

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Санкт-Петербургский горный университет»

На правах рукописи

ВЫХОДЦЕВ ЯРОСЛАВ НИКОЛАЕВИЧ

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВОЗДЕЙСТВИЯ
СЕЙСМОВЗРЫВНОЙ ВОЛНЫ НА МАССИВ ГОРНЫХ ПОРОД,
ВКЛЮЧАЮЩИЙ ГОРИЗОНТАЛЬНУЮ ВЫРАБОТКУ**

Специальность 25.00.20 – Геомеханика, разрушение горных пород, рудничная
аэрогазодинамика и горная теплофизика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук,
профессор А.П. Господариков

Санкт-Петербург – 2018

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1 ОБЗОР МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ВОЗДЕЙСТВИЯ СЕЙСМОВЗРЫВНОЙ ВОЛНЫ НА МАССИВ ГОРНЫХ ПОРОД	10
1.1 Процесс формирования сейсмозрывной волны	10
1.2 Модели деформирования грунтовых сред	13
1.3 Безопасность охраняемых объектов при взрывных работах.....	17
1.4 Оценка безопасности горных выработок	26
1.5 Выводы по главе 1.....	39
ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВОЗДЕЙСТВИЯ СЕЙСМОВЗРЫВНОЙ ВОЛНЫ НА МАССИВ ГОРНЫХ ПОРОД, ВКЛЮЧАЮЩИЙ ГОРИЗОНТАЛЬНУЮ ВЫРАБОТКУ	40
2.1 Построение модели для однородной среды	41
2.2 Многослойная модель.....	46
2.3 Статическая задача.....	49
2.4 Вычисление деформаций	50
2.5 Дополнительные расчёты.....	50
2.6 Выводы по главе 2.....	51
ГЛАВА 3 РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННЫХ СХЕМ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ.....	52
3.1 Построение разностных схем для решения систем уравнений динамики горного массива.....	52
3.2 Решения для неоднородной среды	57
3.3 Разработка и описание основных возможностей программного комплекса..	60
3.4 Результаты моделирования	87
3.5 Выводы по главе 3.....	99

ГЛАВА 4 РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ АО «АПАТИТ».....	100
4.1 Результаты моделирования на Объединенном Кировском руднике	106
4.2 Верификация разработанного программного комплекса	108
4.3 Выводы по главе 4.....	109
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	110
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	111

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы. Разработка рудных месторождений горными предприятиями ведётся открытым и подземным способами. Ведение буровзрывных работ тесно сопряжено с проблемой обеспечения безопасности отработки рудных месторождений, а именно: сохранение подземных сооружений.

Добыча апатит-нефелиновых руд на Объединенном Кировском руднике открытым способом, а именно с помощью проведения массовых взрывов, связана с выделением большого количества энергии, которая наряду с полезными формами работы взрыва (дробление породы) обуславливает образование сейсмозрывной волны. Перенос энергии в окружающую среду в форме сейсмозрывной волны, в той или иной степени, может привести к негативным последствиям.

При динамическом воздействии на массив горных пород подземного рудника, включающий горизонтальную горную выработку, возникают значительные деформации и напряжения, влияющие на безопасность и устойчивость выработки.

Сейсмическое воздействие буровзрывных работ на охраняемые объекты исследовалось в работах учёных: В.В. Адушкина, А.Е. Азарковича, Е.Л. Булдакова, В.Б. Вильчинского, Н.Л. Горохова, А.П. Господарикова, В.А. Еременко, А.А. Козырева, С.А. Козырева, Б.Н. Кутузова, Г.М. Ляхова, С.В. Медведева, П.С. Миронова, В.Н. Мосинца, М.А. Садовского, Я.И. Цейтлина, Б.В. Эквиста, М.Б. Эткина, Y. Wo, P. Vormann, D.V. Larson, A.P. Moser и др.

Многие авторы, исследуя процесс воздействия сейсмозрывных волн на производственную инфраструктуру, в своих работах применяли аналитические и экспериментальные методы. Однако, с появлением мощных вычислительных ресурсов значительно выросла эффективность численных методов, позволяющих наиболее полноценно учитывать условия влияния сейсмозрывной волны, например, на массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку. Также отметим, что на горном предприятии проведение реальных испытаний значительно дороже как по времени, так и по материальным затратам.

Таким образом, разработка эффективных численных алгоритмов, вычислительных программ и программных комплексов, позволяющих на основе разработанной математической модели достоверно оценить безопасный уровень воздействия сейсмозрывной волны на горную выработку при массовых взрывах, является в настоящее время весьма актуальной задачей исследования.

Цель диссертационной работы. На основе результатов математического моделирования воздействия сейсмозрывной волны на слоистый (неоднородный) массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку, обосновать выбор безопасных параметров ведения бурозрывных работ, позволяющих обеспечить сохранность подземного сооружения (горной выработки).

Идея работы. Оценку безопасного воздействия сейсмозрывной волны на массив горных пород, вмещающий горную выработку, необходимо осуществлять на основе результатов численных расчетов его основных параметров напряженно-деформированного состояния (НДС), полученных с помощью разработанного эффективного вычислительного программного комплекса.

Основные задачи исследований:

1. Выявление особенностей распространения сейсмозрывной волны при проведении массовых взрывов на карьерах Кировского рудника АО «Апатит».
2. Оценку воздействия сейсмозрывной волны на массив горных пород, включающий горную выработку, осуществлять на основе значений продольных и поперечных деформаций скального грунта, скоростей смещения массива горных пород.
3. Определение напряженного состояния массива горных пород, включающего горизонтальную горную выработку.
4. Разработка математической модели, адекватно описывающей воздействие сейсмозрывной волны на слоистый (неоднородный) массив горных пород в окрестности горизонтальной горной выработки.

5. Построение численных алгоритмов и разработка программного вычислительного комплекса для модельных и важных прикладных задач геомеханики.

6. Выполнение многочисленных численных расчётов на основе разработанного вычислительного программного комплекса для выбора безопасных параметров ведения буровзрывных работ при отработке месторождения апатит-нефелиновых руд (Объединённый Кировский рудник) и широкое сопоставление их с натурными данными.

Методы исследований. В диссертационной работе использованы различные методы исследований, такие как: анализ и обобщение необходимого научного и практического опыта; разработка математической и геомеханической моделей, построение разностных схем и эффективных численных алгоритмов; разработка вычислительного программного комплекса с использованием новейших информационных технологий для численного моделирования, анализа и визуализации; изучение и обработка большого объема данных по сейсмособытиям. В основе научных исследований лежат труды российских и зарубежных авторов, специализирующихся на оценке взаимодействия сейсмозрывной волны с массивом горных пород, включающим горизонтальную горную выработку.

Научная новизна диссертационной работы:

1. Разработана и обоснована геомеханическая модель воздействия сейсмозрывной волны на слоистый (неоднородный) массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку;

2. Получены закономерности изменения основных параметров напряженного состояния слоистого (неоднородного) массива горных пород, вмещающего выработку, при взаимодействии с сейсмозрывной волной.

Основные защищаемые положения:

1. Оценку воздействия сейсмозрывной волны на неоднородный массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку, необходимо производить на основе разработанной геомеханической модели, базирующейся на уравнениях динамической теории упругости Мизеса.

2. Надежное прогнозирование НДС неоднородного слоистого массива, вмещающего горизонтальную горную выработку, при воздействии на него сейсмозрывной волны необходимо осуществлять на основе результатов применения вычислительного программного комплекса, включающего разработанные эффективные численные алгоритмы.

3. Выбор и обоснование безопасных параметров ведения буровзрывных работ при отработке месторождения апатит-нефелиновых руд Объединённого Кировского рудника должны включать в себя результаты численного моделирования разработанной геомеханической модели воздействия сейсмозрывной волны на массив горных пород для обеспечения безопасности действующей горизонтальной горной выработки.

Практическая значимость работы:

1. Разработаны геомеханическая и математическая модели, численные алгоритмы и вычислительный программный комплекс на языке JavaScript для моделирования воздействия сейсмозрывной волны на слоистый массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку;

2. Определены основные параметры НДС массива горных пород для необходимой оценки прочности крепи горизонтальной горной выработки при ведении буровзрывных работ на месторождениях апатит-нефелиновых руд (Объединённый Кировский рудник).

Достоверность и обоснованность научных положений, выводов и рекомендаций обеспечивается строгостью постановки рассматриваемых задач, использованием разработанных геомеханической и комплексной математической моделей воздействия сейсмозрывной волны на слоистый массив горных пород, использованием методов численного интегрирования применительно к системам разрешающих дифференциальных уравнений, а также допустимой сходимостью результатов математического моделирования с результатами натурных замеров.

Апробация работы. Основные положения и содержание диссертационной работы докладывались на Международном форуме-конкурсе «Проблемы недропользования» (Санкт-Петербург, 2012 г.), на VIII международной научно-технической конференции «Инновационные направления в проектировании горнодобывающих предприятий» (Санкт-Петербург, 2017 г.), на Международном форуме-конкурсе «Проблемы недропользования» (Санкт-Петербург, 2017 г.), на Международной научно-практической конференции «Современные проблемы геомеханики при освоении месторождений полезных ископаемых и подземного пространства мегаполисов» (Санкт-Петербург, 2017 г.), а также на регулярных заседаниях кафедры взрывного дела.

Личный вклад автора:

1. Анализ и обработка натурных замеров во время проведения буровзрывных работ на Объединенном Кировском руднике;
2. Разработка геомеханической и математической моделей воздействия сейсмозрывной волны на массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку;
3. Построение численных методик и использование алгоритмов прямого интегрирования применительно к системам разрешающих дифференциальных уравнений;
4. Разработка вычислительного программного комплекса для математического моделирования взаимодействия сейсмозрывной волны с массивом горных пород, вмещающим горизонтальную выработку.

Реализация результатов работы. Результаты научных исследований рекомендуются к применению в работе проектных организаций для расчётов, связанных с сейсмическим действием на действующие горные выработки при проектировании массовых взрывов. Теоретические выводы и практические результаты диссертационной работы внедрены в образовательный процесс

Горного университета в дисциплинах: «Проектирование и организация взрывных работ», «Технология и безопасность взрывных работ».

Публикации. По теме диссертации опубликовано 7 научных работ, 3 из них – в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки России. Получены 2 свидетельства о регистрации программного продукта.

Объем и структура работы. Диссертационная работа изложена на 125 странице машинописного текста, содержит 4 главы, введение и заключение, список литературы из 150 наименований, 70 рисунков и 38 таблиц.

ГЛАВА 1 ОБЗОР МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ВОЗДЕЙСТВИЯ СЕЙСМОВЗРЫВНОЙ ВОЛНЫ НА МАССИВ ГОРНЫХ ПОРОД

1.1 Процесс формирования сейсмозрывной волны

При детонации взрывчатого вещества (ВВ) его масса превращается в газы, находящиеся под большим давлением [94]. Такое давление взрыва, действующее на стенки зарядной камеры, передаётся в другие точки среды в форме ударной волны, появляющейся в месте контакта заряда ВВ и среды. Таким образом, ударной волной называется мгновенное возмущение среды, все параметры состояния вещества которой на фронте меняются скачком; скорость её распространения превышает в данной среде скорость звука. Процесс распространения ударной волны, как сверхзвукового процесса, тесно связан с большими энергетическими затратами и физически возможен, пока давление на фронте волны превышает модуль объёмного сжатия среды. На практике выделяется практическая область распространения ударной волны, радиус которой принимается равным 3–7 радиусам заряда ВВ.

