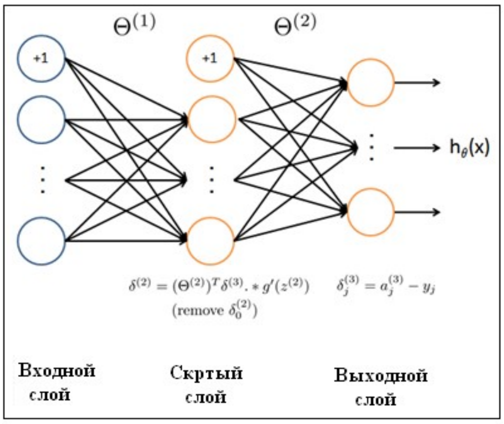


Рисунок 3.11 – Структура ИНС с обратным распространением

Для проверки градиента, полученного методом обратного распространения ошибки, использовалось аналитическое уравнение (3.32):

$$f_i(\theta) \approx \frac{J(\theta^{(i+)}) - J(\theta^{(i-)})}{2\varepsilon} \tag{3.32}$$

где

$$\theta^{(i+)} = \theta + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \varepsilon \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{и} \quad \theta^{(i-)} = \theta - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \varepsilon \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\theta^{(i+)}$ - весовой коэффициент с i-ым элементом, увеличенный на ε;

$\theta^{(i-)}$ - весовой коэффициент с i-ым элементом, уменьшенный на ε.

3.7.8 Обучение нейронной сети

После того, как целевая функция нейронной сети была успешно применена (прямое распространение), и был рассчитан градиент (обратное распространение), использовалась функция оптимизации «fmincg» для получения эффективного набора обучающих параметров.

Обучение ИНС состоит из подбора значений весовых коэффициентов θ и смещения её каждого искусственного нейрона. Прямое распространение ИНС проводилось с использованием метода «Обучение с учителем», в котором в качестве входных параметров для расчета PVT-свойств использовались: относительная плотность товарной нефти (γ_o), пластовая температура (T_r), газовый фактор (R_s) и удельный вес газа (γ_g).

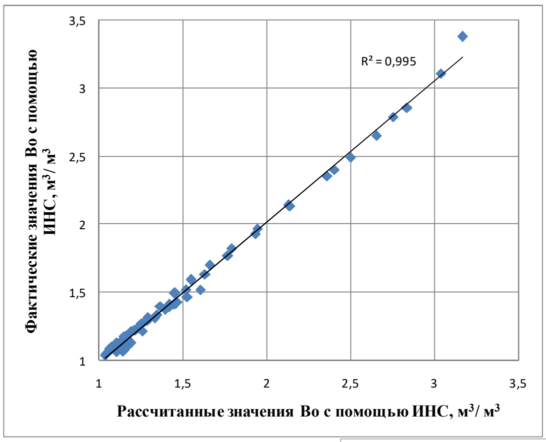
Оценка PVT - свойств является более сложной задачей, в связи с чем, для обучения соответствующих ИНС использовался индивидуальный подход. Например, ИНС для получения данных об объемном коэффициенте нефти (B_o) имела 1 скрытый слой с 9-ю нейронами.

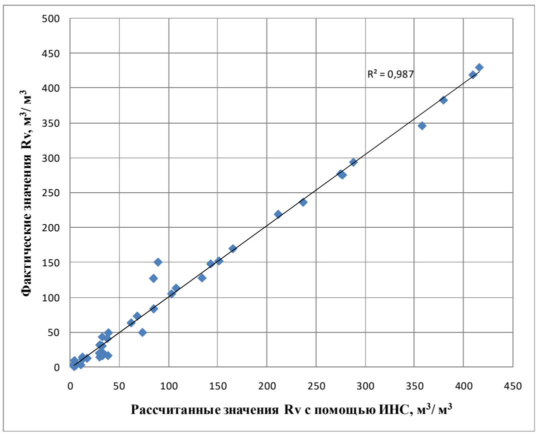
3.7.9 Проверка модели

Для того чтобы проверить точность предложенной модели, был проведен анализ ошибок, путем сравнения результатов предложенной ИНС модели с результатами корреляции Стендинга и предложенной адаптированной PVT корреляцией (главы 3.2, 3.3, 3.4). Критериями оценки точности в данной работе являлись средняя абсолютная ошибка и коэффициент корреляции. Результаты сравнения предложенной модели представлены в таблице 3.10.

Таблица 3.10 – Анализ результатов, полученных с помощью корреляций

Тип корреляции	Средняя абсолютная ошибка, %	Коэффициент корреляции
Для модели R_s		
Стендинг	7,215	0,852
Адаптированная PVT корреляция (главы 3.2, 3.3, 3.4)	5,025	0,935
Предложенная PVT корреляция, полученная с помощью ИНС	3,721	0,864
Для модели R_v		
Стендинг	2,352	0,921
Адаптированная PVT корреляция (главы 3.2, 3.3, 3.4)	1,882	0,928
Предложенная PVT корреляция, полученная с помощью ИНС	1,669	0,987
Для модели B_o		
Стендинг	2,425	0,991
Адаптированная PVT корреляция (главы 3.2, 3.3, 3.4)	1,468	0,999
Предложенная PVT корреляция, полученная с помощью ИНС	1,367	0,995





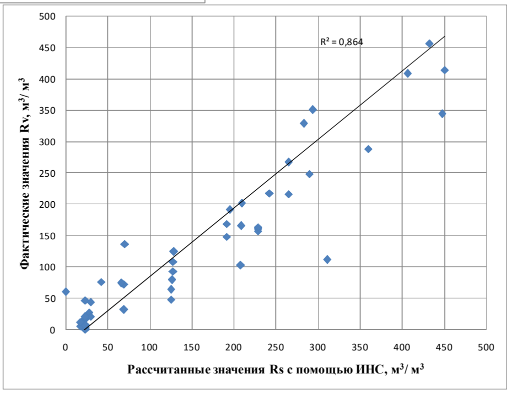


Рисунок 3.12 – График фактических PVT - свойств к рассчитанным PVT - свойствам (с помощью ИНС)

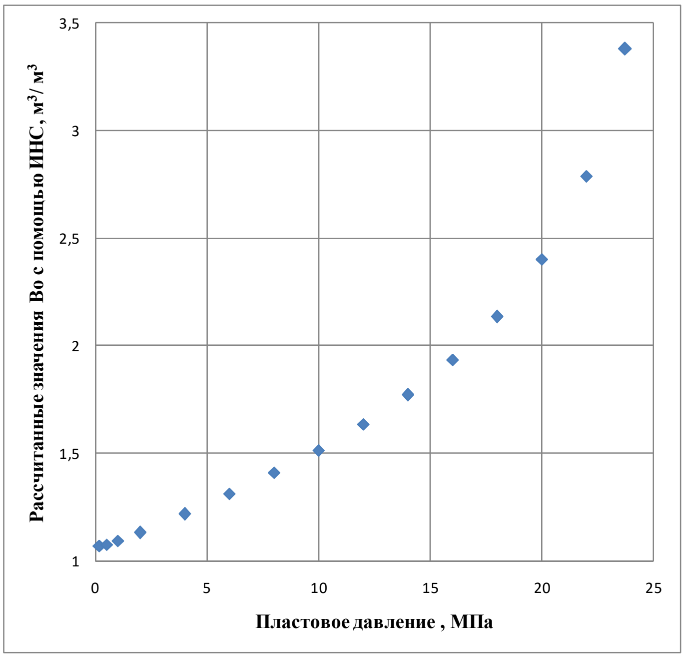


Рисунок 3.13 – График фактических и рассчитанных PVT - свойств (B_o) относительно пластового давления

Выводы по главе 3

Созданы корреляционные зависимости для расчета объемного фактора нефти, газосодержания и конденсатосодержания при снижении давления ниже давления точки росы. Корреляции были описаны с использованием новых композиционных симуляторов (написанных на языке Visual Basic) и сгенерированных синтетических данных газоконденсатных месторождений, охватывающих диапазоны MBO PVT - свойств реальных газоконденсатных месторождений (преимущественно газоконденсатных месторождений России). Основываясь на работе, проделанной в этой главе, можно сделать следующие выводы:

1. Новые корреляции MBO PVT свойств не нуждаются в проведении лабораторных экспериментов или моделях уравнения состоянии.

2. Новые корреляции были применены для расчета материального баланса и для моделирования пласта с целью проверки и оценки погрешности в случае использования данных корреляций. Погрешность расчетов начальных запасов флюидов с использованием обобщенного уравнения материального баланса варьируется от 3% до 12%. Была получена

достаточная сходимость между моделированием модифицированной тяжелой нефти с использованием PVT параметров, полученных из новых корреляций, и полным композиционным моделированием.

3. Результаты предложенной адаптированной PVT корреляции и результаты, полученные с помощью ИНС, превосходят результаты, полученные с помощью корреляций Стендинга. При оценке PVT - свойств разработанные модели имеют самое высокое значение коэффициента корреляции и самое низкое значение средней абсолютной ошибки (таблица 3.10 и рисунок 3.12).

ГЛАВА 4 ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ РАЗРАБОТКИ ГАЗОКОНДЕНСАТНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

В данной главе представлен новый, менее трудозатратный, по сравнению с численным моделированием, метод оценки параметров разработки газоконденсатных месторождений, основанный на аналитическом и полуаналитическом подходах к расчету многофазной фильтрации в газоконденсатном пласте.

Предложенная физико-математическая модель позволяет одновременно рассчитать нестационарные распределения пластового давления и насыщения в трехфазной системе в условиях линейного и радиального притоков к скважине, работающей при постоянном дебите и давлении.

4.1 Физико-математическая модель для расчета фильтрации газа и конденсата в двухфазной постановке

Для построения полуаналитического решения в двухфазной системе в представленной части работы были использованы следующие допущения: горизонтальный, бесконечный по протяженности, однородный, изотропный пласт разрабатывается вертикальной скважиной при постоянном дебите и давлении, поток изотермический. Капиллярными эффектами пренебрегаем.

Также введение автомодельной переменной позволило преобразовать систему уравнений фильтрации в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

4.1.1 Полуаналитический подход к расчету динамики забойного давления вертикальной скважины в радиальной постановке

Основные уравнения двухфазной фильтрации для радиального цилиндрического потока в такой постановке будут выглядеть следующим образом:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}+R_s\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_g}{B_g}+R_s\frac{s_o}{B_o}\right) \tag{4.1}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}+R_v\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}\right)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_o}{B_o}+R_v\frac{s_g}{B_g}\right) \tag{4.2}$$

Граничные и начальные условия на скважине определим исходя из постоянства дебита. Давление на бесконечности не зависит от времени и равно начальному, насыщенность конденсата на бесконечности всегда равна постоянному значению (обычно 0).

$$p(r,t=0)=p_i; \quad S_o(r,t=0)=S_{oi} \tag{4.3}$$

$$\lim_{r\to\infty} p=p_i; \quad \lim_{r\to\infty} S_o=S_{oi} \tag{4.4}$$

$$p(r=r_w,t)=p_{wf,gt} \tag{4.5}$$

Давления и насыщения компонентов газа и нефти представлены ниже:

$$\omega_{gg}(p,S_o)=\frac{k_{rg}(S_o)}{\mu_g(p)B_g(p)} \tag{4.6}$$

$$\omega_{go}(p,S_o)=R_s(p)\frac{k_{ro}(S_o)}{\mu_o(p)B_o(p)} \tag{4.7}$$

$$\omega_{oo}(p,S_o)=\frac{k_{ro}(S_o)}{\mu_o(p)B_o(p)} \tag{4.8}$$

$$\omega_{og}(p,S_o)=R_v(p)\frac{k_{rg}(S_o)}{\mu_g(p)B_g(p)} \tag{4.9}$$

$$\omega_{gsc}(p,S_o)=\omega_{gg}(p,S_o)+\omega_{go}(p,S_o) \tag{4.10}$$

$$\omega_{osc}(p,S_o)=\omega_{oo}(p,S_o)+\omega_{og}(p,S_o) \tag{4.11}$$

$$J_{gsc}(p,S_o)=\frac{s_g}{B_g(p)}+R_s(p)\frac{s_o}{B_o(p)} \tag{4.12}$$

$$J_{osc}(p,S_o)=\frac{s_o}{B_o(p)}+R_v(p)\frac{s_g}{B_g(p)} \tag{4.13}$$

Подставляя уравнений 4.6 – 4.13 в уравнение 4.1 и 4.2, получим:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\cdot\omega_{gsc}\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\cdot\frac{\partial J_{gsc}}{\partial t} \tag{4.14}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\cdot\omega_{osc}\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\cdot\frac{\partial J_{osc}}{\partial t} \qquad (4.15)$$

Подставляя автомодельную переменную χ в уравнение 4.14 и 4.15,

$\chi=\ln\left(r\frac{1}{\sqrt{\kappa t}}\right)$, где $\kappa=\frac{k}{\mu c_t\phi}$, $c_t=\frac{\left(\frac{1}{B_g}-1\right)}{P_i}$

Получим:

$$\frac{d}{d\chi}\left[\omega_{gsc}\frac{dp}{d\chi}\right]=-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\cdot\frac{dJ_{gsc}}{d\chi} \qquad (4.16)$$

$$\frac{d}{d\chi}\left[\omega_{osc}\frac{dp}{d\chi}\right]=-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\cdot\frac{dJ_{osc}}{d\chi} \qquad (4.17)$$

Подставляя $\frac{dQ}{d\chi}$ в уравнение 4.16 и 4.17, получим:

$\frac{dQ}{d\chi}=\frac{\partial Q}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial Q}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}$, где $Q=J_{gsc},J_{osc},\omega_{jsc},\omega_{osc}$

$$\left(\frac{\partial\omega_{gsc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial\omega_{gsc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right)\frac{dp}{d\chi}+\omega_{gsc}\frac{d^2p}{d\chi^2}=-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\cdot\left(\frac{\partial J_{gsc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial J_{gsc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right) \qquad (4.18)$$

$$\left(\frac{\partial\omega_{osc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial\omega_{osc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right)\frac{dp}{d\chi}+\omega_{osc}\frac{d^2p}{d\chi^2}=-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\cdot\left(\frac{\partial J_{osc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial J_{osc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right) \qquad (4.19)$$

Выразив из уравнений 4.18 и 4.19 $\frac{d^2P}{d\chi^2}$ и приравняв по нему, получим:

$$\frac{-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\cdot\left(\frac{\partial J_{gsc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial J_{gsc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right)-\left(\frac{\partial\omega_{gsc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial\omega_{gsc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right)\frac{dp}{d\chi}}{\omega_{gsc}}=\frac{-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\cdot\left(\frac{\partial J_{osc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial J_{osc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right)-\left(\frac{\partial\omega_{osc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial\omega_{osc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right)\frac{dp}{d\chi}}{\omega_{osc}}$$

Выразив $\frac{dS_o}{d\chi}$, получим:

$$\frac{dS_o}{d\chi}=\frac{dp}{d\chi}\cdot\frac{-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\left(\omega_{osc}\frac{\partial J_{gsc}}{\partial p}-\omega_{gsc}\frac{\partial J_{osc}}{\partial p}\right)-\frac{dp}{d\chi}\left(\omega_{osc}\frac{\partial\omega_{gsc}}{\partial p}-\omega_{gsc}\frac{\partial\omega_{osc}}{\partial p}\right)}{\frac{dp}{d\chi}\left(\omega_{osc}\frac{\partial\omega_{gsc}}{\partial S_o}-\omega_{gsc}\frac{\partial\omega_{osc}}{\partial S_o}\right)+\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\left(\omega_{osc}\frac{\partial J_{gsc}}{\partial S_o}-\omega_{gsc}\frac{\partial J_{osc}}{\partial S_o}\right)} \qquad (4.20)$$

Подставляя $y_1=p, y_2=S_o$ $и$ $y_3=\omega_{gsc}\frac{dp}{d\chi}=\omega_{gsc}\frac{dy_1}{d\chi}$, из уравнения (4.16), получим:

$$\frac{dy_1}{d\chi} = \frac{1}{\omega_{gsc}} \cdot y_3 \tag{4.21}$$

$$\frac{dy_3}{d\chi} = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t} \cdot \left(\frac{\partial J_{gsc}}{\partial p} \frac{dy_1}{d\chi} + \frac{\partial J_{gsc}}{\partial S_o} \frac{dy_2}{d\chi} \right) \tag{4.22}$$

А из уравнения (4.20) получим:

$$\frac{dy_2}{d\chi} = \frac{dy_1}{d\chi} \cdot \frac{-\frac{e^{2z}}{2\mu c_t}\left(\omega_{osc} \frac{\partial J_{gsc}}{\partial p} - \omega_{gsc} \frac{\partial J_{osc}}{\partial p} \right) - \frac{dy_1}{d\chi}\left(\omega_{osc} \frac{\partial \omega_{gsc}}{\partial p} - \omega_{gsc} \frac{\partial \omega_{osc}}{\partial p} \right)}{\frac{dy_1}{d\chi}\left(\omega_{osc} \frac{\partial \omega_{gsc}}{\partial S_o} - \omega_{gsc} \frac{\partial \omega_{osc}}{\partial S_o} \right) + \frac{e^{2z}}{2\mu c_t}\left(\omega_{osc} \frac{\partial J_{gsc}}{\partial S_o} - \omega_{gsc} \frac{\partial J_{osc}}{\partial S_o} \right)} \tag{4.23}$$

В выбранных координатах граничные условия будут:

$$\frac{dp}{d\chi}(\chi = \chi_w) = \frac{q_{gsc,gt}}{2\pi kh} \tag{4.24}$$

$$\lim_{\chi \to \infty} p = p_i; \quad \lim_{\chi \to \infty} S_o = S_{oi} \tag{4.25}$$

Для указанных граничных условий система нелинейных дифференциальных уравнений (4.21), (4.22) и (4.23) была решена с помощью метода Рунге-Кутты. Для сведения начальной краевой задачи к задаче Коши был использован метод пристрелки с правой границы. Дебит на забое скважины находился по переменной y_3, выходящей на константу при уменьшении координаты самоподобия. Тогда дебит рассчитывался как:

$$q_{gsc} = 2\pi kh \left(r\omega_{gsc} \frac{dp}{dr} \right)_{r=r_w} = 2\pi kh \left(\omega_{gsc} \frac{dp}{d\chi} \right)_{\chi=\chi_w} = 2\pi kh (y_3)_{\chi=\chi_w} \tag{4.26}$$

На рисунках 4.1 – 4.4 показаны зависимости давления P, насыщенности конденсатом S и градиента давления от безразмерной переменной χ.

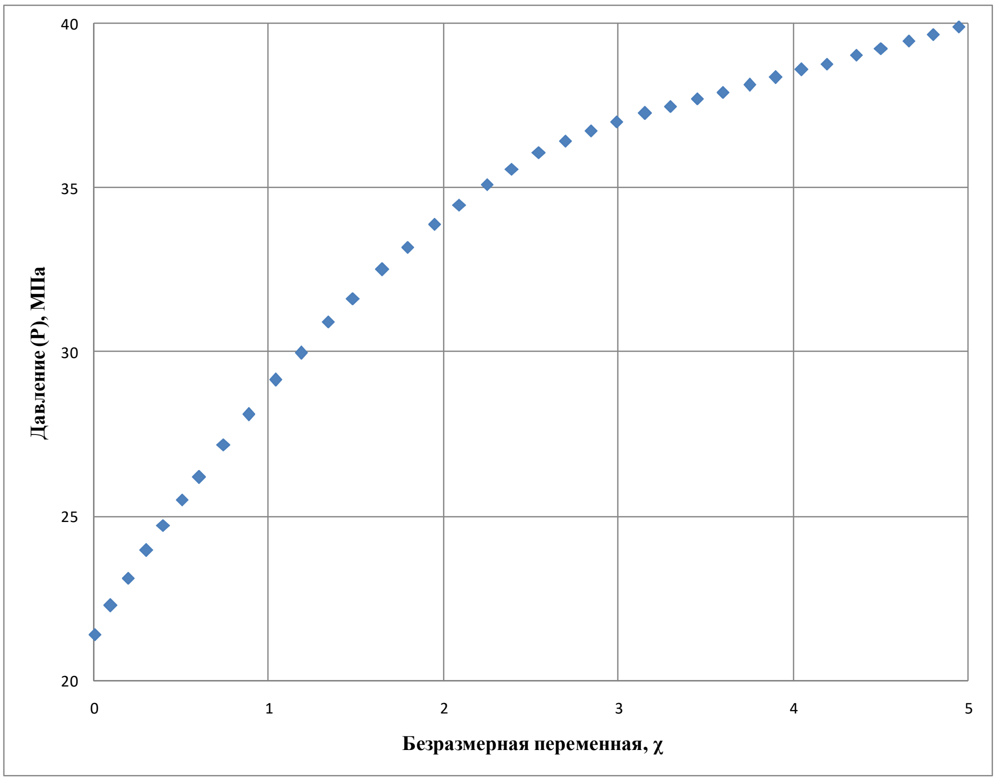


Рисунок 4.1 – Распределение давления $(q_{gsc,gt} = 42\, м^3 / сут)$

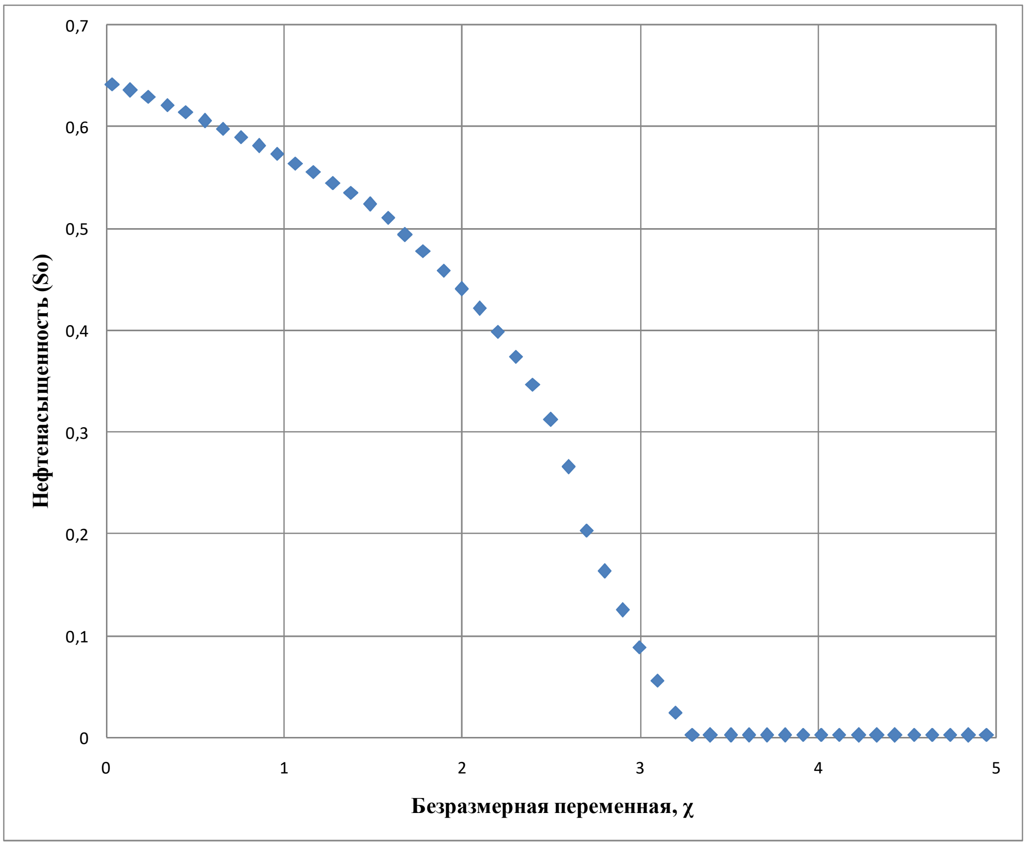


Рисунок 4.2 – Распределение насыщенности конденсатом $(q_{gsc,gt} = 42\, м^3 / сут)$

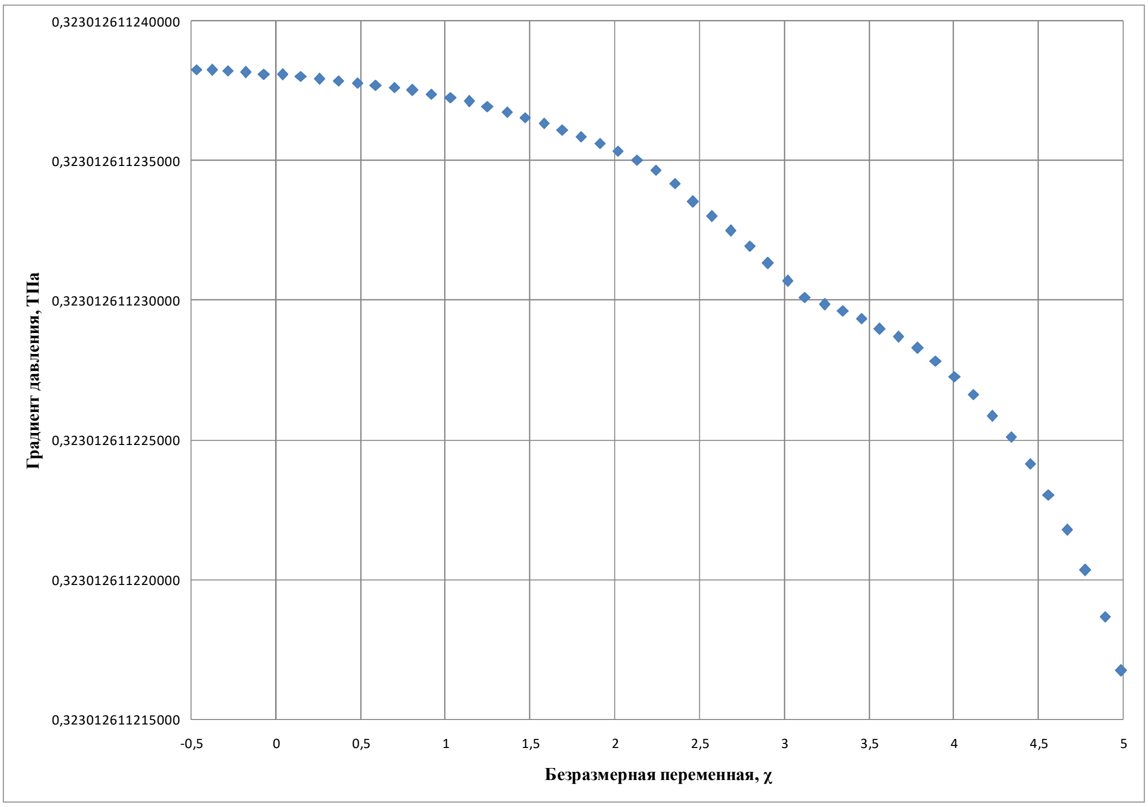


Рисунок 4.3 – Распределение градиента давления $(q_{gsc,gt} = 42\,м^3/сут)$

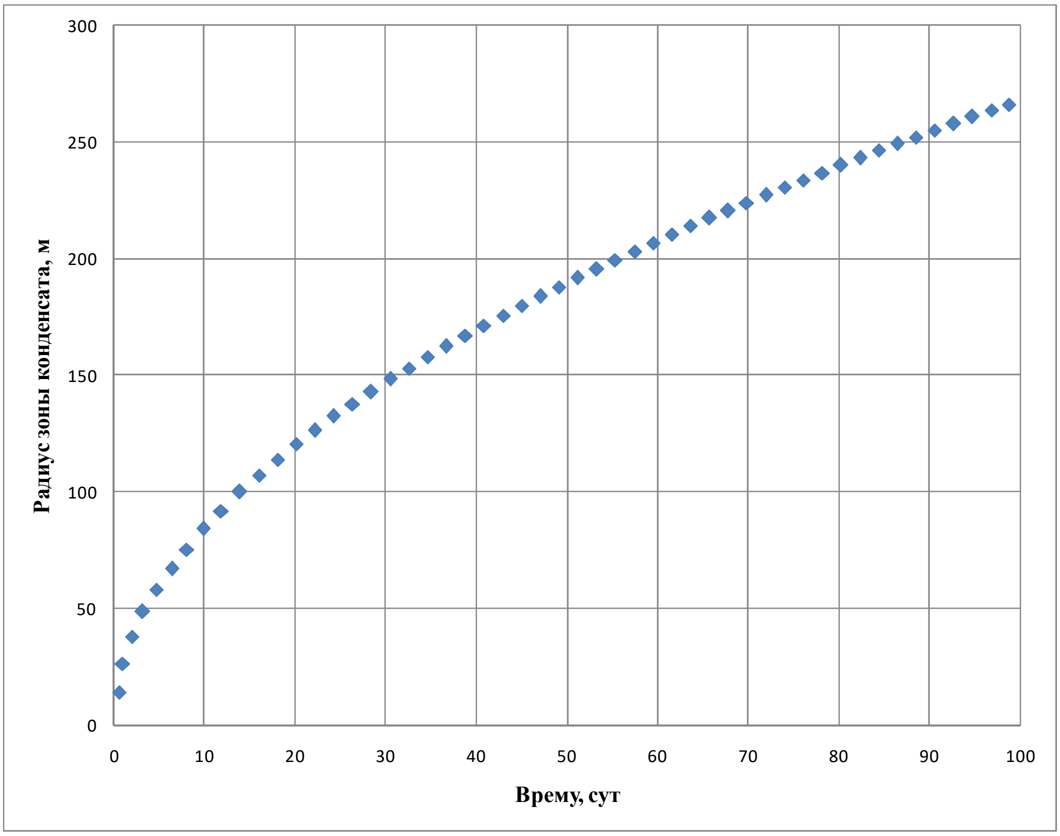


Рисунок 4.4 – Зависимость размера зоны выпадения конденсата от времени $(q_{gsc,gt} = 42 м^3/сут)$

Координата χ в задаче изменяется в пределах $-\infty$ до $+\infty$ из-за своей логарифмической природы. При времени больше 1 секунды для любых пластов $\chi_w \to -\infty$. Однако на практике за крайнюю левую точку нужно брать такую, при которой $\frac{dp}{d\chi}$ выходит на константу (рис. 4.3) [58]. Крайняя правая точка была найдена подбором так, чтобы при её дальнейшем увеличении полученное решение оставалось неизменным. Поэтому реальный интервал моделирования в логарифмических координатах был в диапазоне (-0,5;5), что примерно соответствует изменению радиуса на 3 порядка.

Представленный подход позволяет оценить размер зоны выпадения конденсата для вертикальной скважины, работающей с постоянным дебитом. Так, на рисунке 4.4 показана зависимость размера «конденсатной банки» от времени для рассмотренного в представленной работе случая.

4.1.2 Проверка полуаналитической модели для расчета динамики забойного давления вертикальной скважины в радиальной постановке

Для проверки предложенного полуаналитического подхода было проведено сравнение результатов расчета с решением линейного стока (Приложение Б) при давлении выше давления точки росы.

$$p_k = p_i - \frac{Q\mu}{4\pi kh} \cdot \left[-Ei\left(-\frac{e^{2z}\mu c_t}{4} \right) \right] \tag{4.27}$$

$$p_k = p_i - \frac{Q\mu}{4\pi kh} \cdot \int\limits_{-\frac{e^{2z}\mu c_t}{4}}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \tag{4.28}$$

Подставляя уравнение (4.26) в (4.28), получим решение линейного стока:

$$p_k = p_i - \frac{y_3 \mu}{2} \cdot \int\limits_{-\frac{e^{2z}\mu c_t}{4}}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \tag{4.29}$$

Рисунок 4.5 демонстрирует совпадение результатов полуаналитического решения с решением линейного стока в случае однофазного потока.

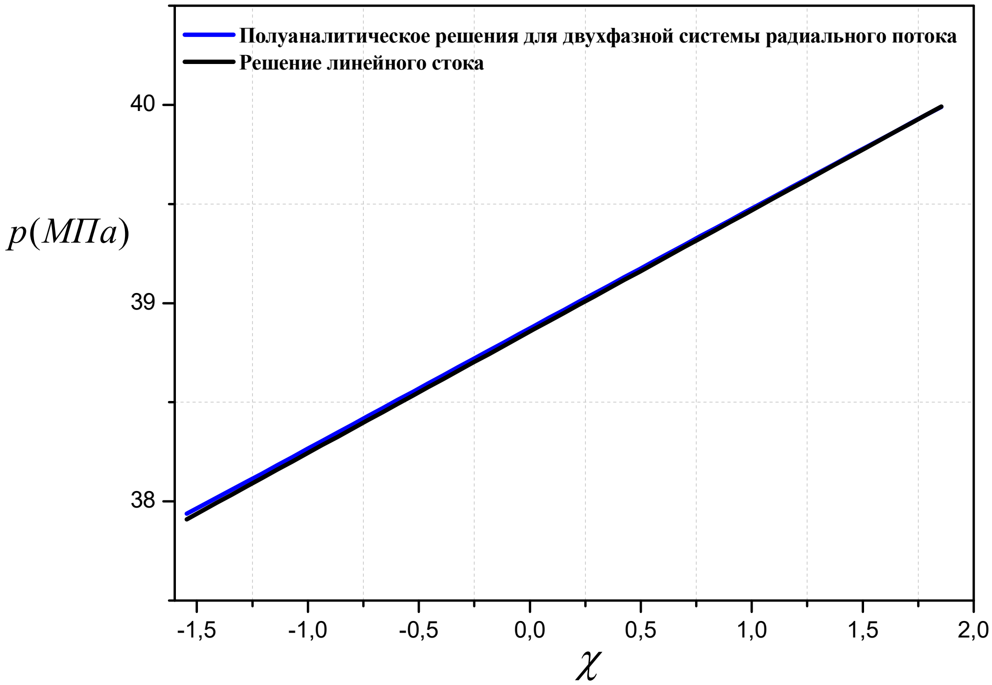


Рисунок 4.5 – Сравнение полуаналитического решения с решением линейного стока при давлении выше давления точки росы

4.1.3 Полуаналитический подход к расчету динамики забойного давления вертикальной скважины в линейной постановке

Для построения полуаналитического решения в линейной системе в представленной части работы были использованы следующие допущения: горизонтальный, бесконечный по протяженности, однородный, изотропный пласт разрабатывается вертикальной скважиной при постоянном давлении, поток изотермический. Капиллярными эффектами пренебрегаем.

Также введение автомодельной переменной позволило преобразовать систему уравнений фильтрации в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений.

Основные уравнения двухфазной фильтрации для линейного потока в такой постановке будут выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}+R_s\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)\frac{\partial p}{\partial x}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_g}{B_g}+R_s\frac{s_o}{B_o}\right) \tag{4.30}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}+R_v\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}\right)\frac{\partial p}{\partial x}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_o}{B_o}+R_v\frac{s_g}{B_g}\right) \tag{4.31}$$

Для контроля скважины по забойному давлению исходные внутренние и внешние граничные условия представлены ниже:

$$p(x,t=0)=p_i \text{ и } S_o(x,t=0)=S_{oi} \tag{4.32}$$

$$\lim_{x\to\infty} p=p_i \text{ и } \lim_{x\to\infty} S_o=S_{oi} \tag{4.33}$$

$$p(x=0,t)=p_{wf,gt} \tag{4.34}$$

Подставляя автомодельную переменную η в уравнения (4.30) и (4.31):

$$\eta=x\sqrt{\frac{\phi}{\kappa t}}, \text{ где } \kappa=\frac{k}{\mu c_t},\ c_t=\frac{\left(\frac{1}{B_g}-1\right)}{P_i}$$

Уравнения (4.30) и (4.31) преобразованы в нелинейные обыкновенные дифференциальные уравнения, как показано в приложении В. Для указанных граничных условий (V-8 и V-9) система нелинейных дифференциальных уравнений (V13-V15) была решена с помощью метода Рунге-Кутты. Для сведения начальной краевой задачи к задаче Коши был использован метод пристрелки с правой границы.

Давления и насыщенности компонентов газа и нефти представлены ниже:

$$\alpha(p,S_o)=\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}+R_s\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \tag{4.35}$$

$$\beta(p,S_o)=\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}+R_v\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} \tag{4.36}$$

$$a(p,S_o)=\frac{s_g}{B_g}+R_s\frac{s_o}{B_o} \tag{4.37}$$

$$b(p,S_o)=\frac{s_o}{B_o}+R_v\frac{s_g}{B_g} \tag{4.38}$$

Подробный вывод полуаналитического решения для двухфазной фильтрации в линейной постановке приведен в приложении В.

На рисунках 4.6 - 4.8 показаны зависимости давления, насыщенности конденсатом от безразмерной переменной η.