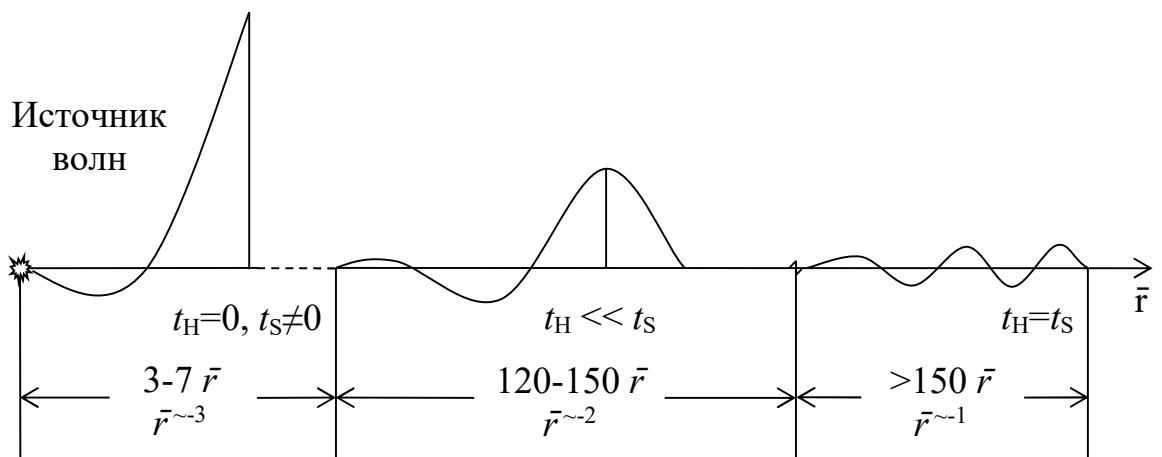


Рисунок 1.1 – Зоны распространения ударных волн, волн сжатия и сейсмических волн (t_H – время нарастания напряжений от 0 до max; t_S – время спада напряжения от max до 0; \bar{r} – относительный радиус заряда ВВ).

Передний фронт ударной волны в дальнейшем становится более пологим, и наблюдается переход ударной волны в волну сжатия (Рисунок 1.1). Волной сжатия называется неупругое возмущение среды, параметры состояния вещества которой на фронте меняются относительно плавно; время изменения состояния вещества среды значительно меньше времени возвращения к состоянию покоя, и скорость распространения возмущения равна скорости звука в данной среде.

В области распространения волны сжатия среда ведёт себя неупруго, в ней возникают остаточные деформации, ведущие к нарушению сплошности среды. В зависимости от физико-механических свойств среды распространение таких волн ограничено 120–150 радиусами зарядов ВВ.

При дальнейшем выполаживании переднего фронта волны сжатия в среде становится заметным её переход в сейсмическую волну (Рисунок 1.1). Сейсмической волной называется упругое возмущение среды, параметры состояния вещества которой на фронте остаются практически без изменений. Скорость звука в данной среде и скорость распространения возмущения равны, время выведения вещества из состояния покоя равно времени его возвращения к этому состоянию. Область распространения таких возмущений чаще всего определяется, как правило, упругопластическими свойствами среды и общей массой заряда ВВ.

Описанные области действия взрывных волн кардинально различаются не только формой волн, но и условиями их распространения в средах. Затухание взрывных волн приближенно подчиняется следующим известным функциональным зависимостям (R – удалённость от взрыва, r_0 – радиус заряда ВВ) [94]:

1. В области ударных волн подчиняется кубической зависимости $(R/r_0)^3$;
2. В области волн сжатия – квадратичной $(R/r_0)^2$;
3. В области сейсмических волн – близкой к линейной (R/r_0) .

Из-за интенсивного затухания взрывных волн в первых двух зонах в сейсмическую волну, как правило, переходит около 1% потенциальной энергии взрывчатого вещества, что, в общем, является хорошим фактором сейсмической

защиты сооружений. Тем не менее, близкий к линейному закон затухания сейсмических волн говорит о том, что упругие возмущения в среде сохраняются достаточно долго. Отсюда следует, что инженерные сооружения нуждаются в обеспечении сейсмической безопасности даже на достаточном удалении от гипоцентра взрыва [94].

Горные породы подвергаются воздействию (сжатию, растяжению и сдвигу) от подземных взрывов, землетрясений. Как следствие, они подвергаются деформации, т.е. изменяют объем и форму. Неэластичный материал (пластичный) воспринимает упругие и неупругие (хрупкие) деформации, тогда как эластичное поведение означает, что материал возвращается к своим начальным объему и форме [2,23,55,132,137].

Воздействие сейсмозрывной волны задаётся с помощью её основных параметров: амплитуды, профиля волны (фаза, длительность), изменяющегося во время движения от источника сейсмического воздействия до горной выработки.

Скорость возмущения массива горных пород зависит от многих параметров буровзрывных работ, но в наибольшей степени зависит от массы заряда ВВ в ступени замедления, интервала замедления и схемы взрывания зарядов [24,91].

Согласно [92] увеличение количества групп замедления и времени замедления при короткозамедленном взрывании приводит к уменьшению интенсивности колебаний среды. Согласно «правилу двух третей», используемому на практике, масса заряда ВВ в ступени замедления при короткозамедленном взрывании составляет две трети от расчётной массы заряда ВВ, безопасной по сейсмическому действию. Сейсмическое воздействие взрыва рассчитывается по известным формулам [46,49], использующим зависимости между значениями скорости колебания, расстояния до места взрыва и массы заряда ВВ в ступени замедления. Таким образом, для получения корректной оценки сейсмической опасности массового взрыва на подземное сооружение необходимо проведение уточняющих натурных исследований (замеров) с учётом горно-геологических условий при заданных параметрах ведения буровзрывных

работ и при дальнейшей статистической оценке достоверности полученных результатов.

1.2 Модели деформирования грунтовых сред

Моделью деформирования среды в широком смысле называется совокупность уравнений состояния и способа задания входящих в него опорных зависимостей и констант [15,16,56,59,109].

Уравнение состояния грунтовой среды имеет вид: $F(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, v_{ij}, E, \dots) = 0$. Данное уравнение (в векторном виде) включает в себя: уравнение сохранения энергии, уравнения движения и уравнение неразрывности; F – это либо тензорная функция, либо набор операторов; E – удельная внутренняя энергия, $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, v_{ij}$ – компоненты тензоров напряжений, деформаций и компоненты девиатора тензора скоростей деформирований, соответственно; также допустимо введение компонент других тензоров и скалярных величин.

При решении задач с использованием моделей деформирования выявляются закономерности развития ударного или взрывного процесса в грунтовой среде. Учёт всех возможных параметров реального грунта внутри разрабатываемой (общей) математической модели представляет собой достаточно затратную и сложную процедуру. Поэтому на практике широко распространены упрощенные модели, тем не менее позволяющие адекватно описать поведение грунтовой среды, в том числе и нелинейное, в определенных диапазонах действия нагрузок в соответствии с принятыми упрощениями. В зависимости от класса поставленных задач исследования производится выбор модели динамического изменения состояния грунта, учитывающая определенные условия рассматриваемого объекта [59].

Разрешающая система уравнений движения с заданными краевыми условиями замыкается уравнением состояния грунтовых сред. В свою очередь, экспериментальные наблюдения проводятся, как правило, в достаточно узких диапазонах значений основных параметров. Таким образом, использование неоправданно сложных уравнений состояния с большим набором неопределенных

зависимостей и функций, получаемых, как правило, экспериментальным путём, весьма затруднительно.

Построение модели на практике представляет из себя комплекс мероприятий, осуществление которых необходимо для создания достоверной модели. Одна из составных частей этого комплекса мероприятий – формулировка признаков достоверности [59].

Вопрос о достоверности модели является многогранным [25]. Разрешающие уравнения принятой (разработанной) модели должны следовать общим принципам механики деформируемого твердого тела, а также включать основные особенности поведения грунтов, полученные лабораторными (экспериментальными) методами или натурными исследованиями.

Важным признаком достоверности модели является удовлетворительное качественное и количественное соответствие результатов расчетов, полученных при её использовании, опытным (экспериментальным) данным, например, по амплитудно-временным характеристикам волн. Соответствие считается удовлетворительным, если отклонение расчётных зависимостей от статистически средних экспериментальных не превосходит разброса опытных данных [59]. Данное отклонение также выполняет роль меры точности, на которую стоит полагаться при разработке уравнений состояния. На практике, при взрывах в полевых условиях коэффициент изменения параметров волн составляет в пределах 30–40% [83,113,139], а в лабораторных – 10–15% [63,114,143,144].

Формирование амплитудно-временных зависимостей ударного возмущения в среде обусловлено в первую очередь характером деформирования скальных грунтов в зоне дробления.

Одной из первых эффективных моделей механического воздействия взрыва на грунт [25,47,48,65,130] в одномерных и двумерных вариантах была модель, представленная в работах С.С. Григоряна [46,49]. Сдвиговое упругопластическое деформирование описывалось соотношениями вида:

$$\frac{d\tilde{S}_{ij}}{dt} + \lambda S_{ij} = 2Gv_{ij}; \quad \lambda = \frac{2GW - dJ_2/dt}{2J_2};$$

$$W = S_{ij}v_{ij}; \quad J_2 = \frac{1}{2}S_{ij}S_{ij}, \quad (1.1)$$

где S_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений, v_{ij} – компоненты девиатора тензора скоростей деформирования; G – модуль сдвига; символ \sim (тильда) обозначает производную по Яуману [125]; функционал $\lambda \geq 0, \lambda \equiv 0$ при

$$J_2 < Y^2(P)/3, \quad (1.2)$$

где $Y(P)$ – поверхность текучести. Условие (1.2) обобщает введенное условие прочности Мизеса [124]. Обратимость зависимости давления «холодного» сжатия от плотности должна быть верной для скальных грунтов. В такой модели потеря прочности и разрыхление не берутся в расчёт [46,49].

Анализируя уравнение состояния в векторном виде (1.1) можно заключить, что в численном виде для некоторого интервала расстояний возможно представить амплитуды массовых скоростей и время их нарастаний до максимума [25].

Естественным улучшением предложенной С.С. Григоряном модели является учёт дилатансионных эффектов. Введение их в расчёт механического воздействия взрыва в скальных грунтах было предложено в работах [3,99,113].

Исследования, описанные в [113] демонстрируют одну особенность: применение ассоциированного закона течения (АЗТ) идеально пластического тела [140] подобно расчетам сейсмозрывных волн, где определение зависимости изменения амплитуд массовых скоростей от расстояния аналогично теории линейной упругости:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \cdot \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}; \quad f = \sqrt{J_2} - 3\alpha P - C, \quad (1.3)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; ε_{ij}^p – компоненты необратимых пластических деформаций; $f = 0$ – условие текучести. Медленное уменьшение значений амплитуд является следствием разуплотнения среды [25,61], возникающего в соответствии зависимости (1.3), не компенсирующим изменение прочности в процессе деформирования. Тем не менее, снижение прочности в

рамках АЗТ ведёт к ещё большим амплитудам, чем в случае, описанном выше. Данный факт объясняется увеличившейся величиной разрыхления. Затруднительным свойством применения АЗТ является строгое соответствие коэффициента скорости дилатансии Λ и кривой текучести (прочности):

$$\Lambda = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{dY}{dP}.$$

Также можно отметить, что базирующееся на АЗТ уравнение состояния не приводят к приемлемому воспроизведению амплитудно-временных параметров взрывных волн в расчётах. Поэтому, более адекватными рассматриваемому процессу, являются подходы, в основе которых лежат неассоциированные законы.

Достаточно широко используются на практике уравнения состояния [11,53,60,69,78,102,98,99,101,111,140,147,148] на основе учёта дилатансионного соотношения между необратимыми деформациями объема $\varepsilon^{(p)}$ и сдвига $\gamma^{(p)}$, выраженного для несвязных грунтов в виде [102,140]:

$$d\varepsilon^{(p)} - \Lambda d\gamma^{(p)} = 0, \quad d\gamma^{(p)} = \sqrt{v_{ij}^{(p)} v_{ij}^{(p)}} dt, \quad (1.4)$$

где $v_{ij}^{(p)}$ – девиаторные компоненты тензора скоростей пластических деформаций.

Отметим также, что во всех приведенных уравнениях состояния соотношение для девиатора тензора напряжений не меняется (1.1).

Нужно отметить, что уравнения (1.4) применялись по отношению к скальным грунтам в жестко-пластическом приближении [113], что необходимо для установления зависимости амплитуд сейсмозрывных волн, изменяющихся во времени, от расстояния. Более подробно о данном подходе в общей форме изложено в работах [100,103].