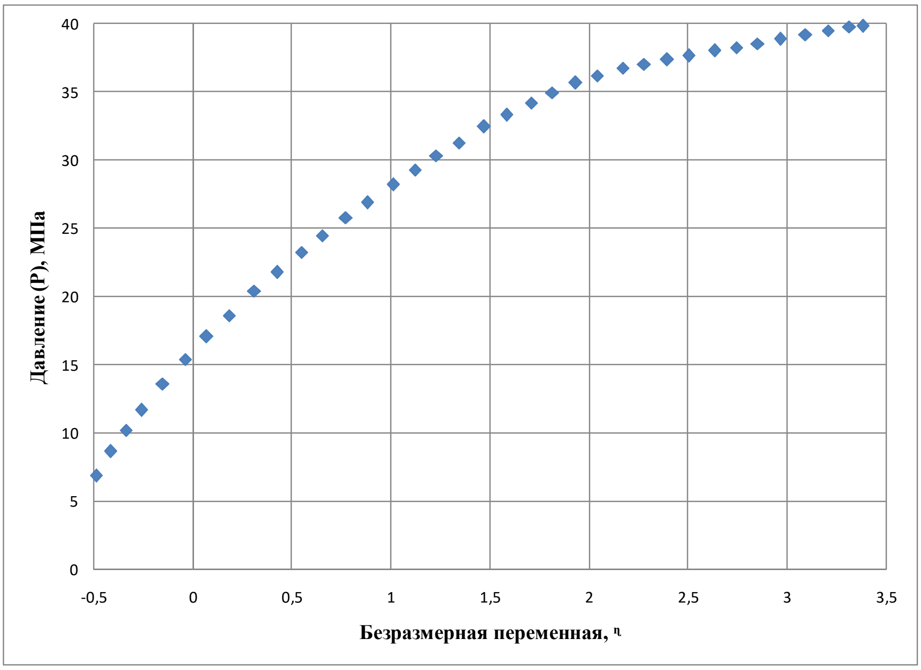


Рисунок 4.6 – Распределение давления $p_{wf}=6{,}89\ МПа$

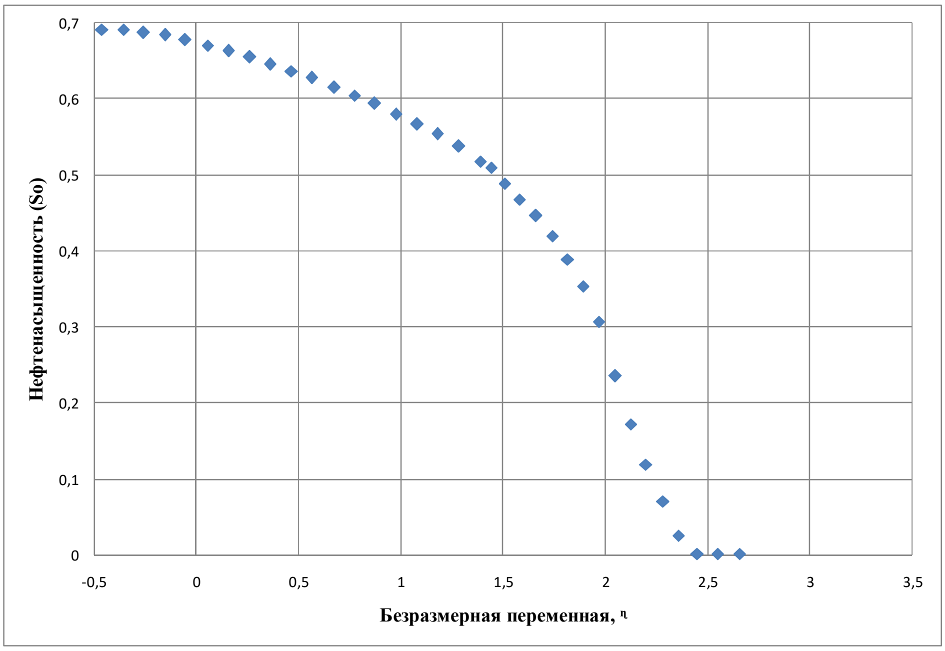


Рисунок 4.7 – Распределение насыщенности конденсатом $p_{wf}=6{,}89\ МПа$

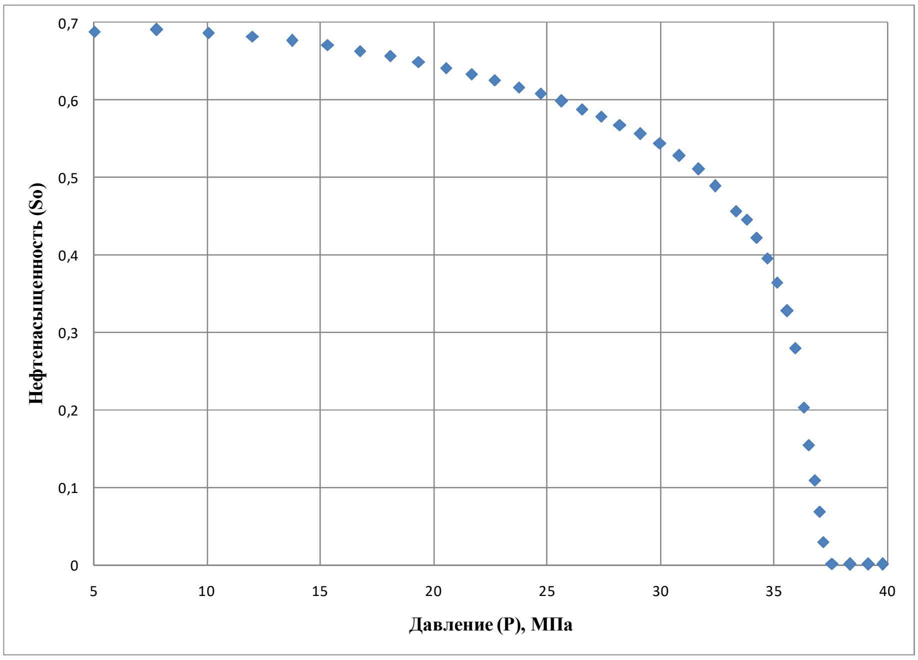


Рисунок 4.8 – Зависимость насыщенности нефти от давления $p_{wf} = 6{,}89\ МПа$

4.2 Физико-математическая модель для расчета фильтрации газа, воды и конденсата в трехфазной постановке

Присутствие воды в газоконденсатной залежи может приводить к образованию трехфазного течения в пласте. Для моделирования этого процесса необходимо использование трехфазных диаграмм относительных проницаемостей (в главе 2), PVT-корреляции (в главе 3) и также основные уравнения трехфазной фильтрации для линейного и радиального цилиндрического потоков.

Для построения полуаналитического решения в трехфазной линейной постановке в представленной части работы были использованы следующие допущения: горизонтальный, бесконечный по протяженности, однородный, изотропный пласт разрабатывается вертикальной скважиной при постоянном давлении, поток изотермический. Капиллярными эффектами пренебрегаем.

Основные уравнения трехфазной фильтрации для линейного потока в такой постановке будут выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} + R_s \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)\frac{\partial p}{\partial x}\right] = \frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_g}{B_g} + R_s \frac{s_o}{B_o}\right) \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}+R_v\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}\right)\frac{\partial p}{\partial x}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_o}{B_o}+R_v\frac{s_g}{B_g}\right) \tag{4.40}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w}\right)\frac{\partial p}{\partial x}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_w}{B_w}\right) \tag{4.41}$$

Граничные и начальные условия на скважине в выбранных координатах представлены в уравнений 4.42 – 4.44. Давление на бесконечности не зависит от времени и равно начальному, насыщенность конденсата на бесконечности всегда равна постоянному значению [1].

$$p(x,t=0)=p_i\ ,S_w(x,t=0)=S_{wi}\ \ и\ S_o(x,t=0)=S_{oi} \tag{4.42}$$

$$\lim_{x\to\infty}p=p_i\ и\ \lim_{x\to\infty}S_o=S_{oi} \tag{4.43}$$

$$p(x=0,t)=p_{wf,gt} \tag{4.44}$$

Давления и насыщения компонентов газа, воды и нефти представлены ниже:

$$\alpha(p,S_o,S_g,S_w)=\frac{k_{rg}(S_g)}{\mu_g(P_g)B_g(P_g)}+R_s(P_o)\frac{k_{ro}(S_o,S_g,S_w)}{\mu_o(P_o)B_o(P_o)} \tag{4.45}$$

$$\beta(p,S_o,S_g,S_w)=\frac{k_{ro}(S_o,S_g,S_w)}{\mu_o(P_o)B_o(P_o)}+R_v\frac{k_{rg}(S_g)}{\mu_g(P_g)B_g(P_g)} \tag{4.46}$$

$$\lambda(p,S_w)=\frac{k_{rw}(S_w)}{\mu_w(P_g)B_w(P_g)} \tag{4.47}$$

$$a(p,S_o,S_g,S_w)=\frac{s_g}{B_g(P_g)}+R_s(P_o)\frac{s_o}{B_o(P_o)} \tag{4.48}$$

$$b(p,S_o,S_g,S_w)=\frac{s_o}{B_o(P_o)}+R_v(P_g)\frac{s_g}{B_g(P_g)} \tag{4.49}$$

$$c(p,S_w)=\frac{s_w}{B_w(P_g)} \tag{4.50}$$

Подставляя автомодельную переменную η в уравнения (4.39), (4.40) и (4.41),

$$\eta=x\sqrt{\frac{\phi}{\kappa t}}\text{, где }\kappa=\frac{k}{\mu c_t},\ c_t=\frac{\left(\frac{1}{B_g}-1\right)}{P_i}$$

Получим:

$$\frac{d}{d\eta}\left(\alpha\frac{dp}{d\eta}\right)=-\frac{\eta}{2\mu c_t}\frac{da}{d\eta} \quad (4.51)$$

$$\frac{d}{d\eta}\left(\beta\frac{dp}{d\eta}\right)=-\frac{\eta}{2\mu c_t}\frac{db}{d\eta} \quad (4.52)$$

$$\frac{d}{d\eta}\left(\gamma\frac{dp}{d\eta}\right)=-\frac{\eta}{2\mu c_t}\frac{dc}{d\eta} \quad (4.53)$$

В выбранных координатах граничные условия будут:

$$p(\eta=0)=p_{wf,gt} \quad (4.54)$$

$$\lim_{\eta\to\infty}p=p_i \text{ и } \lim_{\eta\to\infty}S_o=S_{oi} \quad (4.55)$$

Подставляя $\frac{dM}{d\eta}$ и $\frac{dK}{d\eta}$ в уравнения (4.51), (4.52) и (4.53),

$$\frac{dM}{d\eta}=\frac{\partial M}{\partial p}\frac{dp}{d\eta}+\frac{\partial M}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}+\frac{\partial M}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\eta}-\frac{\partial M}{\partial S_g}\frac{dS_w}{d\eta}-\frac{\partial M}{\partial S_g}\frac{dS_o}{d\eta}\text{, где } M=a,b,\alpha \text{ и } \beta$$

$$\frac{dK}{d\eta}=\frac{\partial K}{\partial p}\frac{dp}{d\eta}+\frac{\partial K}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\eta}\text{, где } K=\gamma \text{ и } c$$

И получим система нелинейных дифференциальных уравнений (4.56), (4.57), (4.58) и (4.59):

$$\frac{dy_1}{d\eta}=\cdot y_4 \quad (4.56)$$

$$\frac{dy_2}{d\eta}=\frac{m_1m_4+m_2m_5}{m_1m_6-m_3m_5} \quad (4.57)$$

$$\frac{dy_3}{d\eta}=\frac{m_2m_6+m_3m_4}{m_1m_6-m_3m_5} \quad (4.58)$$

$$\frac{dy_4}{d\eta}=\frac{1}{\alpha}\left[-\frac{\eta}{2}\cdot\left(\frac{\partial a}{\partial p}\frac{dy_1}{d\eta}+\frac{\partial a}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}\right)-\frac{dy_1}{d\eta}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial p}\frac{dy_1}{d\eta}+\frac{\partial\alpha}{\partial S_o}\frac{dy_2}{d\eta}\right)\right] \quad (4.59)$$

Здесь $y_1=p, y_2=S_o\ y_3=S_w\ and\ y_4=\frac{dp}{d\eta}=\frac{dy_1}{d\eta}$, где

$$m_1=-\frac{\eta}{2\mu c_t}\left(\gamma\frac{\partial a}{\partial S_w}-\gamma\frac{\partial a}{\partial S_g}-\alpha\frac{\partial c}{\partial S_w}\right)-\frac{dp}{d\eta}\left(\gamma\frac{\partial\alpha}{\partial S_w}-\gamma\frac{\partial\alpha}{\partial S_g}-\alpha\frac{\partial\gamma}{\partial S_w}\right)$$

$$m_2=\frac{dp}{d\eta}\left(-\frac{\eta}{2\mu c_t}\left(\alpha\frac{\partial c}{\partial p}-\gamma\frac{\partial a}{\partial p}\right)-\frac{dp}{d\eta}\left(\alpha\frac{\partial\gamma}{\partial p}-\gamma\frac{\partial\alpha}{\partial p}\right)\right)$$

$$m_3 = -\frac{\eta}{2\mu c_t}\left(\gamma\frac{\partial a}{\partial S_g} - \gamma\frac{\partial b}{\partial S_o}\right) - \frac{dp}{d\eta}\left(\gamma\frac{\partial \alpha}{\partial S_g} - \gamma\frac{\partial \alpha}{\partial S_o}\right)$$

$$m_4 = \frac{dp}{d\eta}\left(-\frac{\eta}{2\mu c_t}\left(\alpha\frac{\partial b}{\partial p} - \beta\frac{\partial a}{\partial p}\right) - \frac{dp}{d\eta}\left(\alpha\frac{\partial \beta}{\partial p} - \beta\frac{\partial \alpha}{\partial p}\right)\right)$$

$$m_5 = -\frac{\eta}{2\mu c_t}\left(\alpha\frac{\partial b}{\partial S_w} - \alpha\frac{\partial b}{\partial S_g} - \beta\frac{\partial a}{\partial S_w} + \beta\frac{\partial a}{\partial S_g}\right) - \frac{dp}{d\eta}\left(\alpha\frac{\partial \beta}{\partial S_w} - \alpha\frac{\partial \beta}{\partial S_g} - \beta\frac{\partial \alpha}{\partial S_w} + \beta\frac{\partial \alpha}{\partial S_g}\right)$$

$$m_6 = -\frac{\eta}{2\mu c_t}\left(\beta\frac{\partial a}{\partial S_o} - \beta\frac{\partial a}{\partial S_g} - \alpha\frac{\partial b}{\partial S_o} + \alpha\frac{\partial b}{\partial S_g}\right) - \frac{dp}{d\eta}\left(\beta\frac{\partial \alpha}{\partial S_o} - \beta\frac{\partial \alpha}{\partial S_g} - \alpha\frac{\partial \beta}{\partial S_o} + \alpha\frac{\partial \beta}{\partial S_g}\right)$$

Для указанных граничных условий (4.54) и (4.55) система нелинейных дифференциальных уравнений (4.56), (4.57), (4.58) и (4.59) была решена с помощью метода Рунге-Кутты. Для сведения начальной краевой задачи к задаче Коши был использован метод пристрелки с правой границы. Также сумма насыщенности флюида равна единице (то есть $S_o + S_g + S_w = 1$). Подробный вывод полуаналитического решения для трехфазной фильтрации в линейной постановке при постоянном давлении приведен в приложении Г.

На рисунках 4.9 – 4.11 показаны зависимости давления, насыщенности воды и конденсатом от безразмерной переменной η.

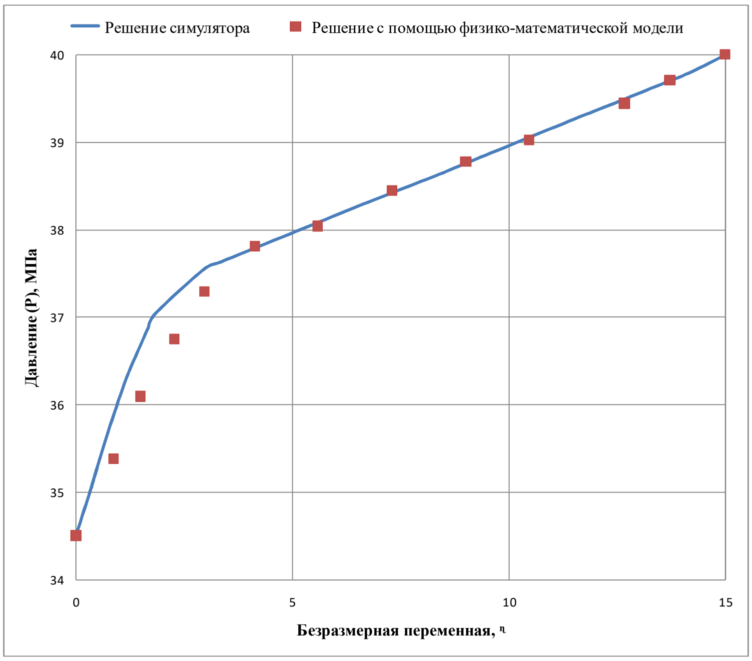


Рисунок 4.9 – Распределение давления ($P_{wf} = 34{,}5\ MPa$)

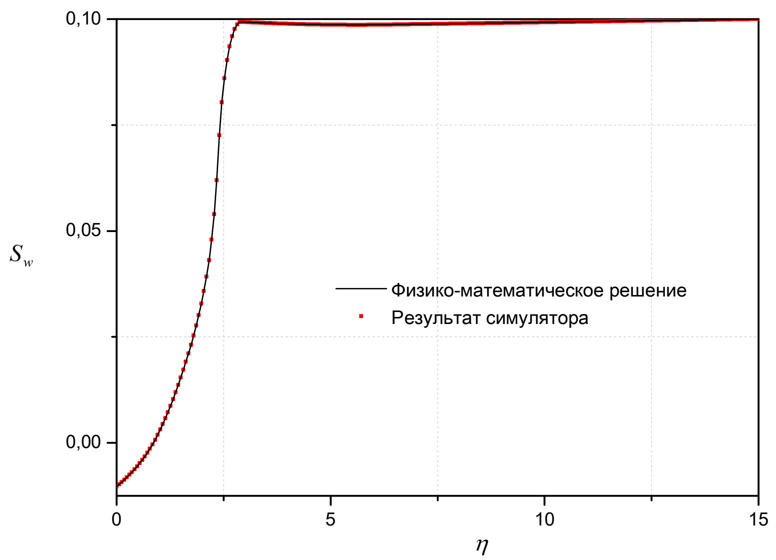


Рисунок 4.10 – Распределение насыщенности воды ($P_{wf} = 34{,}5\ MPa$)

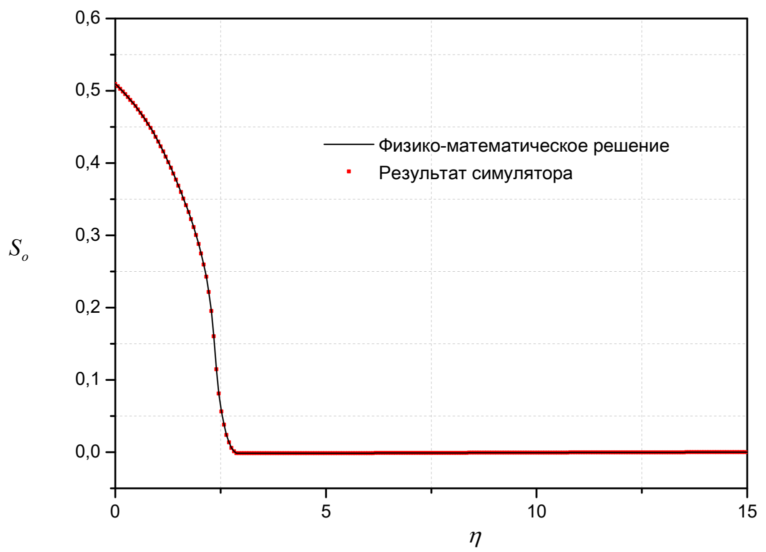


Рисунок 4.11 – Распределение насыщенности конденсатом ($P_{wf} = 34{,}5\ MPa$)

Для построения полуаналитического решения в трехфазной радиальной постановке в представленной части работы были использованы следующие допущения: горизонтальный, бесконечный по протяженности, однородный, изотропный пласт разрабатывается вертикальной скважиной при постоянном дебите, поток изотермический. Капиллярными эффектами пренебрегаем.

Основные уравнения трехфазной фильтрации для радиального цилиндрического потока в такой постановке будут выглядеть следующим образом:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}+R_s\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_g}{B_g}+R_s\frac{s_o}{B_o}\right) \tag{4.60}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}+R_v\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}\right)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_o}{B_o}+R_v\frac{s_g}{B_g}\right) \tag{4.61}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w}\right)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_w}{B_w}\right) \tag{4.62}$$

Граничные и начальные условия на скважине определим исходя из постоянства дебита. Давление на бесконечности не зависит от времени и равно начальному, насыщенность конденсата на бесконечности всегда равна постоянному значению (обычно 0).

$$p(r,t=0)=p_i;\quad S_o(r,t=0)=S_{oi}\quad S_w(r,t=0)=S_{wi} \tag{4.63}$$

$$\lim_{r\to\infty}p=p_i;\quad \lim_{r\to\infty}S_o=S_{oi};\quad \lim_{r\to\infty}S_w=S_{wi} \tag{4.64}$$

$$\frac{dp}{d\chi}(\chi=\chi_w)=\frac{q_{gsc,gt}}{2\pi kh} \tag{4.65}$$

Давления и насыщенности компонентов газа, воды и нефти представлены ниже:

$$\alpha(p,S_o,S_g,S_w)=\frac{k_{rg}(S_g)}{\mu_g(P_g)B_g(P_g)}+R_s(P_o)\frac{k_{ro}(S_o,S_g,S_w)}{\mu_o(P_o)B_o(P_o)} \tag{4.66}$$

$$\beta(p,S_o,S_g,S_w)=\frac{k_{ro}(S_o,S_g,S_w)}{\mu_o(P_o)B_o(P_o)}+R_v\frac{k_{rg}(S_g)}{\mu_g(P_g)B_g(P_g)} \tag{4.67}$$

$$\gamma(p,S_w)=\frac{k_{rw}(S_w)}{\mu_w(P_g)B_w(P_g)} \tag{4.68}$$

$$a(p,S_o,S_g,S_w)=\frac{s_g}{B_g(P_g)}+R_s(P_o)\frac{s_o}{B_o(P_o)} \tag{4.69}$$

$$b\left(p,S_o,S_g,S_w\right)=\frac{s_o}{B_o\left(P_o\right)}+R_v\left(P_g\right)\frac{s_g}{B_g\left(P_g\right)} \tag{4.70}$$

$$c\left(p,S_w\right)=\frac{s_w}{B_w\left(P_g\right)} \tag{4.71}$$

Подставляя автомодельную переменную χ в уравнения (4.63), (4.64) и (4.65),

$$\chi=\ln\left(r\frac{1}{\sqrt{\kappa t}}\right),\text{ где } \kappa=\frac{k}{\mu c_t\phi},c_t=\frac{\left(\frac{1}{B_g}-1\right)}{P_i}$$

получим:

$$\frac{d}{d\chi}\left(\alpha\frac{dp}{d\chi}\right)=-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\frac{da}{d\chi} \tag{4.72}$$

$$\frac{d}{d\chi}\left(\beta\frac{dp}{d\chi}\right)=-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\frac{db}{d\chi} \tag{4.73}$$

$$\frac{d}{d\chi}\left(\gamma\frac{dp}{d\chi}\right)=-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\frac{dc}{d\chi} \tag{4.74}$$

В выбранных координатах граничные условия будут:

$$\frac{dp}{d\chi}\left(\chi=\chi_w\right)=\frac{q_{gsc,gt}}{2\pi kh} \tag{4.75}$$

$$\lim_{\chi\to\infty}p=p_i;\quad \lim_{\chi\to\infty}S_o=S_{oi};\quad \lim_{\chi\to\infty}S_w=S_{wi} \tag{4.76}$$

Подставляя $\frac{dM}{d\chi}$ и $\frac{dK}{d\chi}$ в уравнения (4.72), (4.73) и (4.74),

$$\frac{dM}{d\chi}=\frac{\partial M}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial M}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}+\frac{\partial M}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\chi}-\frac{\partial M}{\partial S_g}\frac{dS_w}{d\chi}-\frac{\partial M}{\partial S_g}\frac{dS_o}{d\chi},\text{ где } M=a,b,\alpha\ и\ \beta$$

$$\frac{dK}{d\chi}=\frac{\partial K}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial K}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\chi},\text{ где} K=\gamma\quad и\quad c$$

И получим система нелинейных дифференциальных уравнений (4.77), (4.78), (4.79) и (4.80):

$$\frac{dy_1}{d\chi}=\frac{1}{\alpha}y_4 \tag{4.77}$$

$$\frac{dy_2}{d\chi}=\frac{m_1m_4+m_2m_5}{m_1m_6-m_3m_5} \tag{4.78}$$

$$\frac{dy_3}{d\chi} = \frac{m_2 m_6 + m_3 m_4}{m_1 m_6 - m_3 m_5} \tag{4.79}$$

$$\frac{dy_4}{d\chi} = \left[-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t} \cdot \left(\frac{\partial a}{\partial p}\frac{dy_1}{d\chi} + \frac{\partial a}{\partial S_o}\frac{dy_2}{d\chi} + \frac{\partial a}{\partial S_w}\frac{dy_3}{d\chi} - \frac{\partial a}{\partial S_g}\frac{dy_3}{d\chi} - \frac{\partial a}{\partial S_g}\frac{dy_2}{d\chi} \right) - \frac{dy_1}{d\chi}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial p}\frac{dy_1}{d\chi} + \frac{\partial \alpha}{\partial S_o}\frac{dy_2}{d\chi} + \frac{\partial \alpha}{\partial S_w}\frac{dy_3}{d\chi} - \frac{\partial \alpha}{\partial S_g}\frac{dy_3}{d\chi} + \frac{\partial \alpha}{\partial S_g}\frac{dy_2}{d\chi} \right) \right] \tag{4.80}$$

Здесь $y_1 = p, y_2 = S_o\ y_3 = S_w\ и\ y_4 = \alpha\frac{dp}{d\chi} = \alpha\frac{dy_1}{d\chi}$, где

$$m_1 = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\left(\gamma\frac{\partial a}{\partial S_w} - \gamma\frac{\partial a}{\partial S_g} - \alpha\frac{\partial c}{\partial S_w} \right) - \frac{dp}{d\chi}\left(\gamma\frac{\partial \alpha}{\partial S_w} - \gamma\frac{\partial \alpha}{\partial S_g} - \alpha\frac{\partial \gamma}{\partial S_w} \right)$$

$$m_2 = \frac{dp}{d\chi}\left(-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\left(\alpha\frac{\partial c}{\partial p} - \gamma\frac{\partial a}{\partial p} \right) - \frac{dp}{d\chi}\left(\alpha\frac{\partial \gamma}{\partial p} - \gamma\frac{\partial \alpha}{\partial p} \right) \right)$$

$$m_3 = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\left(\gamma\frac{\partial a}{\partial S_g} - \gamma\frac{\partial b}{\partial S_o} \right) - \frac{dp}{d\chi}\left(\gamma\frac{\partial \alpha}{\partial S_g} - \gamma\frac{\partial \alpha}{\partial S_o} \right)$$

$$m_4 = \frac{dp}{d\chi}\left(-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\left(\alpha\frac{\partial b}{\partial p} - \beta\frac{\partial a}{\partial p} \right) - \frac{dp}{d\chi}\left(\alpha\frac{\partial \beta}{\partial p} - \beta\frac{\partial \alpha}{\partial p} \right) \right)$$

$$m_5 = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\left(\alpha\frac{\partial b}{\partial S_w} - \alpha\frac{\partial b}{\partial S_g} - \beta\frac{\partial a}{\partial S_w} + \beta\frac{\partial a}{\partial S_g} \right) - \frac{dp}{d\chi}\left(\alpha\frac{\partial \beta}{\partial S_w} - \alpha\frac{\partial \beta}{\partial S_g} - \beta\frac{\partial \alpha}{\partial S_w} + \beta\frac{\partial \alpha}{\partial S_g} \right)$$

$$m_6 = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\left(\beta\frac{\partial a}{\partial S_o} - \beta\frac{\partial a}{\partial S_g} - \alpha\frac{\partial b}{\partial S_o} + \alpha\frac{\partial b}{\partial S_g} \right) - \frac{dp}{d\chi}\left(\beta\frac{\partial \alpha}{\partial S_o} - \beta\frac{\partial \alpha}{\partial S_g} - \alpha\frac{\partial \beta}{\partial S_o} + \alpha\frac{\partial \beta}{\partial S_g} \right)$$

Для указанных граничных условий (4.75) и (4.76), система нелинейных дифференциальных уравнений (4.77), (4.78), (4.79) и (4.80) можно была решена с помощью метода Рунге-Кутты. Для сведения начальной краевой задачи к задаче Коши был использован метод пристрелки с правой границы. Также сумма насыщенности флюида равна единице (то есть $S_o + S_g + S_w = 1$).

Подробный вывод полуаналитического решения для трехфазной фильтрации в радиальной постановке при постоянном дебите приведен в приложении Д.

4.3 Учет влияния капиллярного давления при расчете многофазной фильтрации в газоконденсатном пласте

Мелькие поры в газоконденсатных залежах, обычно порядка нанометров, значительно увеличивают роль капиллярного давления на разработку и добычу в таких пластах [2].

В данной главе разработана физико-математическая модель с учетом влияния капиллярного давления в PVT свойствах флюидов, а также как дополнительное слагаемое градиента капиллярного давления в основном уравнении двухфазной фильтрации в радиальной постановке. Капиллярное давление было учтено только как функция насыщенности флюидов (Рис. 4.12). Полученный результат позволяет утверждать, что учет капиллярного давления в PVT свойствах флюидов оказывает существенное влияние на динамику распределения давления и насыщенности вертикальной скважины, тогда как его учет в виде дополнительного слагаемого значительного эффекта не имеет.

Теоретически, капиллярное давление в пористых средах считается пропорциональным межфазному натяжению, заданному уравнением Юнга-Лапласа, которое может быть упрощено, как показано ниже, если радиусы кривизны поверхности равны:

$$p_g - p_o = p_{cgo} = \frac{2\sigma}{R_i} \tag{4.81}$$

где σ - межфазное натяжение, R_i - радиусы сферической границы

Радиусы сферической границы могут быть связаны с радиусом капиллярной трубки через угол касания между двумя фазами:

$$\cos\theta = \frac{r_c}{R_i} \tag{4.82}$$

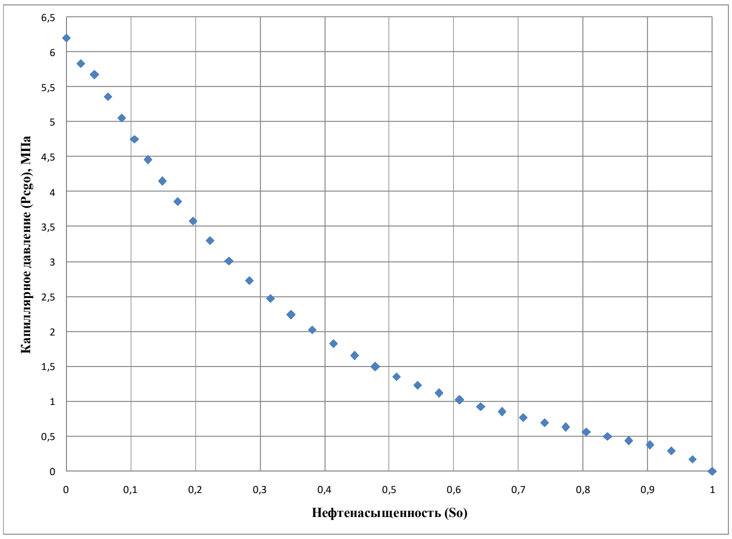


Рисунок 4.12 – Капиллярное давление как функция нефтенасыщенности

В пористых породах радиусы кривизны поверхности являются функциями насыщения, смачиваемости, геометрии пор и других свойств пород [50]. Для выбранного типа породы капиллярное давление обычно определяется экспериментально как функция насыщения для данного образца горной породы. В классическом моделировании межфазное натяжение считается фиксированным, и, таким образом, капиллярное давление зависит от насыщения. В данном разделе капиллярное давление рассматривается как независимая функция межфазного натяжения.

При моделировании blackoil свойства флюида оценивают, используя единую таблицу PVT, полученную из экспериментальных данных, или усовершенствованное уравнение состояния без учета капиллярного давления. Таким образом, в данном разделе эффект капиллярного давления относится к условиям, где свойства газовой фазы (B_g, μ_g, R_v) рассчитываются при помощи PVT таблицы при P_g, тогда как свойства нефтяной фазы (B_o, μ_o, R_s) вычисляются при P_o, которая меньше P_g на величину капиллярного давления, которое зависит от насыщения. Следует отметить, что этот метод учета эффекта капиллярного давления с использованием единственной таблицы PVT, предполагающий отсутствие капиллярного давления, является термодинамически нестабильным, поскольку известно, что эффект капиллярного давления рассматривается при создании свойств PVT.

Основные уравнения двухфазной фильтрации для радиального цилиндрического потока в такой постановке будут выглядеть следующим образом:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}+R_s\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_g}{B_g}+R_s\frac{s_o}{B_o}\right) \tag{4.83}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}+R_v\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}\right)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_o}{B_o}+R_v\frac{s_g}{B_g}\right) \tag{4.84}$$

Граничные и начальные условия на скважине определим исходя из постоянства дебита. Давление на бесконечности не зависит от времени и равно начальному, насыщенность конденсата на бесконечности всегда равна постоянному значению (обычно 0).

$$p(r,t=0)=p_i \text{ и } S_o(r,t=0)=S_{oi} \tag{4.85}$$

$$\lim_{r\to\infty} p=p_i \text{ и } \lim_{r\to\infty} S_o=S_{oi} \tag{4.86}$$

$$p(r=r_w,t)=p_{wf,gt} \tag{4.87}$$

Давления и насыщенности компонентов газа и нефти представлены ниже:

$$\omega_{gg}(p_g,S_o)=\frac{k_{rg}(S_o)}{\mu_g(p_g)B_g(p_g)} \tag{4.88}$$

$$\omega_{go}(p_o,S_o)=R_s(p_o)\frac{k_{ro}(S_o)}{\mu_o(p_o)B_o(p_o)} \tag{4.89}$$

$$\omega_{oo}(p_o,S_o)=\frac{k_{ro}(S_o)}{\mu_o(p_o)B_o(p_o)} \tag{4.90}$$

$$\omega_{og}(p_g,S_o)=R_v(p_g)\frac{k_{rg}(S_o)}{\mu_g(p_g)B_g(p_g)} \tag{4.91}$$

$$\omega_{gsc}(p_o,p_g,S_o)=\omega_{gg}(p_g,S_o)+\omega_{go}(p_o,S_o) \tag{4.92}$$

$$\omega_{osc}(p_o,p_g,S_o)=\omega_{oo}(p_o,S_o)+\omega_{og}(p_g,S_o) \tag{4.93}$$

$$J_{gsc}(p_o,p_g,S_o)=\frac{s_g}{B_g(p_g)}+R_s(p_o)\frac{s_o}{B_o(p_o)} \tag{4.94}$$

$$J_{osc}(p_o,p_g,S_o)=\frac{s_o}{B_o(p_o)}+R_v(p_g)\frac{s_g}{B_g(p_g)} \tag{4.95}$$

Подставляя уравнения (4.88) – (4.95) в уравнения (4.83) и (4.84), получим:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\cdot\omega_{gg}\frac{\partial p_g}{\partial r}+r\cdot\omega_{go}\frac{\partial p_o}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\cdot\frac{\partial J_{gsc}}{\partial t} \tag{4.96}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\cdot\omega_{og}\frac{\partial p_g}{\partial r}+r\cdot\omega_{oo}\frac{\partial p_o}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\cdot\frac{\partial J_{osc}}{\partial t} \tag{4.97}$$

Подставляя автомодельную переменную χ в уравнение (4.96) и (4.97),

$$\chi = \ln\left(r\frac{1}{\sqrt{\kappa t}}\right), \text{ где } \kappa = \frac{k}{\mu c_t \phi}, c_t = \frac{\left(\frac{1}{B_g} - 1\right)}{P_i}$$

получим:

$$\frac{d}{d\chi}\left[\omega_{gg}\frac{\partial p_g}{\partial \chi} + \omega_{go}\frac{\partial p_o}{\partial \chi}\right] = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\cdot\frac{dJ_{gsc}}{d\chi} \quad (4.98)$$

$$\frac{d}{d\chi}\left[\omega_{og}\frac{\partial p_g}{\partial \chi} + \omega_{oo}\frac{\partial p_o}{\partial \chi}\right] = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\cdot\frac{dJ_{osc}}{d\chi} \quad (4.99)$$