В данной диссертационной работе показаны результаты исследования состояния грунта вокруг горизонтальной горной выработки в зоне распространения упругих сейсмических волн.

Цель данного исследования заключается в установлении значений основных параметров напряженно-деформированного состояния при взрыве заряда взрывчатого вещества, обеспечивающих сейсмическую безопасность подземного сооружения (горизонтальной горной выработки).

1.3 Безопасность охраняемых объектов при взрывных работах

Как известно, промышленные взрывы небезопасны для людей и окружающей природной среды, так как порождают сейсмические колебания и вследствие этого механические разрушения, а также ударные воздушные волны. Кроме того, взрывы сопряжены с разлётом частиц взрываемого материала и облаков мелкодисперсной пыли [84,117,135].

Расчёт проектного объёма разрушения осложняется механическими нарушениями горных пород за его границами. Подобные нарушения вызваны действием упругопластичных волн и газообразных продуктов, возникших в результате взрыва и разложения взрывчатого вещества. Изменение массива пород, как правило, выражается в возникновении новых трещин, расклиниванием существующих трещин, что в итоге ведёт к уменьшению прочности и устойчивости среды, а иногда и к опасному нарушению целостности.

Для количественной оценки механических нарушений измеряют максимальные скорости смещения среды, которые связаны с величиной максимальных напряжений в результате действия взрыва. Затем напряжения сопоставляют с прочностью среды.

Опасность взрывных волн осложняется тем, что волновое поле содержит поверхностные, продольные и поперечные объёмные волны, которые, отражаясь от препятствий, изменяют картину колебаний и затрудняют прогнозирование распространения сейсмических волн. Тем не менее, по-прежнему основными параметрами в численных расчётах воздействия взрывных волн на охраняемые объекты считают максимальную скорость колебаний, период и продолжительность колебаний.

Приблизительно оценить предполагаемую скорость смещения основания сооружения можно по формуле (1.5):

$$v = K_c \alpha_0 \alpha_1 \left(\frac{\sqrt[3]{QN_1 N_2}}{R} \right)^2, \text{ м/с}, \quad (1.5)$$

где K_c – показатель интенсивности сейсмического воздействия, $\text{м} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{кг}^{-2/3}$; α_0 – показатель осреднения сейсмического эффекта по площади основания

охраняемого объекта; α_1 – коэффициент, учитывающий нагрузку на заряд при взрывании; Q – масса зарядов в ступени короткого замедления, кг; N_1 и N_2 – часть соответственно единичного удлиненного и группы зарядов, фактически определяющая сейсмический эффект; R – расстояние от места взрыва до охраняемого объекта, м.

Воздействие от ударных воздушных волн (УВВ), возникающих в результате взрыва, опасно прежде всего для слабых элементов конструкции, например, остекления. Отличительными признаками УВВ является избыточное давление, импульс и время действия фазы сжатия. При этом вычисляют соотношение времени действия фазы сжатия τ_T и периода собственных колебаний сооружения T_0 . При $\tau_T/T_0 \ll 1$, а практически при $\tau_T/T_0 \leq 0,25$ (короткое действие) смещения и деформации пропорциональны импульсу (или массе заряда в степени $2/3$); при $\tau_T/T_0 \gg 1$, а практически при $\tau_T/T_0 \geq 10$ (длительное действие) – избыточному давлению (или массе заряда в степени $1/3$). Условия, когда $\tau_T/T_0 \approx 1$, или практически $\tau_T/T_0 = 0,25 \div 10$, являются переходной областью, для которой смещения и деформации пропорциональны массе заряда в степени $1/2$.

Характер разлёта взорванной массы зависит от множества факторов: массы зарядов, величины линии наименьшего сопротивления, сетки расположения зарядов, размеров и материала забойки, крупности и плотности разбрасываемого материала, рельефа местности, скорости ветра и т.д. Из-за неоднородности факторов необходимо рассматривать радиус разлёта как вероятностную величину. Такая величина показывает интенсивность разлёта и выражается в наибольшем расстоянии, на которое разлетелись частицы. Радиус разлёта и направление полёта принимают широкий диапазон значений, что связано с разными размерами кусков и разной их плотностью. Воздействие частиц взрывной массы на охраняемые объекты целесообразно характеризовать максимальной энергией удара кусков.

Ядовитые газы также являются опасным фактором взрыва, среди них оксиды углерода и азота, сернистые соединения. На 1 кг гранулированных промышленных взрывчатых веществ приходится примерно 80–100 л. ядовитых

газов. Соотношение содержания оксидов азота и оксидов углерода зависит от кислородного баланса взрывчатого вещества: чем выше кислородный баланс, тем выше содержание оксидов азота и ниже количество оксидов углерода. Ядовитые газы, образующиеся при взрывах на выброс, практически полностью попадают в атмосферу. Во время взрывов на рыхление соотношение ядовитых газов иное: часть поглощается породой, а попадает в атмосферу примерно 60–80 %. Безопасные для людей расстояния в отношении действия ядовитых газов устанавливаются на основе предельно допустимой концентрации (ПДК), которые по санитарным нормам пересчитываются на оксид углерода.

Возникающие при подводных взрывных работах гидроударные волны опасны для фауны водоемов, судов и сооружений, расположенных вблизи места взрывов. Интенсивность действия гидроударных волн принято оценивать максимальным давлением на определенном расстоянии от взрыва. Помимо этого, существует точка зрения, согласно которой критерием опасности гидроударных волн является удельная энергия в максимальной фазе, приходящаяся на единицу поверхности фронта волны.

Безопасность людей, а также различных объектов и сооружений промышленного, гражданского или строительного назначения, испытывающих воздействия от взрыва, обеспечивается во время проектирования взрывных работ. Несмотря на необходимость сохранения функциональности сооружений, иногда целесообразно допускать некоторые их повреждения в случае, если стоимость работ существенно снижается.

Классификация объектов по различным характеристикам по каждому из опасных воздействий взрыва является одним из необходимых элементов системы обеспечения безопасности охраняемых объектов при проектировании взрывных работ. Данная классификация требуется для проведения практических расчётов опасных зон по разным вредным воздействиям взрыва. Часть классификационных таблиц разработана и применяется в основном по отношению к действию сейсмических колебаний и УВВ на здания и сооружения [135].

Схема классификаций охраняемых объектов при взрывах объектов представлена на рисунке 1.2. Она состоит из шести взаимосвязанных структурных элементов. В заключительном пункте используется информация предшествующих блоков. В таблице 1.1 предложена возможная классификация охраняемых объектов по структурным элементам 1 и 2 (виды групп охраняемых объектов и виды опасных воздействий взрывов). С остальными элементами можно ознакомиться у авторов в труде [135].

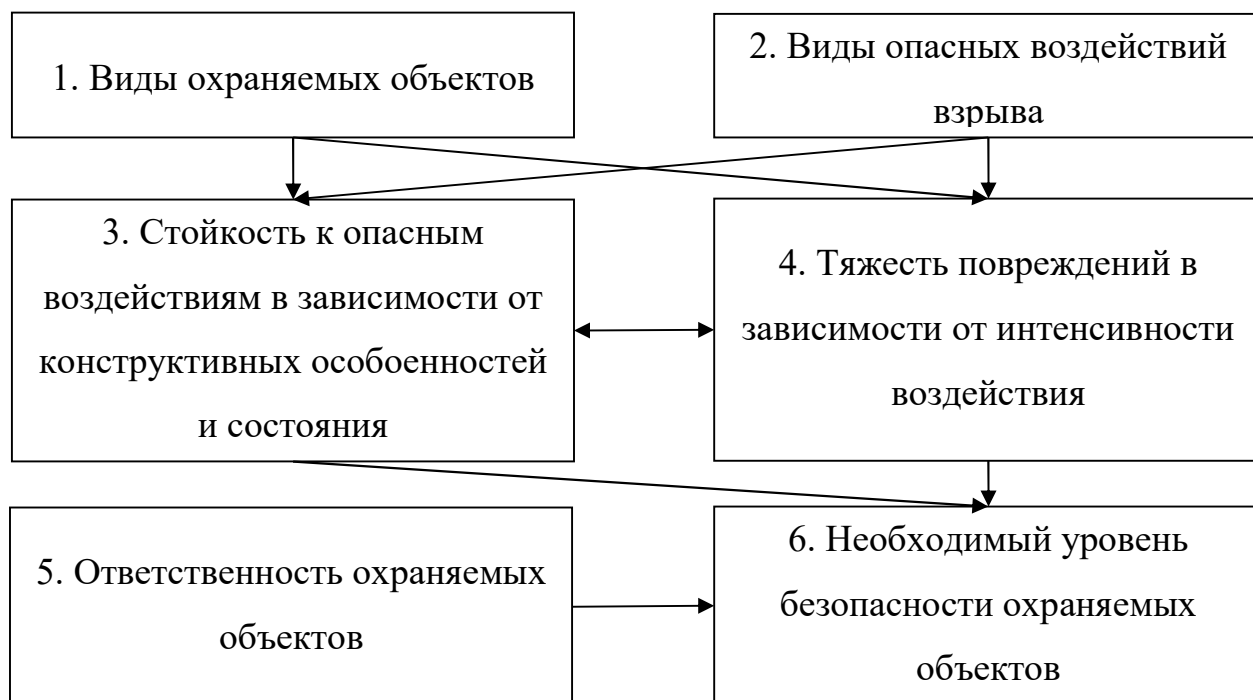


Рисунок 1.2 – Общая структурная схема классификаций охраняемых при взрывах объектов [135]

Таблица 1.1 – Классификация охраняемых объектов [135]

Группы охраняемых объектов	Опасные воздействия взрыва						
	МН	СК	УВВ	РК	ЯГ	ПЗ	ГУВ
Промышленные, гражданские и жилые здания и сооружения	–	+	+	+	–	–	–
Инженерно-технические коммуникации транспорта и трубопроводы различного назначения	+	+	+	+	–	–	–
Скальные массивы в составе инженерных сооружений, основания котлованов, борта котлованов и карьеров	+	+	–	–	–	–	–
Погрузочное и транспортное оборудование	–	+	+	+	–	–	–
Подземные горные выработки и сооружения	+	+	+	+	+	–	–
Воздушный и водный бассейны	–	–	–	–	+	+	+

Примечания к таблице: МН – механические нарушения; СК – сейсмические колебания; УВВ – ударные воздушные волны; РК – разлёт кусков; ЯГ – ядовитые газы; ПЗ – пылевое загрязнение; ГУВ – гидроударные волны; «+» – воздействие есть; «–» – воздействия нет.