В выбранных координатах граничные условия будут:

$$\frac{dp}{d\chi}(\chi = \chi_w) = \frac{q_{gsc,gt}}{2\pi kh} \quad (4.100)$$

$$\lim_{\chi\to\infty} p = p_i \text{ и } \lim_{\chi\to\infty} S_o = S_{oi} \quad (4.101)$$

При известном давлении газовой фазы давление нефтяной фазы вычисляется, соответственно:

$$\frac{dp_o}{d\chi} = \frac{dp_g}{d\chi} - \frac{dp_{cgo}}{d\chi}\frac{dS_o}{d\chi} \quad (4.102)$$

То есть, подставляя $\frac{dP_o}{d\chi}$ в уравнения (4.98) и (4.99), получим:

$$\frac{d}{d\chi}\left[\omega_{gg}\frac{\partial p_g}{\partial \chi} + \omega_{go}\left(\frac{dp_g}{d\chi} - \frac{dp_{cgo}}{d\chi}\frac{dS_o}{d\chi}\right)\right] = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\cdot\frac{dJ_{gsc}}{d\chi} \quad (4.103)$$

$$\frac{d}{d\chi}\left[\omega_{og}\frac{\partial p_g}{\partial \chi} + \omega_{oo}\left(\frac{dp_g}{d\chi} - \frac{dp_{cgo}}{d\chi}\frac{dS_o}{d\chi}\right)\right] = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\cdot\frac{dJ_{osc}}{d\chi} \quad (4.104)$$

При моделировании многофазной фильтрации в газоконденсатной системе для указанного условия $(S_o < S_{oc})$, дополнительное слагаемое градиента капиллярного давления в левой части уравнений (4.103) и (4.104) отсутствует, так как $\omega_{go} = \omega_{oo} = 0$ и получим:

$$\frac{d}{d\chi}\left[\omega_{gg}\frac{\partial p_g}{\partial \chi}\right] = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\cdot\frac{dJ_{gsc}}{d\chi} \quad (4.105)$$

$$\frac{d}{d\chi}\left[\omega_{og}\frac{\partial p_g}{\partial \chi}\right] = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\cdot\frac{dJ_{osc}}{d\chi} \quad (4.106)$$

Система нелинейных дифференциальных уравнений (4.107), (4.108), и (4.109):

$$\frac{dy_1}{d\chi} = \frac{1}{\omega_{gg}} \cdot y_3 \tag{4.107}$$

$$\frac{dy_2}{d\chi} = \frac{dy_1}{d\chi} \cdot \frac{-\frac{e^{2z}}{2\mu c_t}\left(\omega_{gg}\frac{\partial J_{gsc}}{\partial p_g} - \omega_{og}\frac{\partial J_{osc}}{\partial p_g}\right) - \frac{dy_1}{d\chi}\left(\omega_{og}\frac{\partial \omega_{gg}}{\partial p_g} - \omega_{gg}\frac{\partial \omega_{og}}{\partial p_g}\right)}{\frac{dy_1}{d\chi}\left(\omega_{og}\frac{\partial \omega_{gg}}{\partial S_o} - \omega_{gg}\frac{\partial \omega_{og}}{\partial S_o}\right) + \frac{e^{2z}}{2\mu c_t}\left(\omega_{og}\frac{\partial J_{gsc}}{\partial S_o} - \omega_{gg}\frac{\partial J_{osc}}{\partial S_o}\right)} \tag{4.108}$$

$$\frac{dy_3}{d\chi} = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t} \cdot \left(\frac{\partial J_{gsc}}{\partial p_g}\frac{dy_1}{d\chi} + \frac{\partial J_{gsc}}{\partial S_o}\frac{dy_2}{d\chi}\right) \tag{4.109}$$

Здесь $y_1 = p_g, y_2 = S_o$ $и$ $y_3 = \omega_{gg}\frac{dp_g}{d\chi} = \omega_{gg}\frac{dy_1}{d\chi}$

При моделировании многофазной фильтрации в газоконденсатной системе для указанного условия $(S_o > S_{oc})$, дополнительное слагаемое градиента капиллярного давления в левой части уравнений (4.103) и (4.104) присутствует, так как $\omega_{go} \neq \omega_{oo} \neq 0$:

$$\frac{d}{d\chi}\left[\omega_{gsc}\frac{\partial p_g}{\partial \chi} - \omega_{go}\frac{dp_{cgo}}{d\chi}\frac{dS_o}{d\chi}\right] = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t} \cdot \frac{dJ_{gsc}}{d\chi} \tag{4.110}$$

$$\frac{d}{d\chi}\left[\omega_{osc}\frac{\partial p_g}{\partial \chi} - \omega_{oo}\frac{dp_{cgo}}{d\chi}\frac{dS_o}{d\chi}\right] = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t} \cdot \frac{dJ_{osc}}{d\chi} \tag{4.111}$$

Решая совместно уравнения (4.110) и (4.111) и выразив $\frac{dS_o}{d\chi} = \frac{dy_2}{d\chi}$, получим:

$$L_1\left(\frac{dy_2}{d\chi}\right) + L_2\frac{dy_2}{d\chi} + L_3 = 0 \tag{4.112}$$

После преобразований уравнения (4.112), получим:

$$\frac{dy_2}{d\chi} = \frac{-L_2 - \sqrt{L_2^2 - 4L_1L_3}}{2L_1} \tag{4.113}$$

где

$$L_1 = \left(-\frac{\partial \omega_{go}}{\partial S_o} + \frac{\omega_{gsc}}{\omega_{osc}}\frac{\partial \omega_{oo}}{\partial S_o}\right)\frac{\partial p_{cgo}}{\partial S_o}$$

$$L_2 = \left(\frac{\partial \omega_{gsc}}{\partial S_o} - \frac{\omega_{gsc}}{\omega_{osc}} \frac{\partial \omega_{osc}}{\partial S_o} - \frac{\partial p_{cgo}}{\partial S_o} \frac{\partial \omega_{go}}{\partial p_g} + \frac{\omega_{gsc}}{\omega_{osc}} \frac{\partial p_{cgo}}{\partial S_o} \frac{\partial \omega_{oo}}{\partial p_g} \right) + \frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t} \left(\frac{\partial J_{gsc}}{\partial S_o} - \frac{\omega_{gsc}}{\omega_{osc}} \frac{\partial J_{osc}}{\partial S_o} \right)$$

$$L_3 = \frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t} \left(\frac{\partial J_{gsc}}{\partial p_g} - \frac{\omega_{gsc}}{\omega_{osc}} \frac{\partial J_{osc}}{\partial p_g} \right) \frac{dy_1}{d\chi} + \left(\frac{\partial \omega_{gsc}}{\partial p_g} - \frac{\omega_{gsc}}{\omega_{osc}} \frac{\partial \omega_{osc}}{\partial p_g} \right) \left(\frac{dy_1}{d\chi} \right)^2 - \frac{\partial p_{cgo}}{\partial S_o} \left(\omega_{go} - \frac{\omega_{gsc}}{\omega_{osc}} \omega_{oo} \right) \frac{d^2 S_o}{d\chi^2}$$

Система нелинейных дифференциальных уравнений (4.114), (4.115), и (4.116):

$$\frac{dy_1}{d\chi} = \frac{1}{\omega_{gsc}} \cdot y_3 \qquad (4.114)$$

$$\frac{dy_2}{d\chi} = \frac{-L_2 - \sqrt{L_2^2 - 4L_1L_3}}{2L_1} \qquad (4.115)$$

$$\frac{dy_3}{d\chi} = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t} \frac{\partial J_{gsc}}{\partial p_g} + \frac{\partial \omega_{go}}{\partial \chi} \frac{\partial p_{cgo}}{\partial \chi} \frac{\partial S_o}{\partial \chi} + \omega_{go} \frac{\partial p_{cgo}}{\partial \chi} \frac{\partial^2 S_o}{\partial \chi^2} + \omega_{go} \frac{\partial^2 p_{cgo}}{\partial \chi^2} \frac{\partial S_o}{\partial \chi} - \frac{\partial \omega_{gsc}}{\partial \chi} \frac{\partial y_1}{\partial \chi} \qquad (4.116)$$

Здесь, $y_1 = p_g, y_2 = S_o$ и $y_3 = \omega_{gsc} \frac{dp_g}{d\chi} = \omega_{gsc} \frac{dy_1}{d\chi}$

Для указанных граничных условий система нелинейных дифференциальных уравнений (4.107), (4.108), (4.109) и (4.114), (4.115), (4.116) была решена с помощью метода Рунге-Кутты. Для сведения начальной краевой задачи к задаче Коши был использован метод пристрелки с правой границы. Дебит на забое скважины находился по переменной y_3, выходящей на константу при уменьшении координаты безразмерной переменной.

На рисунках 4.13– 4.16 показаны зависимости давления, насыщенности конденсатом и градиента давления с учетом эффекта градиента капиллярного давления от безразмерной переменной χ.

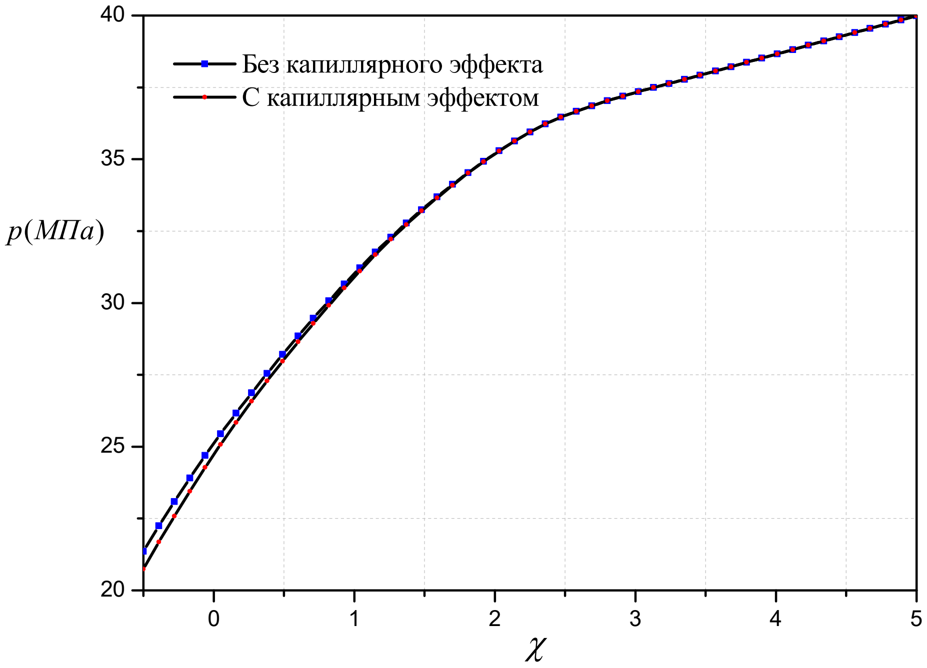


Рисунок 4.13 – Распределение давления ($q_{gsc,gt} = 42\ м^3/сут$)

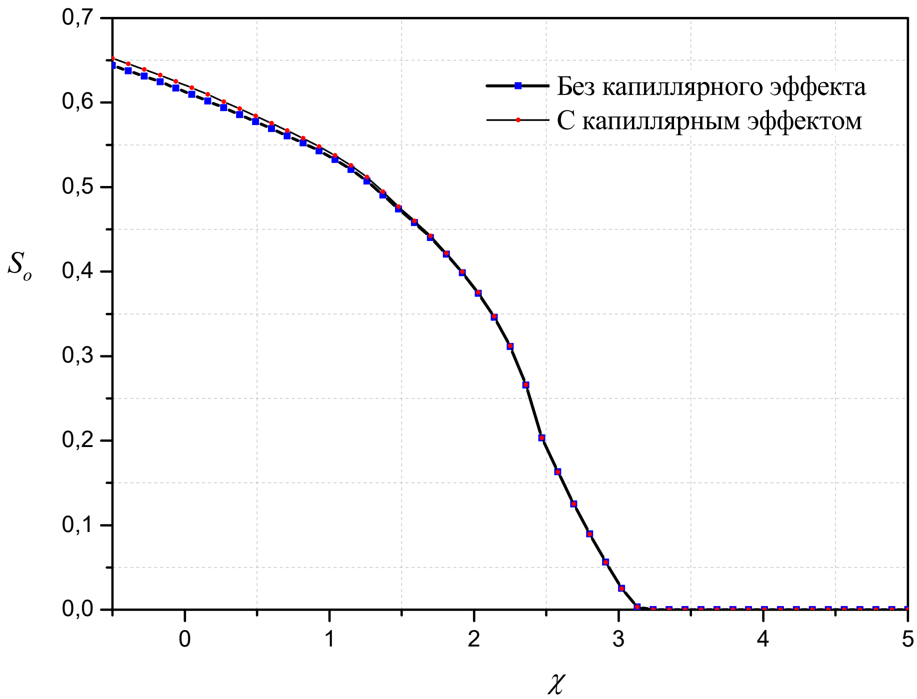


Рисунок 4.14 – Распределение насыщенности конденсатом ($q_{gsc,gt} = 42 м^3/сут$)

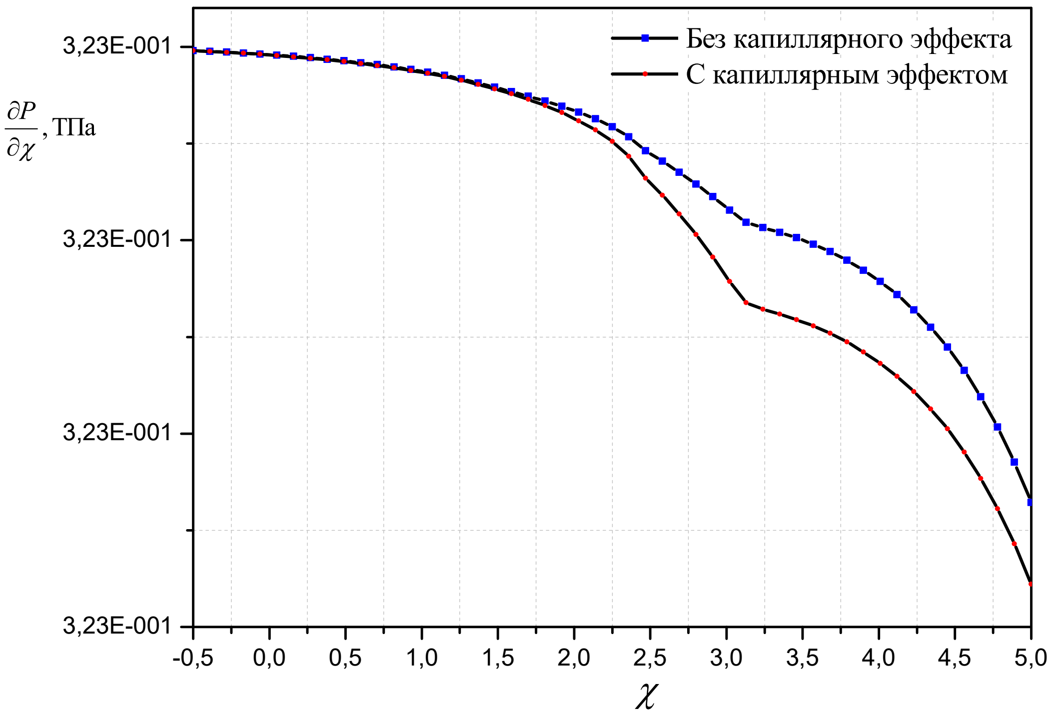


Рисунок 4.15 – Распределение градиента давления ($q_{gsc,gt} = 42\, м^3/сут$)

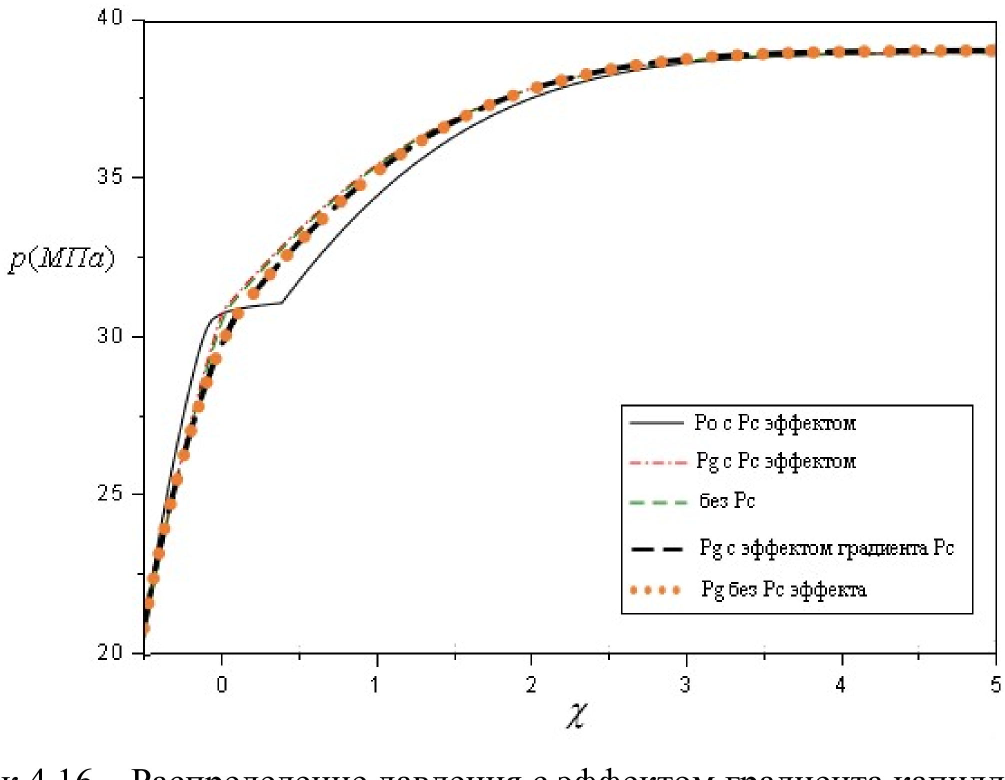


Рисунок 4.16 – Распределение давления с эффектом градиента капиллярного давления ($q_{gsc,gt} = 42\, м^3/сут$)

Выводы по главе 4

В представленной работе разработан полуаналитический подход к оценке параметров работы вертикальной скважины при разработке газоконденсатных залежей. Предложенный подход позволяет рассчитать нестационарные распределения давления и насыщенности в пласте, динамику забойного давления скважины для любых реальных значений PVT параметров системы и относительных фазовых проницаемостей газ-конденсат.

Полученный результат позволяет утверждать, что учет капиллярного давления в PVT свойствах флюидов оказывает существенное влияние на динамику распределения давления и насыщенности вертикальной скважины, тогда как его учет в виде дополнительного слагаемого значительного эффекта не имеет.

При решении практических задач предложенный метод может быть использован для оптимизации режима работы скважины из условия снижения негативных эффектов выпадения конденсата в пласте.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработана модель расчёта относительных фазовых проницаемостей для трех несмешивающихся флюидов на основе метода асимптотических координат.

2. Предложена PVT корреляция (с использованием машинного обучения – искусственных нейронных сетей (ИНС)) для газоконденсатных систем, которая не требует проведения сложных процедур расчета или PVT отчетов.

3. Получено полуаналитическое решение для расчета динамики забойного давления вертикальной скважины в двухфазной постановке.

4. Предложен физико-математический подход решения нестационарных уравнений многофазной фильтрации с учетом капиллярных эффектов в газоконденсатном пласте.

5. Найдено полуаналитическое решение уравнения многофазной фильтрации в трехфазной постановке.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

ГК	–	Газовый конденсат
ДД	–	Дифференциальное дегазирование
ДК	–	Дифференциальная конденсация
ЛН	–	Легкая нефть
СК	–	Суперкритический флюид
УС	–	Уравнение состояния
CGR	–	Содержание конденсата
GIIP	–	Начальные запасы газа
IOIP	–	Начальные запасы нефти
$\omega_{gsc}, \omega_{osc}$	–	Коэффициент накопления газа и нефти
q_{gsc}, q_{osc}	–	Расход газа и нефти
μ_g, μ_o	–	Вязкость газа и нефти
ϕ	–	Пористость
z	–	Автомодельная переменная для радиального потока
z_w	–	Независимая автомодельная переменная на забое
r_w	–	Радиус скважины
C_t	–	Общая сжимаемость
B_{gi}	–	Коэффициент начального пластового объема газа
B_{od}	–	Объемный коэффициент при давлении точки росы и ниже
C_{7+}	–	Гептан и более тяжелые компоненты этого ряда
P_d	–	Давление точки росы
R_s	–	Газосодержание
R_{sd}	–	Газосодержание при давлении точки росы и ниже
R_v	–	Газоконденсатный фактор
R_{vd}	–	Газоконденсатный фактор при давлении точки росы и ниже
γ_o	–	Удельный вес товарной нефти
γ_g	–	Удельный вес газа

B_g, B_o	–	Объемный коэффициент газа и нефти
T_r	–	Пластовая температура
Z	–	Коэффициент сверхсжимаемости газа при условиях P, T

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Abdul-Latif B.L. Modeling Gas - Condensate Reservoir Performance in Multiphase Radial Flow Systems [Электронный ресурс] / B.L. Abdul-Latif // 80th EAGE Conference and Exhibition. – 2018. – Режим доступа:http://doi.org/10.3997/2214-4609.201801743

2. Abdul-Latif B.L. Semi-Analytical Assessment of Condensate banking effects in Fracture Design and Optimisation of Gas-Condensate Reservoirs [Электронный ресурс] / B.L. Abdul-Latif // EAGE Saint Petersburg. – 2018. – Режим доступа:http://doi.org/10.3997/2214-4609.201800142

3. Abdul-Latif B.L. Hydraulic Fracture Design and Well Spacing Optimization for Gas-Condensate Reservoirs [Электронный ресурс] / B.L. Abdul-Latif, S. Hikmahtiar // SPE/IATMI Asia Pacific Oil and Gas Conference and exhibition. – 2017. – Режим доступа:http://doi.org/10.2118/186297-MS

4. Abdul-Latif B.L. Review: Uncertainty Analysis and Design Optimisation of Gas - Condensate Fields [Электронный ресурс] / B.L. Abdul-Latif, S. Hikmahtiar, D.E. Tsikplornu // SPE/IATMI Asia Pacific Oil and Gas Conference and exhibition. – 2017. – Режим доступа: http://doi.org/10.2118/186899-MS

5. Al-Marhoun M.A. Evaluation of empirically derived PVT properties for Middle East crude oils / M.A. Al-Marhoun // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2004. –№ 2–4 (42). – pp. 209–221.

6. Aziz K. Petroleum reservoir simulation / K. Aziz, A. Settari // Elsevier Applied Science Publishers, London. – 1979. – pp. 135–139.

7. Baker L.E. Three-Phase Relative Permeability Correlations [Электронный ресурс] / L.E. Baker // SPE Enhanced Oil Recovery Symposium. – 1988. – Режим доступа: https://doi.org/10.2118/17369-MS

8. Behmanesh H. Production data analysis of liquid rich shale gas condensate reservoirs [Электронный ресурс] / H. Behmanesh, H. Hamdi, C.R. Clarkson // SPE Unconventional Resources Conference. – 2013. – Режим доступа: https://doi.org/10.2118/167160-MS

9. Beygi M.R. Novel Three-Phase Compositional Relative Permeability and

Three-Phase Hysteresis Models / M.R. Beygi, D. Mojdeh, V.S. Pudugramam, A.P. Gary, M.F. Wheeler // SPE Journal. – 2015. – № 01 (20). – pp. 021–034.

10. Bird R.B. Transport Phenomena / R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot // John Wiley & Sons, 2nd Edition New York. – 2002. – pp. 912.

11. Birkhoff G. Hydrodynamics: A Study in Logic, Fact and Similitude / G. Birkhoff // Princeton University Press, New York. – 1950. – pp. 116.

12. Blunt M.J. An Empirical Model for Three-Phase Relative Permeability [Электронный ресурс] / M.J. Blunt // SPE Journal. – 2000. – Режим доступа: https://doi.org/10.2118/67950-PA.

13. Boe A. Two-Phase Pressure Test Analysis / A. Boe, S.M. Skjaeveland, C.H. Whitson // SPE Formation Evaluation. – 1989. – № 04 (4). – pp. 604–610.

14. Boltzmann L. Zur Integration der Diffusionsgleichung bei variabeln Diffusionscoefficienten/ L. Boltzmann // Annalen der Physik. – 1894. – № 13 (289). – pp. 959 –964.

15. Carslow H.S. Conduction of Heat in Solids / H.S. Carslow, J.C. Jaeger, J.E. Morral // Oxford University Press, London. – 1986. – pp. 378.

16. Chen C. On the liquid-flow analog to evaluate gas wells producing in shales / C. Chen, R. Raghavan // SPE Reservoir Evaluation and Engineering. – 2013. – № 2 (16). – pp. 209–215.

17. Coats K.H. Simulation of Gas Condensate Reservoir Performance / K.H. Coats // Journal of Petroleum Technology. – 1985. – № 10 (37). – С. 1870–1886.

18. Crank J. The Mathematics of Diffusion / J. Crank // Oxford Science Publications, United Kingdom. – 1975. – pp. 399–406.

19. Delshad M. Two- and Three-Phase Relative Permeabilities of Micellar Fluids / M. Delshad, M. Delshad, G.A. Pope // SPE Formation Evaluation. – 1987. – № 3 (2). – pp. 327–337.

20. Doughty C. A similarity solution for two-phase fluid and heat flow near high-level nuclear waste packages emplaced in porous media / C. Doughty, K. Pruess // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 1990. – № 6 (33). – pp. 1205–1222.

21. Dranchuk P.M. Calculation Of Z Factors For Natural Gases Using Equations Of State [Электронный ресурс] / P.M. Dranchuk, J.H. Abou-Kassem // Journal of Canadian Petroleum Technology. – 1975. – Режим доступа: https://doi.org/10.2118/75-03-03.

22. Dresner L. Similarity Solutions of Nonlinear Partial Differential Equations / L. Dresner // Pitman Research in Mathematics Series, London, Longman. – Vol 88. – 1983. – 211 pp.

23. Element D.J. Assessment of Three-Phase Relative Permeability Models Using Laboratory Hysteresis Data / D.J. Element, J.H.K. Masters, N.C. Sargent, A.J. Jayasekera, S.G. Goodyear // SPE International Improved Oil Recovery Conference in Asia Pacific. – 2003. – pp. 403–410.

24. Fan L. Understanding gas-condensate reservoirs / L. Fan, B. Harris, A. Jamaluddin // Oilfield Review. – 2005. – № Winter 2005/2006. – pp. 14–27.

25. Hustad O.S. A consistent correlation for three phase relative permeabilities and phase pressures based on three sets of two phase data [Электронный ресурс] / O.S. Hustad, A.G. Hansen // 8th European Symposium on Improved Oil Recovery. – Режим доступа: http://doi.org/10.3997/2214-4609.201406940.

26. Hustad O.S. A Fully Coupled Three-Phase Model for Capillary Pressure and Relative Permeability for Implicit Compositional Reservoir Simulation / O.S. Hustad, D.J. Browning // SPE Journal. – 2010. – № 4 (15). – pp. 1003–1019.

27. Hustad O.S. Gravity Stable Displacement of Oil by Hydrocarbon Gas After Waterflooding [Электронный ресурс] / O.S. Hustad, T. Holt // SPE/DOE Enhanced Oil Recovery Symposium. – 1992. – Режим доступа: https://doi.org/10.2118/24116-MS.

28. Hustad O.S. A consistent correlation for three phase relative permeabilities and phase pressures based on three sets of two phase data / O.S. Hustad, A.G. Hansen // 8th European Symposium on Improved Oil Recovery. – 1995. – pp. 1–289.

29. Jolliffe I.T. Principal Component Analysis / I.T. Jolliffe // Journal of the

American Statistical Association. – 2002. –pp. 1082–1083.

30. Khaled A.F. Volatile Oil and Gas Condensate Reservoir Fluid Behavior for Material Balance Calculations and Reservoir Simulation: PhD Dissertation / A. Khaled, M.H. Sayyouh, A.H. El-Banbi. – Egypt, 2010. – pp. 188 c.

31. Lal R.R. Well Testing in Gas Condensate Reservoirs: MSc. Thesis / R.R. Lal. // Stanford University. – 2003. – pp. 1–72.

32. Leverett M.C. Steady Flow of Gas-oil-water Mixtures through Unconsolidated Sands / M.C. Leverett, W.B. Lewis // Transactions of the AIME. – 1941. – № 01 (142). – pp. 107–116.

33. McCain W.D. Heavy Components Control Reservoir Fluid Behavior / W.D. McCain // Journal of Petroleum Technology. – 1994. – № 09 (46). – pp. 746–750.

34. McVay D.A. Generation of PVT Properties for Modified Black-Oil Simulation of Volatile Oil and Gas Condensate Reservoir : PhD Dissertation / D.A. McVay // Texax A&M University. – 1994. – pp. 32–58

35. Miller N. Application of Horizontal Wells to Reduce Condensate Blockage in Gas Condensate Reservoirs [Электронный ресурс] / N. Miller, H. Nasrabadi, D. Zhu // International Oil and Gas Conference and Exhibition, China. – 2010. – Режим доступа: https://www.onepetro.org/conference-paper/SPE-130996-MS.

36. O’Sullivan M. Analysis of Injection Testing of Geothermal Reservoirs / M. O’Sullivan, K. Pruess // Transactions-Geothermal Resource Council. – 1980. (4). – pp. 401–414.

37. Oak M.J. Three-Phase Relative Permeability of Water-Wet Berea [Электронный ресурс] / M.J. Oak // SPE/DOE Enhanced Oil Recovery Symposium. – 1990. – Режим доступа: https://doi.org/10.2118/20183-MS

38. Oak M.J., Baker L.E., Thomas D.C. Three-Phase Relative Permeability of Berea Sandstone / M.J. Oak, L.E. Baker, D.C. Thomas // Journal of Petroleum Technology. – 1990. – № 8 (42). – pp. 1054–1061.

39. Pruess K. An analytical solution for heat transfer at a boiling front

moving through a porous medium / K. Pruess, C. Calore, R. Celati, Y.S. Wu // international Journal of Heat and Mass Transfer. – 1987. – № 12 (30). – pp. 2595–2602.

40. Qanbari F. A new method for production data analysis of tight and shale gas reservoirs during transient linear flow period / F. Qanbari, C.R. Clarkson // Journal of Natural Gas Science and Engineering. – 2013. (14). – pp. 55–65.

41. Raghavan R. Well Test Analysis / R. Raghavan // PTR Prentice Hall Inc. – 1993. – pp. 558.

42. Shahverdi H. Evaluation of Three-Phase Relative Permeability Models for WAG Injection Using Water-Wet and Mixed-Wet Core Flood Experiments / H. Shahverdi, M. Jamiolahmady, F. Mobeen // SPE EUROPEC/EAGE Annual Conference and Exhibition. – 2011. – № May 2011. – pp. 23–26.

43. Shahverdi H. Three-phase relative permeability and hysteresis effect during WAG process in mixed wet and low IFT systems / H. Shahverdi, M. Sohrabi, M. Jamiolahmady, F. Mobeen // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2011. – № 3–4 (78). – pp. 732–739.

44. Shlens J. A Tutorial on Principal Component Analysis [Электронный ресурс] / J. Shlens // ArXiv. – 2014. – Режим доступа: arXiv:1404.1100v1

45. Sohrabi M. Visualisation of Oil Recovery by Water Alternating Gas (WAG) Injection Using High Pressure Micromodels - Water-Wet System [Электронный ресурс] /M. Sohrabi, G.D. Henderson, D.H. Tehrani, A. Danesh //SPE Annual Technical Conference and Exhibition. – 2000. – Режим доступа: https://doi.org/10.2118/63000-MS

46. Standing M.B. Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems / M.B. Standing // SPE AIME. – 1977. – pp. 123.

47. Stone H.L. Probability Model for Estimating Three-Phase Relative Permeability / H.L. Stone // J. Pet Tech. – 1970. (22). – pp. 214–218.

48. Stone H.L. Estimation Of Three-Phase Relative Permeability And Residual Oil Data. / H.L. Stone // Journal of Canadian Petroleum Technology. – 1973. – № 4 (12). – pp. 53–61.

49. Thomas F. B. Towards Optimising Gas Condensate Reservoirs [Электронный ресурс] / F. B.Thomas, X. L. Zhou, D. B. Bennion, D.W. Bennion // Petroleum Society of CIM and CANMET. – 1995. – Режим доступа: https://doi.org/10.2118/95-09

50. Tiab D. Petrophysics: theory and practice of measuring reservoir rock and fluid transport properties / D. Tiab, E. Donaldson //Gulf Professional Pub. – 2011. – pp. 976.

51. Ursin J.R. Fluid flow in gas condensate reservoirs: The interplay of forces and their relative strengths / J.R. Ursin // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2004. – № 4 (41). – pp. 253–267.

52. Vazquez M. Correlations for Fluid Physical Property Prediction / M. Vazquez, H.D. Beggs // Journal of Petroleum Technology. – 1980. – pp. 968–970.

53. Wall C.G. Characteristics of gas condensate reservoirs and traditional production methods / C.G. Wall // Oyez Scientific & Technical Services Ltd. – 1982. – pp. 1–12.

54. Walsh M. A generalized approach to primary hydrocarbon recovery of petroleum exploration and production / M. Walsh, L.W. Lake // Elsevier. – 2003. – pp. 652.

55. Walsh M.P. The New, Generalized Material Balance as an Equation of a Straight Line: Part 2 - Applications to Saturated and Non-Volumetric Reservoirs / M.P. Walsh, J. Ansah, R. Raghavan // Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference. – 1994. – pp. 859–865.

56. Walsh M.P. Method computes PVT properties for gas condensate / M.P. Walsh, B.F. Towler // Oil and Gas Journal. – 1995. – № 31 (93). – pp. 83–86.

57. Whitson C.H. Evaluating Constant-Volume Depletion Data / C.H. Whitson, S.B. Torp // Journal of Petroleum Technology. – 1983. – pp. 610–620.

58. Абдул-Латиф Б.Л. Физико-математический подход решений нестационарных уравнений многофазной фильтрации с учетом капиллярных эффектов в газоконденсатных системах [Электронный ресурс] / Б.Л. Абдул-Латиф, Л.М. Буданов // Engineering and Mining Geophysics. – 2018. – Режим

доступа: http://doi.org/10.3997/2214-4609.201800525

59. Басниев К.С. Максимов В.М. Подземная гидромеханика / К.С. Басниев, И.Н. Кочина, В.М. Максимов. – Москва, 1993. – 416 с.

60. Гиматудинов Ш.К. Физика нефтяного и газового пласта / Ш.К. Гиматудинов. – Москва, 1971. – 310 с.

61. Котяхов Ф.И. Физика нефтяных и газовых коллекторов / Ф.И. Котяхов. – Москва, 1977. – 288 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Полуаналитический подход к расчету динамики забойного давления вертикальной скважины в радиальной постановке.