Для проектирования взрывных работ в строительстве М.Б. Эткини А.Е. Азаркович предлагают такую классификацию охраняемых объектов, где критерием воздействия является необходимый уровень безопасности [135]. Считают, что необходимый уровень безопасности обеспечивает сохранность объекта и характеризуется несколькими признаками, такими как: описание предполагаемых после взрыва повреждений объектов, величина ремонтных работ, качественная характеристика степени безопасности, а также режим работы объектов при проведении взрывов. При назначении уровня безопасности (элемент 6 в структурной схеме) принимаются во внимание сведения об охраняемом объекте, представленные во всех предыдущих элементах (Рисунок 1.2). Кроме того, оценивается экономическая целесообразность проведения работ, включающая стоимость выполнения строительно-монтажных и ремонтно-восстановительных работ и их сроки. Классификация представлена в таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Классификация возможных повреждений [135]

Уровень обеспечения безопасности объектов	Степень возможных повреждений объектов при взрывах	Описание возможных повреждений объектов	Характеристика возможных ремонтных мероприятий	Режим работы объектов при производстве взрывов
1	2	3	4	5
1	Отсутствие повреждений	–	Не требуется	Не изменяется
2	Незначительные	Случайные повреждения остекления. Частичное осыпание побелки и проявление старых трещин в штукатурке	Косметический ремонт по мере необходимости	Отключение энергоснабжения на время производства взрыва
3	Легкие	Повреждения остекления. Появление новых трещин в штукатурке и откалывание небольших её кусков. Деформации отдельных легких элементов ограждения (окон, дверей, кровли зданий). Трещины в растянутой зоне бетонных сооружений без нарушения их герметичности. Заметное разрушение имеющихся трещин на обнажениях скальных массивов и бортах подземных выработок	Аварийный ремонт легких элементов зданий и сооружений	Отключение на время производства взрыва и последующего аварийного восстановления работы линий энергоснабжения, связи и т.п.
4	Умеренные	Значительные повреждения остекления. Обрушение штукатурки. Деформации основных ограждающих и несущих конструкций зданий без потери их несущей способности. Трещины в сочленениях конструктивных элементов и в сжатой зоне бетонных сооружений с нарушением их герметичности. Развитие имеющихся трещин и заколов с вывалом отдельных кусков на обнажениях скальных массивов и бортах подземных горных выработок	Ремонтные мероприятия, несвязанные с восстановлением или усилением каких-либо несущих конструкций зданий или сооружений	Приостановка работы на время взрыва и проведения ремонтных мероприятий
5	Тяжелые	Практически полное разрушение остекления. Частичное разрушение стен (колонн) и перегородок зданий, частичное или полное разрушение легких элементов (двери, перегородки, крыши). Сквозные трещины в бетонных сооружениях. Крупные заколы, трещины и выпадения кусков на обнажениях скальных массивов с частичным обрушением уступов, а также бортов и кровли подземных выработок. Частичное обрушение насыпей и дамб. Объекты теряют несущую способность, но полностью не разрушаются	Ремонтно-восстановительные мероприятия по восстановлению несущей способности деформированных элементов или связей между ними	Остановка работы на время разрыва и проведения ремонтно-восстановительных мероприятий

Для более точного расчёта нагружения объектов действием взрыва в таблице 1.3 приведены показатели скорости смещения v (сейсмическое воздействие), соответствующие разным уровням безопасности и принятые по эмпирическим данным, встречающимся в литературе. После расчёта предполагаемого значения скорости v необходимо определить уровень

безопасности объекта, которому она соответствует, и оценить необходимость её снижении [135].

Таким образом специалисты подрядных организаций и проектировщики, а также заказчики и ответственные за эксплуатацию объектов лица относят сооружения к определенному уровню безопасности, который должен обеспечиваться в процессе ведения буровзрывных работ с помощью технологических и организационно-технических мероприятий [134,135].

Обеспечивать безопасность охраняемых объектов необходимо системно, т.к. совокупность элементов, влияющих на процессы, постоянно перестраивается при изменении одного из элементов. В свою очередь, некоторые параметры объединяются в группы и уже совместно влияют на общую картину взрыва и его последствий. В связи с этим возникает необходимость в формировании единого подхода к рассмотрению опасных факторов взрыва на охраняемые объекты и единых принципов в расчетах для оценки защитных мер в отношении объектов и сооружений.

Структурная схема, предложенная на рисунке 1.3, описывает систему обеспечения безопасности охраняемых объектов в процессе проектирования взрывных работ и состоит из физических, информационных и расчетно-аналитических элементов.

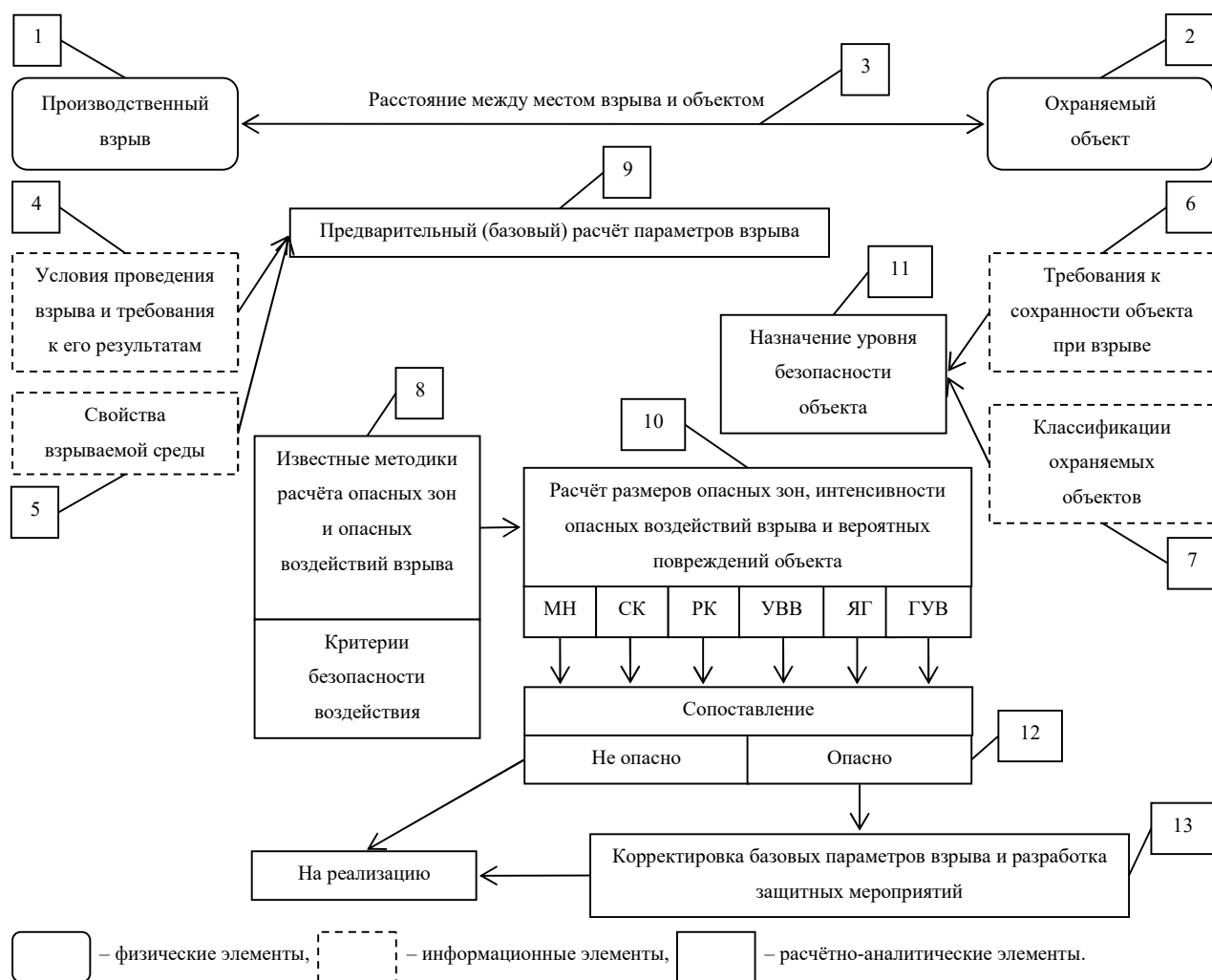


Рисунок 1.3 – Структура системы обеспечения безопасности охраняемого объекта при проектировании взрывных работ (МН – механическое нарушение, СК – сейсмические колебания, РК – разлёт кусков, УВВ – ударные воздушные волны, ЯГ – ядовитые газы, ГУВ – гидроударные волны)

Физические элементы схемы – это промышленный взрыв и его последствия, охраняемый производственный объект (2) и дистанция между объектом и местом взрыва (3). В качестве информационных элементов схемы, которые связаны с физическими, рассматриваются условия осуществления взрыва и необходимые требования к результатам (4), характеристика свойств среды (5), подверженной взрыву, условия сохранности сооружения при взрыве (6) и классификации охраняемых объектов (7). Также в схеме представлен ещё один необходимый элемент – известные методики расчета размеров опасных зон и опасных воздействий взрыва (8). Упомянутые выше элементы в совокупности дают

возможность перейти к более крупным, расчетно-аналитическим элементам, таким как предварительный расчет параметров взрыва (9), расчет размера опасных зон, оценка интенсивности опасных воздействий взрыва на объекты и определение вероятных повреждений (10), назначение уровня безопасности объекта (11) в соответствии с таблицей 1.3.

Затем необходимо сопоставить радиусы опасных зон с расстоянием между объектом и местом взрыва с целью оценить вероятный ущерб для объектов, повреждения которых допустимы в соответствии с назначенным уровнем безопасности (12).

Таблица 1.3 – Скорость смещения в соответствии с допустимым уровнем безопасности [135]

Охраняемые объекты или их элементы	Скорость смещения v , см/с, соответствующая уровню обеспечения безопасности по сейсмическому действию взрыва				
	1	2	3	4	5
Жилые дома сельского типа, глинобитные, соломенные	До 1	1-2	2-4	4-8	8-12
Жилые и производственные здания мало- и среднеэтажные с деревянным каркасом	До 2	2-4	4-8	8-16	16-24
То же, крупноблочные с кирпичными или каменными на цементном растворе стенами	До 3	3-6	6-12	12-24	24-36
То же, с железобетонным и металлическим каркасом	До 4	4-8	8-16	16-32	32-48
То же, с антисейсмическим усилением	До 10	10-20	20-40	40-80	80-120
Транспортные эстакады, большие и средние мосты	До 4	4-8	8-16	16-32	32-48
Железобетонные трубы и градирни, водонапорные башни	До 10	10-20	20-40	40-80	80-120
Скальные откосы	До 20	20-40	40-80	80-160	160-240
Насыпи, в т.ч. железнодорожные, дамбы	До 20	20-40	40-80	80-160	160-240
Тоннели в крепких породах с анкерной крепью, радиус поперечного сечения менее 10 м	До 20	20-40	40-80	80-160	160-240
То же, большего радиуса, камеры, машинные залы	До 15	15-30	30-60	60-120	120-180

Примечание. Значения ν приведены для объектов, находящихся в нормальном техническом состоянии. Для объектов, имеющих дефекты несущих конструкций, табличные значения понижаются при сквозных протяженных трещинах, снижающих несущую способность, а также для ветхих зданий не менее чем в 5 раз.

1.4 Оценка безопасности горных выработок

Рассмотрение волновой картины взрыва ВВ в горных породах даёт возможность понять, что снижение напряжений в области действия ударных волн пропорционально величине $(R/r_0)^3$, в области упругопластических волн – $(R/r_0)^2$, а в области сейсмических волн затухание напряжений и скорости смещения грунта пропорционально (R/r_0) . Интенсивное затухание взрывных волн в первых двух зонах приводит к тому, что в сейсмическую волну, как указывалось ранее, трансформируется около 1% потенциальной энергии взрывчатых веществ. Таким образом, сейсмическая защита инженерных сооружений (горных выработок) от воздействий взрыва является в целом более благоприятной по сравнению с защитой от землетрясений [94].

Хибинские апатит-нефелиновые месторождения относятся к склонным и опасны с точки зрения горных ударов. Добыча руды на рудниках АО «Апатит» в настоящее время производится за счет интенсификации подземных и открытых работ. Становится необходимым ведение работ на больших глубинах, что влечёт рост напряжений и повышает вероятность проявлений горного давления. Горные удары и техногенные землетрясения в последнее время происходили не только в зонах влияния очистных работ и тектонических нарушений, но и в зонах контакта подземного рудника с карьером, а также в рабочей зоне карьера. По этой причине важнейшее значение приобретает совершенствование способов прогноза и предупреждения динамических проявлений горного давления [58,74].

Согласно указаниям, Кольского научного центра, касающихся безопасного ведения горных работ [74], Хибинские месторождения апатит-нефелиновых руд – Кукисвумчорское, Юкспорское, «Апатитовый цирк», «Плато Расвумчорр»,

Коашвинское и Ньоркпахкское – являются склонными и опасными с точки зрения горных ударов.

Согласно совместному отчёту Горного института Кольского научного центра РАН и ОАО «Апатит», «опасными по горным ударам являются горизонты обрабатываемых рудников: +600 м и ниже Расвумчоррского и Центрального рудников, +530 м и ниже Юкспорской части и +322 м и ниже Кукисвумчоррской части Объединенного Кировского рудника» [74].

Месторождения Коашвинское и Ньоркпахкское отнесены к удароопасным с глубины +400 м.

Крупномасштабные горные работы в массивах горных пород с высокими напряжениями существенно влияют на геодинамический режим в прилегающем геологическом пространстве, приводя к возникновению динамических явлений в горных выработках.

На рудниках АО «Апатит» наблюдается множество геодинамических проявлений, таких как стреляние горных пород, динамическое заколообразование, микроудары, толчки, горные удары, шелушение, горно-тектонические удары, техногенные землетрясения. Начиная приблизительно со второй половины 1980-х гг., землетрясения в районе рудников отмечались довольно часто. Так, 16 апреля 1989 г. на Кировском руднике произошло техногенное землетрясение, вызванное массовым взрывом [45]. Магнитуда землетрясений тогда составила 4.8–5 [58,128].

Согласно ГОСТ Р 57546–2017, устанавливающему методику определения интенсивности случившихся землетрясений и оценку предполагаемых последствий землетрясений, а также используемому для анализа сейсмической опасности территории при различных видах сейсмического районирования и в для разных параметров, характеризующих движения грунта, при проектировании зданий и сооружений для строительства в сейсмических районах. Кроме того, данный стандарт применяется для оценки возможных социально-экономических последствий землетрясений, а также планирования спасательных и восстановительных работ. Обратим внимание на значения параметров движений

грунта при интенсивностях землетрясения, представленных в таблицах 1.4 и 1.5 [44].

Таблица 1.4 – Значения параметров движений грунта при интенсивностях землетрясения 5 баллов и менее, соответствующие стандартные отклонения (σ) и весовые функции (f)

Параметр (см. примечания)	$\sigma(I)$	f	Интенсивность землетрясения I , баллы								
			1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0
PGA , см/с ²	1,2	0,8	0,44	0,7	1,1	1,75	2,8	4,4	7,0	11,0	17,5
PGV , см/с	1,1	0,9	0,017	0,029	0,05	0,086	0,15	0,25	0,44	0,75	1,3
PGD , см	1,4	0,7	0,0003	0,00059	0,0013	0,0028	0,062	0,014	0,03	0,063	0,14
$PGA \tau^{0,5}$, см/с ^{1,5}	0,7	1,4	0,95	1,5	2,4	3,8	6,0	9,5	15	24	3,8
$\lg(PGA \times PGV)$, см ² /с ³	0,52	1,9	-1,38	-1,0	-0,62	-0,25	0,13	0,51	0,89	1,3	1,6

Таблица 1.5 – Значения параметров движений грунта в «инженерном» диапазоне интенсивности землетрясения ($I = 5,5-9,5$), соответствующие стандартные отклонения (σ) и весовые функции (f)

Параметр (см. примечания)	$\sigma(I)$	f	Интенсивность землетрясения I , баллы								
			5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5
PGA , см/с ²	0,60	2,0	28,0	44	70	110	180	280	440	700	1100
PGV , см/с	0,55	2,1	2,2	3,8	6,5	11	19	33	57	98	170
PGD , см	0,70	1,6	0,3	0,66	1,4	3,2	7	15	33	72	160
$PGA \tau^{0,5}$, см/с ^{1,5}	0,35	3,0	60	95	150	240	380	605	955	1516	2400
$\lg(PGA \times PGV)$, см ² /с ³	0,26	4,0	2,0	2,4	2,8	3,2	3,5	3,9	4,3	4,7	5,0

Примечания:

1. PGA , PGV , PGD – средние значения пикового ускорения, скорости и смещения, поэтому при использовании этих величин следует применять и среднюю величину продолжительности $\tau = 5$ с.

2. В таблице приведены средние значения соответствующих параметров. Оценки интенсивности с округлением до 0,1 балла для осреднения с макросейсмическими оценками интенсивности производятся по формулам:

$$\begin{aligned}
 I &= 2,5 \lg(PGA) + 1,89; \\
 I &= 2,13 \lg(PGV) + 4,74; \\
 I &= 1,47 \lg(PGD) + 6,26; \\
 I &= 2,5 \lg(PGA) + 1,25 \lg \tau + 1,05; \\
 I &= 1,325 \lg(PGA \times PGV) + 2,83.
 \end{aligned}
 \tag{1.6}$$

Классификация сейсмических событий согласно Нудума [141] представлена в таблице 1.6.

Таблица 1.6 – Классификация сейсмических событий

Тип сейсмособытия	Магнитуда	Описание
Слабое событие	от -3 до -2	Событие может быть услышано на тихом рабочем месте, причем оно либо не чувствуются вообще, либо ощущается небольшая вибрация. Не определяются большинством сетей сейсмического мониторинга.
Среднее событие	около -1	Событие подобно громкому удару, будет слышно и ощутимо человеком. Вибрация подобна вибрациям, ощущаемым от отдаленного подземного взрыва.
Сильное событие	около 0	Событие может быть подобным выстрелу на близком расстоянии. Рабочий, находящийся вблизи источника событий, может подскочить от звука и вибрации.
Очень сильное событие	от 1 до 2	Событие зачастую регистрируется региональными сетями сейсмического мониторинга. Рабочий, находящийся около источника очень большого сейсмического события, может быть травмирован в результате разрушений, вызванных событием.

В практических целях сейсмическое действие взрыва определяют с помощью «Единых правил безопасности при ведении взрывных работ» ПБ 13-407-01 [127]. В данных правилах критерием безопасности служит расстояние от места взрыва до охраняемого сооружения r_c :

$$r_c = K_r K_c \alpha \sqrt[3]{Q}, \tag{1.7}$$

где K_r – коэффициент, учитывающий свойства грунта в основании охраняемого сооружения; K_c – коэффициент, учитывающий тип сооружений и характера

застройки; α – коэффициент, учитывающий условия взрыва; Q – масса заряда ВВ.

Данная методика расчета используется при крупных промышленных взрывах вблизи зданий и сооружений производственного назначения, и вблизи жилых поселков.

Этот расчет применяется для масштабных взрывов около промышленных сооружений, а также около населенных пунктов.

Для аналогичных расчётов М.А. Садовским [119,120,121,122] получена следующая эмпирическая формула, которая также применяется на практике:

$$r_c = K_r \sqrt[3]{\frac{Q}{0,4 + 0,6\left(\frac{R_B}{\omega}\right)^3}}, \quad (1.8)$$

где K_r – постоянная, зависящая от грунта; Q – масса заряда ВВ, кг; R_B – радиус воронки, м; ω – глубина заложения заряда, м.

Сейсмическое действие взрыва в горных породах оценивают амплитудой колебания среды, скоростью и периодом колебаний. Амплитуда колебаний может быть представлена в виде:

$$s = K_r \left(\frac{\sqrt[3]{Q}}{R} \right)^y, \text{ см}, \quad (1.9)$$

где R – удаленность от взрыва, м; y – показатель затухания скорости смещения.

Результаты, полученные на основе формул (1.7)–(1.9) достаточно приближенные, так как базируются на экспериментальных данных, не учитывающих волновую природу взрыва.

Благодаря появлению большого числа вычислительных методов и мощных программных продуктов расчёт сейсмического воздействия на здания и сооружения, в том числе и горные выработки, стал более эффективным, а результаты – достоверными [59,71,77].

Для описания и оценки воздействий взрыва существуют математические модели, при создании которых учитывались скорость колебаний среды, период колебаний, а также амплитуду. Например, в зависимостях, представленных в работах [81,92,107,118], принимают во внимание глубину залегания зарядов,

свойства пород и, как следствие, скорость распространения волн. Данные зависимости включают в себя небольшое количество критериев, по которым можно оценить степень сейсмической защиты сооружений.

Учитывая последний факт, скорость колебания среды представляется более общим критерием, на который геологические условия ведения взрывных работ оказывают незначительное влияние [92]. Экспериментально выявлена зависимость между скоростью колебания среды и её разрушением. Поэтому скорость и собственная частота колебаний используются как главный критерий оценки воздействия взрывов на здания и сооружения [79,92,93,95,123].

На основе указанных выше работ можно рассматривать возникновение и распространение взрывной волны как продолжение процесса взрывного нагружения среды.

Таким образом, результаты используемого в работе подхода, учитывающего волновой характер движения взрывных волн в среде, обеспечат обоснование выбора более точного метода решения рассматриваемых задач и детальный анализ напряженного состояния среды.

При рассмотрении вопросов безопасности выработок также стоит обратить внимание на СНиП II-94-80 [126], согласно которому производятся расчёты для строительства горизонтальных горных выработок.

СНиП рекомендует располагать наклонные и горизонтальные выработки, руководствуясь одновременно несколькими факторами:

- главные вскрывающие выработки рекомендуется создавать в устойчивых породах, в противном случае – вкрест простирания слоистости или трещиноватости пород; при этом необходимо соблюдение расстояний, которые бы обеспечивали независимость горных выработок от влияния друг на друга;
- не рекомендуется создавать горные выработки вблизи геологических разломов, смещений и тектонических деформаций, а также вблизи водонапорных слоёв;

- предусматривать возможность выемки полезного ископаемого из предохранительных целиков при погашении выработок;
- необходимо определить типоразмеры сечений и их минимальное количество для выработок, относящимся к сопряжениям и околоствольным дворам.

Для обеспечения безопасности как главных магистральных выработок, так и околоствольного двора, целесообразно оставлять целики, не испытывающие влияние очистных работ. В горных выработках, не защищенных от очистных работ, необходимо сооружение дополнительных конструкций, обеспечивающих их безопасность.

Расстояние L_d , обеспечивающее независимость горизонтальных и наклонных горных выработок от влияния друг на друга, описывается формулой:

$$L_d \geq (b_1 + b_2) k_L, \quad (1.10)$$

где $b_1 + b_2$ – общая ширина горных выработок, испытывающих взаимное влияние в процессе их создания, м;

k_L – коэффициент, который находят по таблице 1.9 в зависимости от расчетного сопротивления R_c .

Параметры крепи наклонных и горизонтальных горных выработок зависят от категории устойчивости пород и влияния очистных мероприятий. На основе данных зависимостей рассчитываются характеристики крепи. При этом категория устойчивости пород определяется по величине U , равной смещению пород на контуре поперечного сечения горной выработки при условии её службы без крепи с начала проходки (таблица 1.7).

Таблица 1.7 – Оценка устойчивости горных выработок в зависимости от смещения

Категория устойчивости пород	Оценка состояния устойчивости пород	Смещение U, мм		
		осадочные породы (песчаники, алевролиты, аргиллиты, известняки, уголь и др.)	изверженные породы (граниты, диориты, порфириды и др.)	соляные породы (каменная соль, сильвинит, карналлит и др.)
I	устойчивое	до 50	до 20	до 200
II	среднеустойчивое	свыше 50 до 200	свыше 20 до 100	свыше 200 до 300
III	очень неустойчивое	свыше 200 до 500	свыше 100 до 200	свыше 300 до 500
IV	сильно неустойчивое	свыше 500	свыше 200	свыше 500

В процессе классификации горных выработок по категориям устойчивости пород рекомендуются отдельные измерения максимальных смещений U на разных частях поперечного сечения: кровле, боках и почве.

Также возможно производить оценку устойчивости пород в горизонтальных и наклонных выработках с помощью коэффициента k_K , который влияет на выбор крепи:

$$k_K = \frac{\gamma H_p}{R_c}, \quad (1.11)$$

Таблица 1.8 – Коэффициенты k_α и k_θ

Направление проходки выработки	Коэффициенты k_α и k_θ при углах залегания пород α или основных плоскостей трещиноватости, град											
	до 20		30		40		50		60		св. 70	
	k_α	k_θ	k_α	k_θ	k_α	k_θ	k_α	k_θ	k_α	k_θ	k_α	k_θ
вдоль простирания	1,00	0,35	0,95	0,55	0,80	0,80	0,65	1,20	0,60	1,70	0,60	2,25
вкрест простирания	0,70	0,55	0,60	0,80	0,45	0,95	0,25	0,95	0,20	0,80	0,15	0,55
под углом к простиранию	0,85	0,45	0,80	0,65	0,65	0,90	0,45	1,05	0,35	1,10	0,35	0,95

Для горных пород магматического и осадочного происхождения значение смещения U определяют в горизонтальных и наклонных горных выработках, не испытывающих воздействия очистных работ:

$$U = k_\alpha k_\theta k_S k_B k_t U_T, \quad (1.12)$$

где U_T – смещение пород, мм, которое определяется графически (Рисунок 1.4) в зависимости от значений расчетного сопротивления пород сжатию R_c и расчетной глубины расположения выработки H_p ;

k_α – коэффициент, учитывающий влияние угла залегания пород и направления проходки выработки относительно простирания пород или основных плоскостей трещиностойкости (Таблица 1.8);

k_θ – коэффициент, учитывающий направление смещения пород: для вертикальных смещений со стороны кровли или почвы коэффициент принимается равным 1; при определении горизонтальных смещений коэффициент определяют с помощью таблицы 1.8;

k_S – коэффициент, учитывающий размер выработки:

$$k_S = 0,2(b - 1), \quad (1.13)$$

где b – ширина выработки в проходке, м;

k_B – коэффициент, учитывающий влияние ближайших выработок; для одиночных выработок и камер принимается равным 1,0; для сопряжений с односторонним примыканием выработки – 1,4; для сложных сопряжений с примыканием выработок в виде двустороннего заезда или пересекающихся выработок – 1,6; для параллельных выработок – по формуле:

$$k_B = \frac{b_1 + b_2}{L} k_L, \quad (1.14)$$

где L – расстояние между выработками, м; $b_1 + b_2$ – общая ширина выработок в проходке, испытывающих взаимное влияние, м;

k_L – коэффициент, находимый по таблице 1.9 в зависимости от расчетного сопротивления R_c

k_t – коэффициент, учитывающий время возведения крепи. Для выработок, срок службы t которых составляет 15 лет и больше, k_t равен 1; при t менее 15 лет k_t определяется по номограмме (Рисунок 1.5).

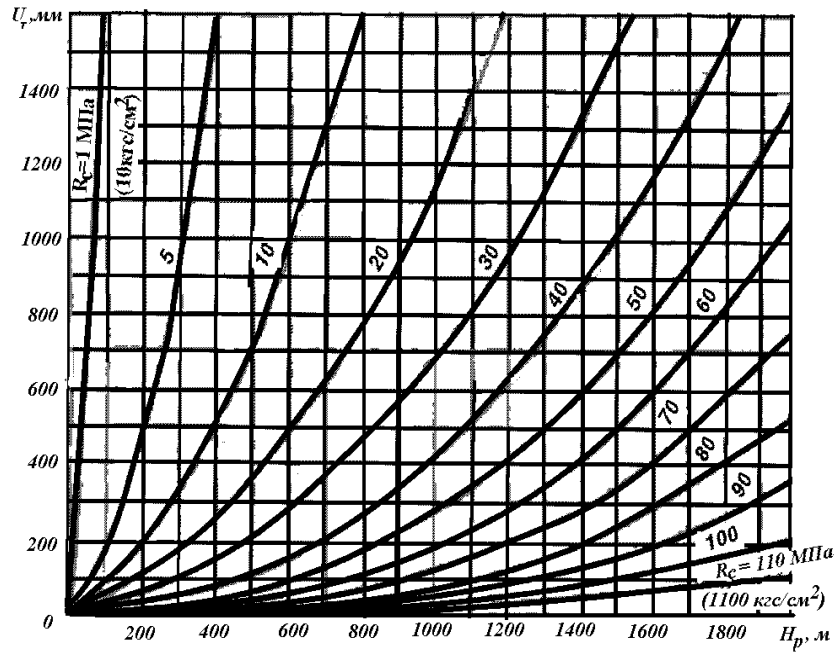


Рисунок 1.4 – Номограмма для нахождения типового смещения пород U_T

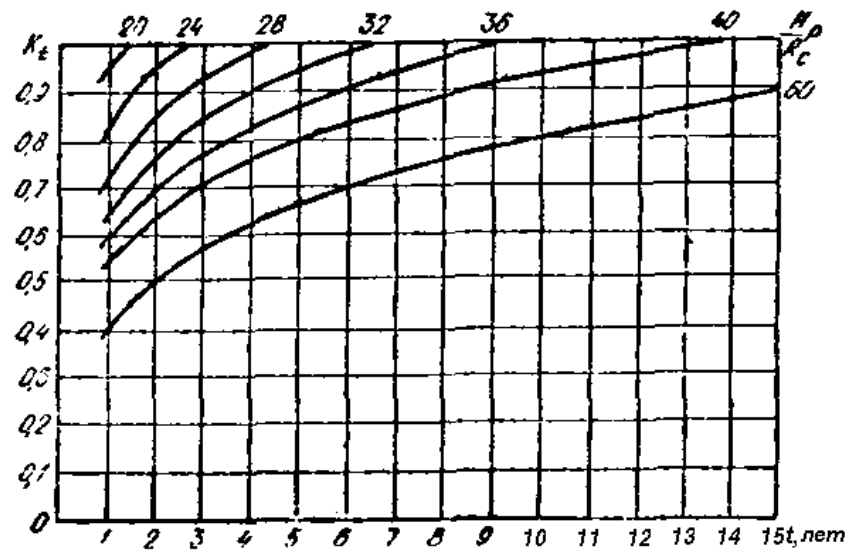


Рисунок 1.5 – Номограмма для нахождения коэффициента k_t при значениях t от 1 года до 15 лет

Таблица 1.9 – Коэффициент k_L при расчетном сопротивлении R_c

Расчетная глубина расположения выработки от поверхности H_p , м	Коэффициент k_L при расчетном сопротивлении R_c , МПа (кгс/см ²)							
	для выработок, пройденных вдоль простирания				для выработок, пройденных вкрест простирания			
	30 (300)	60 (600)	90 (900)	более 120 (1200)	30 (300)	60 (600)	90 (900)	более 120 (1200)
до 300	$\frac{3,5}{2,0}$	$\frac{1,8}{1,6}$	$\frac{1,5}{1,3}$	$\frac{1,2}{1,0}$	1,8	1,5	1,2	1,0
от 300 до 600	$\frac{4,0}{2,5}$	$\frac{2,0}{1,8}$	$\frac{1,7}{1,5}$	$\frac{1,4}{1,2}$	2,2	1,8	1,5	1,2
от 600 до 900	$\frac{4,5}{3,0}$	$\frac{2,5}{2,1}$	$\frac{2,0}{1,7}$	$\frac{1,6}{1,4}$	2,6	2,1	1,7	1,4
от 900 до 1200	$\frac{5,0}{3,5}$	$\frac{3,5}{3,0}$	$\frac{2,5}{2,0}$	$\frac{1,8}{1,6}$	3,0	2,5	2,0	1,5
более 1200	$\frac{5,5}{4,0}$	$\frac{4,0}{3,5}$	$\frac{3,0}{2,3}$	$\frac{2,0}{1,8}$	3,4	2,9	2,4	1,7

Примечания: 1. В числителе указан коэффициент k_L для выработок с углом α до 35° , а в знаменателе – с углом α более 35° ; 2. Коэффициент k_L для наклонных выработок принимается таким же, как для горизонтальных выработок, пройденных вдоль простирания.

Примечание. Очистные работы, оказывающие влияние на расчёт смещений горных пород, требуют применения особых методик, создаваемых специальными институтами.

Для всех видов крепей, кроме рамных податливых, рекомендуется дифференциация расчётных нагрузок на вертикальные и горизонтальные, определяемых соответственно в кровле и почве; в случае падения пород под углом α , принимающим значения от 20 до 50° , а также по нормали к направлению напластования пород коэффициент определяется по формуле:

$$P = k_{\pi} k_{\text{н}} m_{\text{в}} P^{\text{н}}, \quad (1.15)$$

где $P^{\text{н}}$ – нормативная нагрузки на крепь, кПа (тс/м²);

k_{π} – коэффициент, учитывающий перегрузку (Таблица 1.10);

$k_{\text{н}}$ – коэффициент, принимаемый равным 1,1 для главных вскрывающих выработок; для остальных – 1;

m_b – коэффициент, учитывающий условия проходки выработок и равный 1 при буровзрывном способе проходки выработок, и определяемый по таблице 1.11 при комбайновом способе.

Примечание. Для определения расчетной нагрузки на рамные податливые крепи необходимо применение особых методик, создаваемых специальными институтами.

Таблица 1.10 – Коэффициент k_{π}

Величина смещения U , мм	Коэффициент k_{π}	
	Главные вскрывающие выработки	Магистральные и другие выработки
до 50	1,25	1,10
от 50 до 200	1,10	1,05
от 200 до 500	1,05	1,00
более 500	1,00	1,00

Таблица 1.11 – Коэффициент k_L при расчетном сопротивлении R_c

Отношение H_p/R_c	до 1,6	от 1,6 до 2,0	от 2,0 до 2,5	более 2,5
Коэффициент m_s	0,6	0,8	0,9	1,1

Для определения нормативной нагрузки P^n служит номограмма (Рисунок 1.6), отражающая влияние смещений U , складывающихся из смещений до установки крепи U_t , смещений, вызванных сжатием забутовочного материала U_3 и смещений от конструктивной податливости крепи $U_{кр}$.

Смещения, происходящие до установки крепи U_t , определяются по формуле:

$$U_t = U \cdot k_t, \quad (1.16)$$

где k_t – коэффициент, учитывающий время смещения пород и определяемый по номограмме (Рисунок 1.7).

Компенсация смещений за счет сжатия забутовочного материала (U_3) зависит прежде всего от сжимаемости самого материала, а также нагрузки на крепь и толщины забутовочного слоя. Такие смещения рассчитываются исходя из опытных данных. В случае если забутовочный слой состоит из дробленых пород и

опытные данные отсутствуют, возможно использовать в расчетах значение смещений U_3 , которое составит 25% толщины дробленых пород.