Основные уравнения двухфазной фильтрации для радиального цилиндрического потока в такой постановке будут выглядеть следующим образом:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}+R_s\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_g}{B_g}+R_s\frac{s_o}{B_o}\right) \qquad \text{(А-1)}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}+R_v\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}\right)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_o}{B_o}+R_v\frac{s_g}{B_g}\right) \qquad \text{(А-2)}$$

Граничные и начальные условия на скважине определим исходя из постоянства дебита. Давление на бесконечности не зависит от времени и равно начальному, насыщенность конденсата на бесконечности всегда равна постоянному значению (обычно 0).

$$p(r,t=0)=p_i \ и \ S_o(r,t=0)=S_{oi} \qquad \text{(А-3)}$$

$$\lim_{r\to\infty} p=p_i \ и \ \lim_{r\to\infty} S_o=S_{oi} \qquad \text{(А-4)}$$

$$p(r=r_w,t)=p_{wf,gt} \qquad \text{(А-5)}$$

Предположим:

$$\omega_{gg}(p,S_o)=\frac{k_{rg}(S_o)}{\mu_g(p)B_g(p)}$$

$$\omega_{go}(p,S_o)=R_s(p)\frac{k_{ro}(S_o)}{\mu_o(p)B_o(p)}$$

$$\omega_{oo}(p,S_o)=\frac{k_{ro}(S_o)}{\mu_o(p)B_o(p)}$$

$$\omega_{og}(p,S_o)=R_v(p)\frac{k_{rg}(S_o)}{\mu_g(p)B_g(p)}$$

$$\omega_{gsc}(p,S_o)=\omega_{gg}(p,S_o)+\omega_{go}(p,S_o)$$

$$\omega_{osc}(p,S_o)=\omega_{oo}(p,S_o)+\omega_{og}(p,S_o)$$

$$J_{gsc}(p,S_o)=\frac{s_g}{B_g(p)}+R_s(p)\frac{s_o}{B_o(p)}$$

$$J_{osc}(p,S_o)=\frac{s_o}{B_o(p)}+R_v(p)\frac{s_g}{B_g(p)}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\cdot\omega_{gsc}\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\cdot\frac{\partial J_{gsc}}{\partial t} \tag{A-6}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\cdot\omega_{osc}\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\cdot\frac{\partial J_{osc}}{\partial t} \tag{A-7}$$

Поставляя автомодельную переменную, χ,

$$\chi=\ln\left(r\sqrt{\frac{\phi}{kt}}\right)$$

Получим:

$$\frac{d}{d\chi}\left[\omega_{gsc}\frac{dp}{d\chi}\right]=-\frac{e^{2\chi}}{2}\cdot\frac{dJ_{gsc}}{d\chi} \tag{A-8}$$

$$\frac{d}{d\chi}\left[\omega_{osc}\frac{dp}{d\chi}\right]=-\frac{e^{2\chi}}{2}\cdot\frac{dJ_{osc}}{d\chi} \tag{A-9}$$

$$\frac{dQ}{d\chi}=\frac{\partial Q}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial Q}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\text{, where } Q=J_{gsc},J_{osc},\omega_{jsc},\omega_{osc}$$

$$\left(\frac{\partial\omega_{gsc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial\omega_{gsc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right)\frac{dp}{d\chi}+\omega_{gsc}\frac{d^2p}{d\chi^2}=-\frac{e^{2\chi}}{2}\cdot\left(\frac{\partial J_{gsc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial J_{gsc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right) \tag{A-10}$$

$$\left(\frac{\partial\omega_{osc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial\omega_{osc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right)\frac{dp}{d\chi}+\omega_{osc}\frac{d^2p}{d\chi^2}=-\frac{e^{2\chi}}{2}\cdot\left(\frac{\partial J_{osc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial J_{osc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right) \tag{A-11}$$

Приравнивая $\frac{d^2P}{d\chi^2}$ в обоих уравнениях:

$$\frac{-\frac{e^{2\chi}}{2}\cdot\left(\frac{\partial J_{gsc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial J_{gsc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right)-\left(\frac{\partial\omega_{gsc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial\omega_{gsc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right)\frac{dp}{d\chi}}{\omega_{gsc}}=\frac{-\frac{e^{2\chi}}{2}\cdot\left(\frac{\partial J_{osc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial J_{osc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right)-\left(\frac{\partial\omega_{osc}}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial\omega_{osc}}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}\right)\frac{dp}{d\chi}}{\omega_{osc}}$$

$$\frac{dS_o}{d\chi}=\frac{dp}{d\chi}\cdot\frac{-\frac{e^{2\chi}}{2}\left(\omega_{osc}\frac{\partial J_{gsc}}{\partial p}-\omega_{gsc}\frac{\partial J_{osc}}{\partial p}\right)-\frac{dp}{d\chi}\left(\omega_{osc}\frac{\partial\omega_{gsc}}{\partial p}-\omega_{gsc}\frac{\partial\omega_{osc}}{\partial p}\right)}{\frac{dp}{d\chi}\left(\omega_{osc}\frac{\partial\omega_{gsc}}{\partial S_o}-\omega_{gsc}\frac{\partial\omega_{osc}}{\partial S_o}\right)+\frac{e^{2\chi}}{2}\left(\omega_{osc}\frac{\partial J_{gsc}}{\partial S_o}-\omega_{gsc}\frac{\partial J_{osc}}{\partial S_o}\right)} \tag{A-12}$$

Заменяя $y_1=p, y_2=S_o$ $и$ $y_3=\omega_{gsc}\frac{dp}{d\chi}=\omega_{gsc}\frac{dy_1}{d\chi}$ из уравнения (A-8), мы получим:

$$\frac{dy_1}{d\chi} = \frac{1}{\omega_{gsc}} \cdot y_3 \quad \text{(A-13)}$$

$$\frac{dy_3}{d\chi} = -\frac{e^{2\chi}}{2} \cdot \left(\frac{\partial J_{gsc}}{\partial p} \frac{dy_1}{d\chi} + \frac{\partial J_{gsc}}{\partial S_o} \frac{dy_2}{d\chi} \right) \quad \text{(A-14)}$$

Уравнения (А-12) может быть переписано, как:

$$\frac{dy_2}{d\chi} = \frac{dy_1}{d\chi} \cdot \frac{-\frac{e^{2\chi}}{2}\left(\omega_{osc}\frac{\partial J_{gsc}}{\partial p} - \omega_{gsc}\frac{\partial J_{osc}}{\partial p}\right) - \frac{dy_1}{d\chi}\left(\omega_{osc}\frac{\partial \omega_{gsc}}{\partial p} - \omega_{gsc}\frac{\partial \omega_{osc}}{\partial p}\right)}{\frac{dy_1}{d\chi}\left(\omega_{osc}\frac{\partial \omega_{gsc}}{\partial S_o} - \omega_{gsc}\frac{\partial \omega_{osc}}{\partial S_o}\right) + \frac{e^{2\chi}}{2}\left(\omega_{osc}\frac{\partial J_{gsc}}{\partial S_o} - \omega_{gsc}\frac{\partial J_{osc}}{\partial S_o}\right)} \quad \text{(A-15)}$$

Для условий постоянного забойного давления, внутренние и внешние граничные условия после преобразования Больцмана примут вид:

$$p(\chi = \chi_w) = p_{wf,gt} \quad \text{(A-16)}$$

$$\lim_{\chi \to \infty} p = p_i \text{ и } \lim_{\chi \to \infty} S_o = S_{oi} \quad \text{(A-17)}$$

Для граничных условий в уравнениях (А-16) и (А-17), уравнения (А-13), (А-14) и (А-15) были решены с помощью метода Рунге-Кутты. Для сведения начальной краевой задачи к задаче Коши был использован метод пристрелки с правой границы.

Для условий постоянного дебита, уравнения (А-13), (А-14) и (А-15) остаются такими же, но исходные, внутренние и внешние граничные условия принимают вид:

$$\frac{dp}{d\chi}(\chi = \chi_w) = \frac{q_{gsc,gt}}{2\pi kh} \quad \text{(A-18)}$$

$$\lim_{\chi \to \infty} p = p_i \text{ и } \lim_{\chi \to \infty} S_o = S_{oi} \quad \text{(A-19)}$$

Для граничных условий при постоянном дебите в уравнениях (А-18) и (А-19), уравнения (А-13), (А-14) и (А-15) могут быть решены с помощью метода Рунге-Кутты. Для сведения начальной краевой задачи к задаче Коши был использован метод пристрелки с правой границы.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Решение линейного стока

Для проверки предложенного полуаналитического подхода было проведено сравнение результатов расчета с решением линейного стока при давлении выше давления насыщения.

Объединив закон сохранения масс и закон Дарси для изотермического потока сжимаемой жидкости, получаем радиальное уравнение диффузии, представленное ниже в результате введения формулы Фурье:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}=-\frac{1}{\chi}\frac{\partial p}{\partial r} \tag{B-1}$$

Перепад давления на забое скважины может быть найден следующим образом:

$$p_k=p_i+\frac{Q\mu}{4\pi kh}\cdot\left[Ei\left(-\frac{r^2}{4\chi t}\right)\right] \tag{B-2}$$

Подставляя в уравнение (B-2):

$$\chi=\frac{k}{\mu c_t m} \quad \text{и} \quad z=\ln\left(r\sqrt{\frac{\phi}{kt}}\right)$$

$$p_k=p_i-\frac{Q\mu}{4\pi kh}\cdot\left[-Ei\left(-\frac{e^{2z}\mu c_t}{4}\right)\right] \tag{B-3}$$

$$p_k=p_i-\frac{Q\mu}{4\pi kh}\cdot\int\limits_{-\frac{e^{2z}\mu c_t}{4}}^{\infty}\frac{e^{-u}}{u}du \tag{B-4}$$

$$p_k=p_i-\frac{Q\mu}{4\pi kh}\cdot\int\limits_{-\frac{e^{2z}\mu c_t}{4}}^{\infty}\frac{e^{-u}}{u}du \tag{B-5}$$

Объединяя уравнения (А-13) и (В-4):

$$p_k=p_i-\frac{y_3\mu}{2}\cdot\int\limits_{-\frac{e^{2z}\mu c_t}{4}}^{\infty}\frac{e^{-u}}{u}du \tag{B-6}$$

$$p_k=p_i-\frac{y_3\mu}{2}\cdot\left[\ln\left(\frac{4}{e^{2z}\mu c_t}\right)-0{,}5772\right] \tag{B-7}$$

Формула (В-2) является общим линейным решением для жидкой фазы потока. Таким образом, чтобы формула подходила для однофазного газового потока с давлением выше давления точки росы как показано в формуле (В-7), поток учитывался при постоянной вязкости газа, а объемный коэффициент образования газа был рассчитан, как показано в формуле (В-8).

$$B_g = \frac{1}{1 + c_t P} \tag{В-8}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Полуаналитический подход к расчету динамики забойного давления вертикальной скважины в линейной постановке

Для построения полуаналитического решения в линейной системе в представленной части работы были использованы следующие допущения: горизонтальный, бесконечный по протяженности, однородный, изотропный пласт разрабатывается вертикальной скважиной при постоянном давлении, поток изотермический. Капиллярными эффектами пренебрегаем.

Основные уравнения двухфазной фильтрации для линейного потока в такой постановке будут выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} + R_s \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)\frac{\partial p}{\partial x}\right] = \frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_g}{B_g} + R_s \frac{s_o}{B_o}\right) \tag{V-1}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} + R_v \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}\right)\frac{\partial p}{\partial x}\right] = \frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_o}{B_o} + R_v \frac{s_g}{B_g}\right) \tag{V-2}$$

Для контроля скважины по забойному давлению исходные внутренние и внешние граничные условия представлены ниже:

$$p(x,t=0) = p_i \ и \ S_o(x,t=0) = S_{oi} \tag{V-3}$$

$$\lim_{x\to\infty} p = p_i \ и \ \lim_{x\to\infty} S_o = S_{oi} \tag{V-4}$$

$$p(x=0,t) = p_{wf,gt} \tag{V-5}$$

Предположим:

$$\alpha(p,S_o) = \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} + R_s \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}$$

$$\beta(p,S_o) = \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} + R_v \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}$$

$$a(p,S_o) = \frac{s_g}{B_g} + R_s \frac{s_o}{B_o}$$

$$b(p,S_o) = \frac{s_o}{B_o} + R_v \frac{s_g}{B_g}$$

Поставляя автомодельную переменную, η:

$$\eta = x\sqrt{\frac{\phi}{kt}}$$

Уравнения (V-1) и (V-2) могут быть преобразованы:

$$\frac{d}{d\eta}\left(\alpha\frac{dp}{d\eta}\right) = -\frac{\eta}{2}\frac{da}{d\eta} \tag{V-6}$$

$$\frac{d}{d\eta}\left(\beta\frac{dp}{d\eta}\right) = -\frac{\eta}{2}\frac{db}{d\eta} \tag{V-7}$$

После преобразования Больцмана для условий постоянного забойного давления исходные и внутренние граничные условия принимают вид:

$$p(\eta = 0) = p_{wf,gt} \tag{V-8}$$

$$\lim_{\eta\to\infty} p = p_i\ ;\ \lim_{\eta\to\infty} S_o = S_{oi} \tag{V-9}$$

$\dfrac{dM}{d\eta} = \dfrac{\partial M}{\partial p}\dfrac{dp}{d\eta} + \dfrac{\partial M}{\partial S_o}\dfrac{dS_o}{d\eta}$, где $M = a, b, \alpha\ и\ \beta$

$$\left(\frac{\partial\alpha}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial\alpha}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}\right)\frac{dp}{d\eta} + \alpha\frac{d^2 p}{d\eta^2} = -\frac{\eta}{2}\cdot\left(\frac{\partial a}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial a}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}\right) \tag{V-10}$$

$$\left(\frac{\partial\beta}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial\beta}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}\right)\frac{dp}{d\eta} + \beta\frac{d^2 p}{d\eta^2} = -\frac{\eta}{2}\cdot\left(\frac{\partial b}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial b}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}\right) \tag{V-11}$$

Приравнивая $\dfrac{d^2 p}{d\eta^2}$ в обоих уравнениях:

$$\frac{-\frac{\eta}{2}\cdot\left(\frac{\partial a}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial a}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}\right) - \left(\frac{\partial\alpha}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial\alpha}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}\right)\frac{dp}{d\eta}}{\alpha} = \frac{-\frac{\eta}{2}\cdot\left(\frac{\partial b}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial b}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}\right) - \left(\frac{\partial\beta}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial\beta}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}\right)\frac{dp}{d\eta}}{\beta}$$

$$\frac{dS_o}{d\eta} = \frac{dp}{d\eta}\cdot\frac{-\frac{\eta}{2}\left(\beta\frac{\partial a}{\partial p} - \alpha\frac{\partial b}{\partial p}\right) - \frac{dp}{d\eta}\left(\beta\frac{\partial\alpha}{\partial p} - \alpha\frac{\partial\beta}{\partial p}\right)}{\frac{dp}{d\eta}\left(\beta\frac{\partial\alpha}{\partial S_o} - \alpha\frac{\partial\beta}{\partial S_o}\right) + \frac{\eta}{2}\left(\beta\frac{\partial a}{\partial S_o} - \alpha\frac{\partial b}{\partial S_o}\right)} \tag{V-12}$$

Заменяя $y_1 = p, y_2 = S_o\ и\ y_3 = \dfrac{dp}{d\eta} = \dfrac{dy_1}{d\eta}$, в уравнение (V-10), получим:

$$\frac{dy_1}{d\eta} = \cdot y_3 \tag{V-13}$$

$$\frac{dy_3}{d\eta} = \frac{1}{\alpha}\left[-\frac{\eta}{2}\cdot\left(\frac{\partial a}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial a}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}\right) - \frac{dy_1}{d\eta}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial p}\frac{dy_1}{d\eta} + \frac{\partial\alpha}{\partial S_o}\frac{dy_2}{d\eta}\right)\right] \tag{V-14}$$

Уравнение (V-12) может быть записано как:

$$\frac{dS_o}{d\eta}=\frac{dy_1}{d\eta}\cdot\frac{-\frac{\eta}{2}\left(\beta\frac{\partial a}{\partial p}-\alpha\frac{\partial b}{\partial p}\right)-\frac{dy_1}{d\eta}\left(\beta\frac{\partial\alpha}{\partial p}-\alpha\frac{\partial\beta}{\partial p}\right)}{\frac{dy_1}{d\eta}\left(\beta\frac{\partial\alpha}{\partial S_o}-\alpha\frac{\partial\beta}{\partial S_o}\right)+\frac{\eta}{2}\left(\beta\frac{\partial a}{\partial S_o}-\alpha\frac{\partial b}{\partial S_o}\right)} \qquad \text{(V-15)}$$

При граничных условиях в уравнениях (V-8) и (V-9), уравнения (V-13), (V-14) и (V-15) могут быть решены с помощью метода Рунге-Кутты. Для сведения начальной краевой задачи к задаче Коши был использован метод пристрелки с правой границы.

ПРИЛОЖЕНИЕ Г

Полуаналитический подход к расчету динамики забойного давления вертикальной скважины в трехфазной линейной постановке

Для построения полуаналитического решения в трехфазной линейной постановке в представленной части работы были использованы следующие допущения: горизонтальный, бесконечный по протяженности, однородный, изотропный пласт разрабатывается вертикальной скважиной при постоянном давлении, поток изотермический. Капиллярными эффектами пренебрегаем.

Основные уравнения трехфазной фильтрации для линейного потока в такой постановке будут выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}+R_s\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)\frac{\partial p}{\partial x}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_g}{B_g}+R_s\frac{s_o}{B_o}\right) \quad \text{(G-1)}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}+R_v\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}\right)\frac{\partial p}{\partial x}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_o}{B_o}+R_v\frac{s_g}{B_g}\right) \quad \text{(G-2)}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w}\right)\frac{\partial p}{\partial x}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_w}{B_w}\right) \quad \text{(G-3)}$$

Граничные и начальные условия на скважине в выбранных координатах примут вид:

$$p(x,t=0)=p_i\ ,S_w(x,t=0)=S_{wi}\ \ и\ S_o(x,t=0)=S_{oi} \quad \text{(G-4)}$$

$$\lim_{x\to\infty} p=p_i\ и\ \lim_{x\to\infty} S_o=S_{oi} \quad \text{(G-5)}$$

$$p(x=0,t)=p_{wf,gt} \quad \text{(G-6)}$$

Предположим:

$$\alpha(p,S_o,S_g,S_w)=\frac{k_{rg}(S_g)}{\mu_g(P_g)B_g(P_g)}+R_s(P_o)\frac{k_{ro}(S_o,S_g,S_w)}{\mu_o(P_o)B_o(P_o)}$$

$$\beta(p,S_o,S_g,S_w)=\frac{k_{ro}(S_o,S_g,S_w)}{\mu_o(P_o)B_o(P_o)}+R_v\frac{k_{rg}(S_g)}{\mu_g(P_g)B_g(P_g)}$$

$$\lambda(p,S_w)=\frac{k_{rw}(S_w)}{\mu_w(P_g)B_w(P_g)}$$

$$a(p, S_o, S_g, S_w) = \frac{s_g}{B_g(P_g)} + R_s(P_o)\frac{s_o}{B_o(P_o)}$$

$$b(p, S_o, S_g, S_w) = \frac{s_o}{B_o(P_o)} + R_v(P_g)\frac{s_g}{B_g(P_g)}$$

$$c(p, S_w) = \frac{s_w}{B_w(P_g)}$$

$$S_o + S_g + S_w = 1$$

Поставляя автомодельную переменую, η:

$$\eta = x\sqrt{\frac{\phi}{\kappa t}}\text{, где } \kappa = \frac{k}{\mu c_t},\ c_t = \frac{\left(\frac{1}{B_g} - 1\right)}{P_i}$$

Уравнения (G-1), (G-2) и (G-3) могут быть преобразованы:

$$\frac{d}{d\eta}\left(\alpha\frac{dp}{d\eta}\right) = -\frac{\eta}{2\mu c_t}\frac{da}{d\eta} \qquad \text{(G-7)}$$

$$\frac{d}{d\eta}\left(\beta\frac{dp}{d\eta}\right) = -\frac{\eta}{2\mu c_t}\frac{db}{d\eta} \qquad \text{(G-8)}$$

$$\frac{d}{d\eta}\left(\gamma\frac{dp}{d\eta}\right) = -\frac{\eta}{2\mu c_t}\frac{dc}{d\eta} \qquad \text{(G-9)}$$