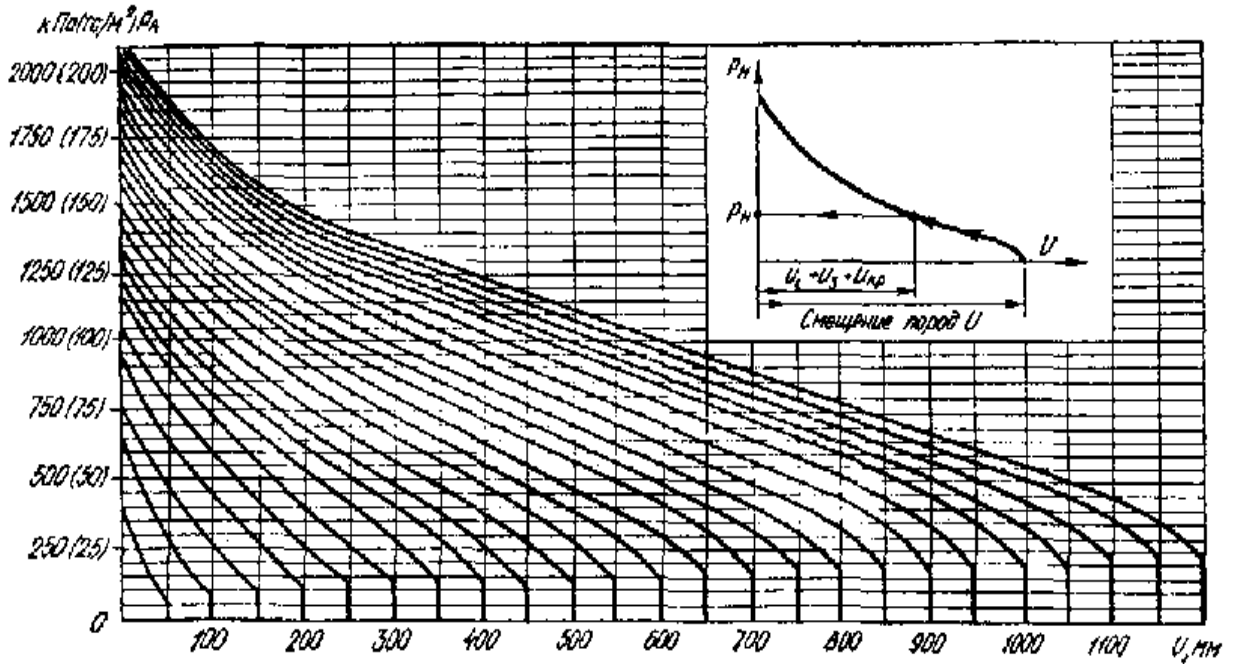


Рисунок 1.6 – Номограмма для нахождения нормативной нагрузки на крепь

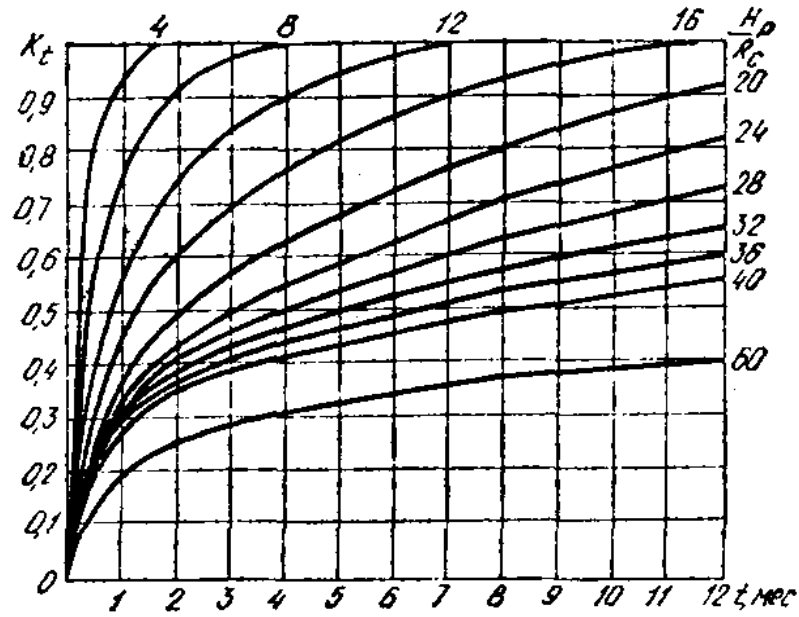


Рисунок 1.7 – Номограмма для нахождения коэффициента k_t при значениях t менее 1 года

1.5 Выводы по главе 1

Анализ научной литературы, посвященной изучению воздействий сейсмозрывной волны на горные выработки, позволяет сделать следующие выводы:

1. Актуальность обсуждаемой проблемы подтверждается необходимостью обеспечения безопасности действующих горных выработок при проведении массовых взрывов;

2. В настоящее время существуют приблизительные оценки оптимальных параметров сейсмозрывных волн при ведении буровзрывных работ вблизи действующих горных выработок;

3. Учитывая сложность задач, посвященных воздействию сейсмозрывных волн на массивы горных пород, включающие выработки, главным способом их решения являются численные методы, так как возможность определения динамического деформирования грунтов при взрыве повышает эффективность расчетов;

4. Для решения указанных выше динамических задач воздействия сейсмозрывной волны на слоистый массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку, необходимо использование адекватных моделей деформирования грунтовых сред, позволяющих учитывать различные свойства последних.

ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВОЗДЕЙСТВИЯ СЕЙСМОВЗРЫВНОЙ ВОЛНЫ НА МАССИВ ГОРНЫХ ПОРОД, ВКЛЮЧАЮЩИЙ ГОРИЗОНТАЛЬНУЮ ВЫРАБОТКУ

Распространение взрывных волн в массиве горных пород происходит в соответствии с физическими закономерностями. Детальное изучение таких закономерностей приводит к правильному обоснованию выбора метода решения рассматриваемых задач и, как следствие, к достоверным результатам расчёта напряжённо-деформированного состояния среды.

Многими авторами решались разные вопросы в области постановки динамических задач и анализа НДС деформированной среды, например, в следующих работах [13,18,26,35,50,54,67,73,86,88,96,110,112].

В связи с тем, что волны напряжений имеют разное происхождение, при их движении в деформируемом теле неизбежно их взаимное влияние и возникновение новых участков напряжений. Так, благодаря интерференции волн деформации в горном массиве перераспределяются, вызывая в некоторых частях сложение интенсивностей и превышение предела прочности горных пород, что в итоге приводит к разрушению среды. Распространение напряжений считается установившимся после того, как волны 3-4 раза отразятся от преград и смещения среды равномерно распределятся по объему массива [22,50,54,73,88,112].

Математическая модель этого процесса описывается системой, в общем случае, дифференциальных уравнений в частных производных, которые с достаточной степенью точности характеризуют рассматриваемый динамический процесс деформирования среды. Часто возможно использование аналитических подходов и методов при необходимости обеспечить комплексную безопасность охраняемых объектов. Стоит заметить, что результаты применения аналитических методов, обладают большей наглядностью и компактностью. Благодаря этому становится возможным исследовать и прогнозировать физические процессы, которые происходят в грунтах, подверженных возмущениям. Кроме того, данные уравнения позволяют справляться с проблемами, имеющими по большей части

методологическую основу, а также позволяют оценить точность решений, достигнутых с помощью численных методов.

Некоторые аналитические подходы и методы решения нестационарных динамических задач представлены в работах [9,35,50,54,76,90].

В последнее время создается программное обеспечение, позволяющее рассчитывать безопасность охраняемых объектов, применяя численные методы. Так, в работах [6,10,17,19,21,31,64,68,73] представлены алгоритмы решения нестационарных динамических задач с помощью данных методов.

Появляющиеся автоматизированные вычислительные устройства и компьютерные программы существенно облегчили численное интегрирование систем дифференциальных уравнений. Различные численные методы обеспечили более точное и достоверное моделирование прикладных задач геомеханики (механики сплошных сред) и получили широкое распространение. Сферы применения электронных вычислительных устройств постоянно расширяются, а оптимизация существующих методов даёт больше возможностей для математического моделирования.

2.1 Построение модели для однородной среды

Известно, что основными факторами, влияющими на характер напряжений вблизи горной выработки при сейсмозрывном воздействии на вмещающие породы, являются мощность заряда взрывчатого вещества (ВВ), расстояние до выработки, скорости детонации, состав смеси ВВ и т.д. [2,36,52,89,136]. Оценка взаимодействия сейсмозрывной волны с выработкой требует большого числа натуральных испытаний, которые часто невозможны в полном объеме по техническим причинам либо из соображений рентабельности. В этом отношении численное моделирование имеет ряд преимуществ, так как позволяет без проведения экспериментов прогнозировать распределение напряжений и условия распространения волн в возмущаемой взрывом среде [66,116,150].

Для описания воздействия сейсмозрывной волны на горную выработку в работе используется математическая модель на основе уравнений динамической теории упругости Мизеса [1,14,33,37,38,40,133,142,149] в криволинейных координатах (Рисунок 2.1).

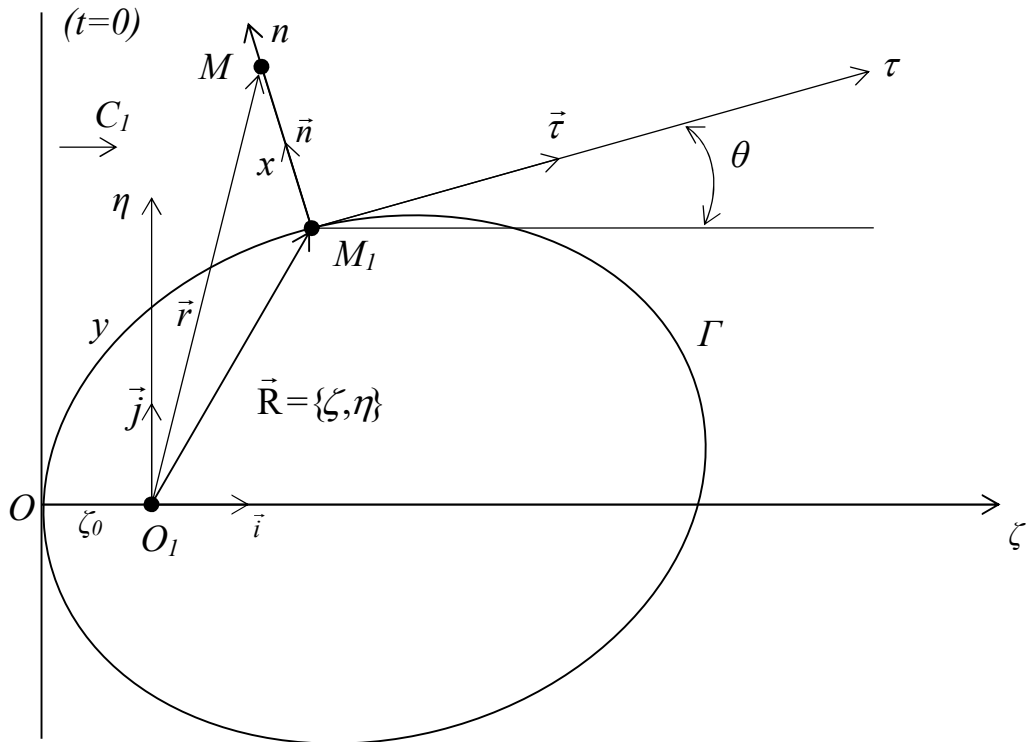


Рисунок 2.1 – Введенные системы координат

На данном рисунке представлены две системы координат, где введены следующие обозначения:

1. $O_{1\zeta\eta}$ – ортогональная система координат; начало координат O_1 – центр масс горной выработки; ось $O_{1\zeta}$ параллельна скорости перемещения фронта невозмущенной волны.

2. M_1xy – криволинейная система координат; x – расстояние MM_1 , отсчитываемое от точки M до границы горной выработки; y – длина дуги Γ , измеряемая от точки O до точки M_1 ; O – точка соприкосновения фронта C_1 движущейся волны с границей горной выработки в начальный момент времени ($t = 0$).

На основе указанных параметров в системах координат получим выражение:

$$\vec{r} = \vec{R} + x\vec{n},$$

где \vec{r} – радиус-вектор точки M ; \vec{R} – радиус-вектор точки M_1 ; \vec{n} – орт нормали n , $\vec{\tau}$ – орт касательной τ в точке M_1 .

Тогда справедливо:

$$d\vec{r} = d\vec{R} + x \cdot d\vec{n} + dx \cdot \vec{n} = dy \cdot \vec{\tau} + dx \cdot \vec{n} + k(y) \cdot x dy \cdot \vec{\tau} = (1 + k(y) \cdot x) dy \cdot \vec{\tau} + dx \cdot \vec{n},$$

где $k(y)$ – кривизна линии Γ в точке M_1 .

$$\text{Окончательно получим } (d\vec{r})^2 = dx^2 + (1 + k(y) \cdot x)^2 dy^2 = dx^2 + H^2 dy^2,$$

где $H = 1 + k(y) \cdot x$ – коэффициент Ламе.

Обозначим элементы вектора скорости, с которой движутся частицы грунтового массива по направлениям осей M_1x и M_1y , при помощи v_1 , v_2 соответственно, а элементы тензора напряжений – при помощи $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}$. Это позволит представить закон Гука, продифференцированный по времени, и уравнения движения в безразмерной форме [20,85,97,105,131,145]:

$$\begin{cases} \frac{\partial v_1}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} + \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial x} (\sigma_{11} - \sigma_{22}); \\ \frac{\partial v_2}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial y} + \frac{2}{H} \frac{\partial H}{\partial x} \sigma_{12}; \\ \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial t} = \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{(1-2b)}{H} \frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{(1-2b)}{H} \frac{\partial H}{\partial x} v_1; \\ \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial t} = (1-2b) \frac{\partial v_1}{\partial x} + \frac{1}{H} \left(\frac{\partial v_2}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x} v_1 \right); \\ \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial t} = b \left(\frac{1}{H} \frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial v_2}{\partial x} - \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial x} v_2 \right). \end{cases} \quad (2.1)$$

Здесь $b = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}$; ν – коэффициент Пуассона; x, y – геометрические

координаты, связанные с определяющим размером выработки $L = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$, м, где S –

площадь выработки, m^2 ; v_1 и v_2 – элементы вектора скорости, связанные со

скоростью распространения продольных волн в массиве $c = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}$, м/с; E –

модуль Юнга, Pa ; ρ – плотность среды, $кг/м^3$; компоненты тензора напряжений отнесены к величине ρc^2 ; компоненты вектора скорости – к величине c ; время t – к величине L/c .

Для представления системы дифференциальных уравнений первого порядка в частных производных (2.1) введём следующие обозначения:

$$U = \{v_1, v_2, \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}\}^T \text{ – вектор неизвестных; } p = \frac{1}{H}; q = \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial x}.$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + B \frac{\partial U}{\partial x} + pC \frac{\partial U}{\partial y} + qQU = 0, \quad (2.2)$$

постоянные матрицы пятого порядка, присутствующие в матричном уравнении (2.2), имеют вид:

$$B = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1-2b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1-2b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1-2b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для замыкания данной краевой задачи необходимо дополнить систему (2.1) краевыми условиями:

1. Граничные условия на поверхности полости (горной выработки):

$$\sigma_{11}|_{x=0} = \sigma_{12}|_{x=0} = 0$$

или в матричном виде

$$SU|_{x=0} = 0, \quad (2.3)$$

где прямоугольная матрица S имеет вид

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

условие периодичности

$$U|_{y=0} = U|_{y=l}, \quad (2.4)$$

где l – длина дуги линии Γ .

2. Начальные условия в момент времени $t = 0$ определяют поля напряжений и скоростей по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
\sigma_{11}^0 &= \sigma^0 (\zeta_0 - \zeta) (\sin^2 \theta - b \cos^2 \theta); \\
\sigma_{12}^0 &= -\sigma^0 (\zeta_0 - \zeta) (1 - b) \sin \theta \cos \theta; \\
\sigma_{22}^0 &= \sigma^0 (\zeta_0 - \zeta) (\cos^2 \theta + b \sin^2 \theta); \\
v_1^0 &= -\sigma^0 (\zeta_0 - \zeta) \sin \theta; \\
v_2^0 &= \sigma^0 (\zeta_0 - \zeta) \cos \theta,
\end{aligned} \tag{2.5}$$

где $\sigma^0(s) = \begin{cases} f(s), & \text{при } s \geq 0; \\ 0, & \text{при } s < 0 \end{cases}$; функция $f(s)$ определяет вид эпюры движущейся взрывной волны; s – расстояние между фронтом волны и точкой массива горных пород в начальный момент времени $t = 0$.

Нормальные напряжения за фронтом движущейся волны в момент времени $t = 0$ задаются величиной σ^0 (2.5), рассчитываемой по формуле:

$$\sigma^0 = -\sigma_0 \sin(\beta\tau) e^{-A_2(A_1\tau-1)^2} \tag{2.6}$$

где $\sigma_0 = \frac{JK_{jh}}{R_t^3}$ – характерное значение радиальной составляющей волны напряжений; J – энергия сейсмособытия; K_{jh} – нормирующий коэффициент; R_t – характерный размер источника сейсмособытия; β – коэффициент, характеризующий частоту колебаний волны напряжений; τ – текущее время с момента прихода волны; R – характерный размер горной выработки; A_1, A_2 – коэффициенты определяющие скорость затухания сейсмозрывной волны.

Характерная эпюра сейсмозрывной волны представлена на рисунке 2.2.

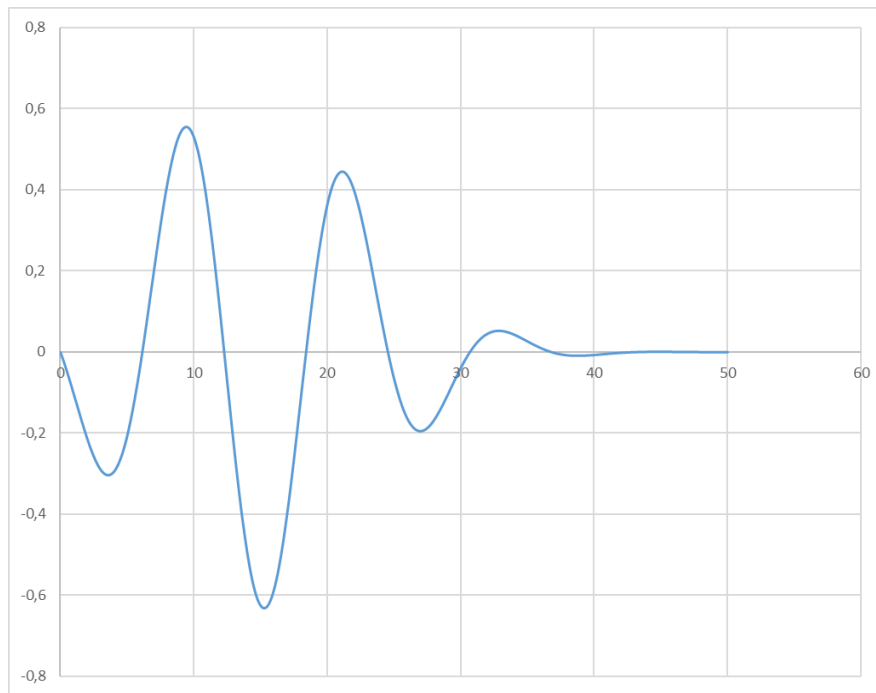


Рисунок 2.2 – Эпюра сейсмозрывной волны (по горизонтальной оси откладывается время в относительных единицах; по вертикальной оси – σ^0 , МПа)

Для более точного описания реальной картины распространения сейсмозрывной волны в грунте была разработана многослойная модель.

2.2 Многослойная модель

Поведение упругих волн в многокомпонентных средах исследовалось многими учёными, в том числе в работах [62,87]. Для описания воздействия сейсмозрывной волны на горную выработку в работе используется математическая модель на основе уравнений динамической теории упругости Мизеса в криволинейных координатах.

Для многослойного варианта дополним предыдущую схему (рисунок 2.1), результат представлен на рисунке 2.3 [41]. На рисунке введены следующие обозначения: x – расстояние MM_1 от точки M до границы горной выработки; y – длина дуги Γ , измеряемая от точки O до точки M_1 ; O – точка соприкосновения фронта S_1 движущейся волны с границей выработки; сплошная линия обозначает границу выработки, пунктирные линии – границы слоев. N – количество слоев. Наружному слою соответствует порядковый номер 1.

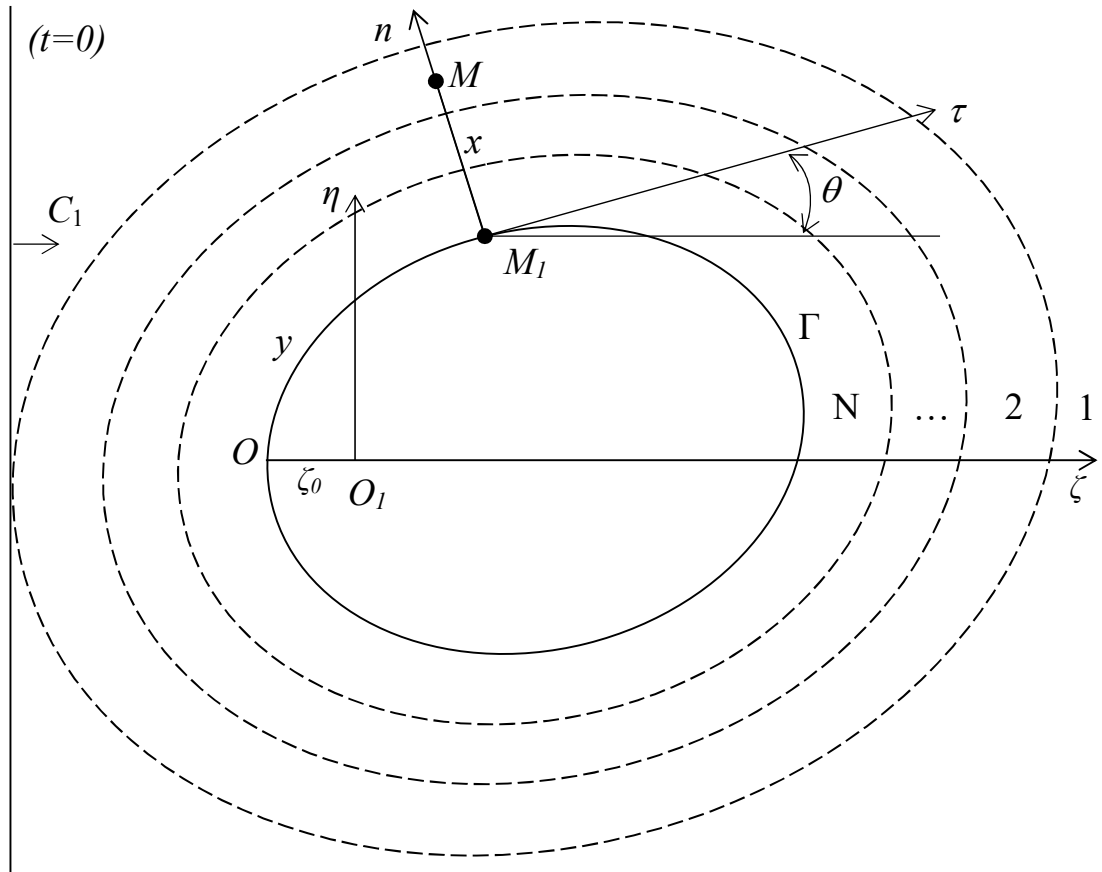


Рисунок 2.3 – Система координат для многослойного расчёта

Уравнения динамической теории упругости в координатах Мизеса имеют вид [105]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial v_1^i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{11}^i}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial \sigma_{12}^i}{\partial y} + \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial x} (\sigma_{11}^i - \sigma_{22}^i); \\ \frac{\partial v_2^i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{12}^i}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial \sigma_{22}^i}{\partial y} + \frac{2}{H} \frac{\partial H}{\partial x} \sigma_{12}^i; \\ \frac{\partial \sigma_{11}^i}{\partial t} = \frac{\partial v_1^i}{\partial x} + \frac{(1-2b^i)}{H} \frac{\partial v_2^i}{\partial y} + \frac{(1-2b^i)}{H} \frac{\partial H}{\partial x} v_1^i; \\ \frac{\partial \sigma_{22}^i}{\partial t} = (1-2b^i) \frac{\partial v_1^i}{\partial x} + \frac{1}{H} \left(\frac{\partial v_2^i}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x} v_1^i \right); \\ \frac{\partial \sigma_{12}^i}{\partial t} = b^i \left(\frac{1}{H} \frac{\partial v_1^i}{\partial y} + \frac{\partial v_2^i}{\partial x} - \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial x} v_2^i \right); (i=1, 2, \dots, N), \end{array} \right. \quad (2.7)$$

где v_1^i, v_2^i – компоненты вектора скорости частицы массива горных пород по координатным осям M_1x и M_1y , соответственно; $\sigma_{11}^i, \sigma_{22}^i, \sigma_{12}^i$ – компоненты тензора напряжений; $H = 1 + k(y) \cdot x$ – коэффициент Ламе, $k(y)$ – кривизна поверхности

выработки в точке M_1 ; $b^i = \frac{1-2\nu^i}{2(1-\nu^i)}$; ν^i – модуль Пуассона; координаты отнесены к характерному размеру горной выработки $L = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$, м; S – площадь выработки, m^2 ; компоненты вектора скорости – к скорости распространения продольной волны в i -ом слое $c^i = \sqrt{\frac{E^i(1-\nu^i)}{\rho^i(1+\nu^i)(1-2\nu^i)}}$, м/с; E^i – модуль Юнга, Па; ρ^i – плотность среды, $кг/м^3$; компоненты тензора напряжений отнесены к величине $\rho^i(c^i)^2$; компоненты вектора скорости – к величине c^i ; время t – к величине L/c^i ; время t , прошедшее с момента соприкосновения фронта движущейся волны с границей между первым и вторым слоями.

Систему (2.7) дифференциальных уравнений первого порядка в частных производных запишем в матричной форме:

$$\frac{\partial U^i}{\partial t} + B^i \frac{\partial U^i}{\partial x} + p C^i \frac{\partial U^i}{\partial y} + q Q^i U^i = 0, \quad (2.8)$$

где $U^i = \{\nu_1^i, \nu_2^i, \sigma_{11}^i