После преобразования Больцмана для условий постоянного забойного давления исходные и внутренние граничные условия принимают вид:

$$p(\eta = 0) = p_{wf,gt} \qquad \text{(G-10)}$$

$$\lim_{\eta\to\infty} p = p_i \text{ и } \lim_{\eta\to\infty} S_o = S_{oi} \qquad \text{(G-11)}$$

$$\frac{dM}{d\eta} = \frac{\partial M}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial M}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta} + \frac{\partial M}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\eta} - \frac{\partial M}{\partial S_g}\frac{dS_w}{d\eta} - \frac{\partial M}{\partial S_g}\frac{dS_o}{d\eta}\text{, где } M = a, b, \alpha \text{ и } \beta$$

$$\frac{dK}{d\eta} = \frac{\partial K}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial K}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\eta}\text{, где } K = \gamma \text{ и } c$$

$$\left(\frac{\partial\alpha}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial\alpha}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta} + \frac{\partial\alpha}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\eta} - \frac{\partial\alpha}{\partial S_g}\frac{dS_w}{d\eta} - \frac{\partial\alpha}{\partial S_g}\frac{dS_o}{d\eta}\right)\frac{dp}{d\eta} + \alpha\frac{d^2p}{d\eta^2} = -\frac{\eta}{2\mu c_t}\cdot\left(\frac{\partial a}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial a}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta} + \frac{\partial a}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\eta} - \frac{\partial a}{\partial S_g}\frac{dS_w}{d\eta} - \frac{\partial a}{\partial S_g}\frac{dS_o}{d\eta}\right) \qquad \text{(G-12)}$$

$$\left(\frac{\partial\beta}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial\beta}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta} + \frac{\partial\beta}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\eta} - \frac{\partial\beta}{\partial S_g}\frac{dS_w}{d\eta} - \frac{\partial\beta}{\partial S_g}\frac{dS_o}{d\eta}\right)\frac{dp}{d\eta} + \beta\frac{d^2p}{d\eta^2} = -\frac{\eta}{2\mu c_t}\cdot\left(\frac{\partial b}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial b}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta} + \frac{\partial b}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\eta} - \frac{\partial b}{\partial S_g}\frac{dS_w}{d\eta} - \frac{\partial b}{\partial S_g}\frac{dS_o}{d\eta}\right) \qquad \text{(G-13)}$$

$$\left(\frac{\partial\lambda}{\partial p}\frac{dp}{d\eta}+\frac{\partial\gamma}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\eta}\right)\frac{dp}{d\eta}+\lambda\frac{d^2p}{d\eta^2}=-\frac{\eta}{2\mu c_t}\cdot\left(\frac{\partial c}{\partial p}\frac{dp}{d\eta}+\frac{\partial c}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\eta}\right) \tag{G-14}$$

Приравнивая $\frac{d^2p}{d\eta^2}$ в уравнениях (G-12) and (G-13):

$$\frac{1}{\alpha}\left(-\frac{\eta}{2\mu c_t}\cdot\left(\frac{\partial a}{\partial p}\frac{dp}{d\eta}+\frac{\partial a}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}+\frac{\partial a}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\eta}-\frac{\partial a}{\partial S_g}\frac{dS_w}{d\eta}-\frac{\partial a}{\partial S_g}\frac{dS_o}{d\eta}\right)-\frac{dp}{d\eta}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial p}\frac{dp}{d\eta}+\frac{\partial\alpha}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}+\frac{\partial\alpha}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\eta}-\frac{\partial\alpha}{\partial S_g}\frac{dS_w}{d\eta}-\frac{\partial\alpha}{\partial S_g}\frac{dS_o}{d\eta}\right)\right)=$$
$$\frac{1}{\beta}\left(-\frac{\eta}{2\mu c_t}\cdot\left(\frac{\partial b}{\partial p}\frac{dp}{d\eta}+\frac{\partial b}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}+\frac{\partial b}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\eta}-\frac{\partial b}{\partial S_g}\frac{dS_w}{d\eta}-\frac{\partial b}{\partial S_g}\frac{dS_o}{d\eta}\right)-\frac{dp}{d\eta}\left(\frac{\partial\beta}{\partial p}\frac{dp}{d\eta}+\frac{\partial\beta}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}+\frac{\partial\beta}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\eta}-\frac{\partial\beta}{\partial S_g}\frac{dS_w}{d\eta}-\frac{\partial\beta}{\partial S_g}\frac{dS_o}{d\eta}\right)\right)$$

Выразив $\frac{dS_o}{d\chi}$, получим:

$$\frac{dS_o}{d\eta}=\frac{m_4+m_5\frac{dS_w}{d\eta}}{m_6} \tag{G-15}$$

Где $m_4=\frac{dp}{d\eta}\left(-\frac{\eta}{2\mu c_t}\left(\alpha\frac{\partial b}{\partial p}-\beta\frac{\partial a}{\partial p}\right)-\frac{dp}{d\eta}\left(\alpha\frac{\partial\beta}{\partial p}-\beta\frac{\partial\alpha}{\partial p}\right)\right)$,

$$m_5=-\frac{\eta}{2\mu c_t}\left(\alpha\frac{\partial b}{\partial S_w}-\alpha\frac{\partial b}{\partial S_g}-\beta\frac{\partial a}{\partial S_w}+\beta\frac{\partial a}{\partial S_g}\right)-\frac{dp}{d\eta}\left(\alpha\frac{\partial\beta}{\partial S_w}-\alpha\frac{\partial\beta}{\partial S_g}-\beta\frac{\partial\alpha}{\partial S_w}+\beta\frac{\partial\alpha}{\partial S_g}\right)$$

$$m_6=-\frac{\eta}{2\mu c_t}\left(\beta\frac{\partial a}{\partial S_o}-\beta\frac{\partial a}{\partial S_g}-\alpha\frac{\partial b}{\partial S_o}+\alpha\frac{\partial b}{\partial S_g}\right)-\frac{dp}{d\eta}\left(\beta\frac{\partial\alpha}{\partial S_o}-\beta\frac{\partial\alpha}{\partial S_g}-\alpha\frac{\partial\beta}{\partial S_o}+\alpha\frac{\partial\beta}{\partial S_g}\right)$$

Также, выразив из уравнений (G-12) и (G-14) $\frac{d^2P}{d\chi^2}$ и приравняв по нему, получим:

$$\frac{dS_w}{d\eta}=\frac{m_2+m_3\frac{dS_o}{d\eta}}{m_1} \tag{G-16}$$

Подставляя (G-15) в (G-16):

$$\frac{dS_w}{d\eta}=\frac{m_2m_6+m_3m_4}{m_1m_6-m_3m_5} \tag{G-17}$$

где $m_1=-\frac{\eta}{2\mu c_t}\left(\gamma\frac{\partial a}{\partial S_w}-\gamma\frac{\partial a}{\partial S_g}-\alpha\frac{\partial c}{\partial S_w}\right)-\frac{dp}{d\eta}\left(\gamma\frac{\partial\alpha}{\partial S_w}-\gamma\frac{\partial\alpha}{\partial S_g}-\alpha\frac{\partial\gamma}{\partial S_w}\right)$,

$$m_2=\frac{dp}{d\eta}\left(-\frac{\eta}{2\mu c_t}\left(\alpha\frac{\partial c}{\partial p}-\gamma\frac{\partial a}{\partial p}\right)-\frac{dp}{d\eta}\left(\alpha\frac{\partial\gamma}{\partial p}-\gamma\frac{\partial\alpha}{\partial p}\right)\right),$$

$$m_3=-\frac{\eta}{2\mu c_t}\left(\gamma\frac{\partial a}{\partial S_g}-\gamma\frac{\partial b}{\partial S_o}\right)-\frac{dp}{d\eta}\left(\gamma\frac{\partial\alpha}{\partial S_g}-\gamma\frac{\partial\alpha}{\partial S_o}\right)$$

Подставляя (G-16) в (G-15):

$$\frac{dS_o}{d\eta} = \frac{m_1 m_4 + m_2 m_5}{m_1 m_6 - m_3 m_5} \tag{G-18}$$

Подставляя $y_1 = p, y_2 = S_o\ y_3 = S_w\ и\ y_4 = \frac{dp}{d\eta} = \frac{dy_1}{d\eta}$, из уравнения (G-14), получим:

$$\frac{dy_1}{d\eta} = \cdot y_4 \tag{G-19}$$

$$\frac{dy_4}{d\eta} = \frac{1}{\alpha}\left[-\frac{\eta}{2}\cdot\left(\frac{\partial a}{\partial p}\frac{dp}{d\eta} + \frac{\partial a}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\eta}\right) - \frac{dy_1}{d\eta}\left(\frac{\partial \alpha}{\partial p}\frac{dy_1}{d\eta} + \frac{\partial \alpha}{\partial S_o}\frac{dy_2}{d\eta}\right)\right] \tag{G-20}$$

Для указанных граничных условий система нелинейных дифференциальных уравнений (G-17), (G-18), (G-19) и (G-20) была решена с помощью метода Рунге-Кутты. Для сведения начальной краевой задачи к задаче Коши был использован метод пристрелки с правой границы.

ПРИЛОЖЕНИЕ Д

Полуаналитический подход к расчету динамики забойного давления вертикальной скважины в трехфазной радиальной постановке

Основные уравнения трехфазной фильтрации для радиального цилиндрического потока в такой постановке будут выглядеть следующим образом:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}+R_s\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}\right)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_g}{B_g}+R_s\frac{s_o}{B_o}\right) \tag{D-1}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o}+R_v\frac{k_{rg}}{\mu_g B_g}\right)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_o}{B_o}+R_v\frac{s_g}{B_g}\right) \tag{D-2}$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w}\right)\frac{\partial p}{\partial r}\right]=\frac{\phi}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{s_w}{B_w}\right) \tag{D-3}$$

Граничные и начальные условия на скважине в выбранных координатах примут вид:

$$p(r,t=0)=p_i;\quad S_o(r,t=0)=S_{oi}\quad S_w(r,t=0)=S_{wi} \tag{D-4}$$

$$\lim_{r\to\infty} p=p_i;\quad \lim_{r\to\infty} S_o=S_{oi};\quad \lim_{r\to\infty} S_w=S_{wi} \tag{D-5}$$

$$\frac{dp}{d\chi}(\chi=\chi_w)=\frac{q_{gsc,gt}}{2\pi kh} \tag{D-6}$$

Предположим:

$$\alpha(p,S_o,S_g,S_w)=\frac{k_{rg}(S_g)}{\mu_g(P_g)B_g(P_g)}+R_s(P_o)\frac{k_{ro}(S_o,S_g,S_w)}{\mu_o(P_o)B_o(P_o)}$$

$$\beta(p,S_o,S_g,S_w)=\frac{k_{ro}(S_o,S_g,S_w)}{\mu_o(P_o)B_o(P_o)}+R_v\frac{k_{rg}(S_g)}{\mu_g(P_g)B_g(P_g)}$$

$$\lambda(p,S_w)=\frac{k_{rw}(S_w)}{\mu_w(P_g)B_w(P_g)}$$

$$a(p,S_o,S_g,S_w)=\frac{s_g}{B_g(P_g)}+R_s(P_o)\frac{s_o}{B_o(P_o)}$$

$$b(p,S_o,S_g,S_w)=\frac{s_o}{B_o(P_o)}+R_v(P_g)\frac{s_g}{B_g(P_g)}$$

$$c(p,S_w)=\frac{s_w}{B_w(P_g)}$$

$$S_o+S_g+S_w=1$$

Поставляя автомодельную переменую, χ:

$$\chi=\ln\left(r\frac{1}{\sqrt{\kappa t}}\right),\text{ где }\kappa=\frac{k}{\mu c_t\phi},c_t=\frac{\left(\frac{1}{B_g}-1\right)}{P_i}$$

Уравнения (D-1), (D-2) и (D-3) могут быть преобразованы:

$$\frac{d}{d\chi}\left(\alpha\frac{dp}{d\chi}\right)=-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\frac{da}{d\chi} \tag{D-7}$$

$$\frac{d}{d\chi}\left(\beta\frac{dp}{d\chi}\right)=-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\frac{db}{d\chi} \tag{D-8}$$

$$\frac{d}{d\chi}\left(\gamma\frac{dp}{d\chi}\right)=-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\frac{dc}{d\chi} \tag{D-9}$$

В выбранных координатах граничные условия будут:

$$\frac{dp}{d\chi}(\chi=\chi_w)=\frac{q_{gsc,gt}}{2\pi kh} \tag{D-10}$$

$$\lim_{\chi\to\infty}p=p_i;\quad \lim_{\chi\to\infty}S_o=S_{oi};\quad \lim_{\chi\to\infty}S_w=S_{wi} \tag{D-11}$$

$$\frac{dM}{d\chi}=\frac{\partial M}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial M}{\partial S_o}\frac{dS_o}{d\chi}+\frac{\partial M}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\chi}-\frac{\partial M}{\partial S_g}\frac{dS_w}{d\chi}-\frac{\partial M}{\partial S_g}\frac{dS_o}{d\chi},\text{ где }M=a,b,\alpha\ и\ \beta$$

$$\frac{dK}{d\chi}=\frac{\partial K}{\partial p}\frac{dp}{d\chi}+\frac{\partial K}{\partial S_w}\frac{dS_w}{d\chi},\text{ где }K=\gamma\quad и\quad c$$

Система нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\frac{dy_1}{d\chi}=\frac{1}{\alpha}y_4 \tag{D-12}$$

$$\frac{dy_2}{d\chi}=\frac{m_1m_4+m_2m_5}{m_1m_6-m_3m_5} \tag{D-13}$$

$$\frac{dy_3}{d\chi}=\frac{m_2m_6+m_3m_4}{m_1m_6-m_3m_5} \tag{D-14}$$

$$\frac{dy_4}{d\chi}=\left[-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\cdot\left(\frac{\partial a}{\partial p}\frac{dy_1}{d\chi}+\frac{\partial a}{\partial S_o}\frac{dy_2}{d\chi}+\frac{\partial a}{\partial S_w}\frac{dy_3}{d\chi}-\frac{\partial a}{\partial S_g}\frac{dy_3}{d\chi}-\frac{\partial a}{\partial S_g}\frac{dy_2}{d\chi}\right)-\frac{dy_1}{d\chi}\left(\frac{\partial\alpha}{\partial p}\frac{dy_1}{d\chi}+\frac{\partial\alpha}{\partial S_o}\frac{dy_2}{d\chi}+\frac{\partial\alpha}{\partial S_w}\frac{dy_3}{d\chi}-\frac{\partial\alpha}{\partial S_g}\frac{dy_3}{d\chi}+\frac{\partial\alpha}{\partial S_g}\frac{dy_2}{d\chi}\right)\right] \tag{D-15}$$

Здесь $y_1=p,y_2=S_o\ y_3=S_w\ и\ y_4=\alpha\frac{dp}{d\chi}=\alpha\frac{dy_1}{d\chi}$, где

$$m_1 = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\left(\gamma\frac{\partial a}{\partial S_w} - \gamma\frac{\partial a}{\partial S_g} - \alpha\frac{\partial c}{\partial S_w}\right) - \frac{dp}{d\chi}\left(\gamma\frac{\partial \alpha}{\partial S_w} - \gamma\frac{\partial \alpha}{\partial S_g} - \alpha\frac{\partial \gamma}{\partial S_w}\right)$$

$$m_2 = \frac{dp}{d\chi}\left(-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\left(\alpha\frac{\partial c}{\partial p} - \gamma\frac{\partial a}{\partial p}\right) - \frac{dp}{d\chi}\left(\alpha\frac{\partial \gamma}{\partial p} - \gamma\frac{\partial \alpha}{\partial p}\right)\right)$$

$$m_3 = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\left(\gamma\frac{\partial a}{\partial S_g} - \gamma\frac{\partial b}{\partial S_o}\right) - \frac{dp}{d\chi}\left(\gamma\frac{\partial \alpha}{\partial S_g} - \gamma\frac{\partial \alpha}{\partial S_o}\right)$$

$$m_4 = \frac{dp}{d\chi}\left(-\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\left(\alpha\frac{\partial b}{\partial p} - \beta\frac{\partial a}{\partial p}\right) - \frac{dp}{d\chi}\left(\alpha\frac{\partial \beta}{\partial p} - \beta\frac{\partial \alpha}{\partial p}\right)\right)$$

$$m_5 = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\left(\alpha\frac{\partial b}{\partial S_w} - \alpha\frac{\partial b}{\partial S_g} - \beta\frac{\partial a}{\partial S_w} + \beta\frac{\partial a}{\partial S_g}\right) - \frac{dp}{d\chi}\left(\alpha\frac{\partial \beta}{\partial S_w} - \alpha\frac{\partial \beta}{\partial S_g} - \beta\frac{\partial \alpha}{\partial S_w} + \beta\frac{\partial \alpha}{\partial S_g}\right)$$

$$m_6 = -\frac{e^{2\chi}}{2\mu c_t}\left(\beta\frac{\partial a}{\partial S_o} - \beta\frac{\partial a}{\partial S_g} - \alpha\frac{\partial b}{\partial S_o} + \alpha\frac{\partial b}{\partial S_g}\right) - \frac{dp}{d\chi}\left(\beta\frac{\partial \alpha}{\partial S_o} - \beta\frac{\partial \alpha}{\partial S_g} - \alpha\frac{\partial \beta}{\partial S_o} + \alpha\frac{\partial \beta}{\partial S_g}\right)$$

Для указанных граничных условий система нелинейных дифференциальных уравнений (D-12), (D-13), (D-14) и (D-15) была решена с помощью метода Рунге-Кутты. Для сведения начальной краевой задачи к задаче Коши был использован метод пристрелки с правой границы.

ПРИЛОЖЕНИЕ Е

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2018615941

ПРОГРАММА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО РАСЧЕТА ДИНАМИКИ ЗАБОЙНОГО ДАВЛЕНИЯ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ В ГАЗОКОНДЕНСАТНОМ ПЛАСТЕ

Правообладатель: ***федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский горный университет» (RU)***

Автор: ***Бенсон Ламиди Абдул-Латиф (GH)***

Заявка № **2018612912**

Дата поступления **26 марта 2018 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ ***18 мая 2018 г.***

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев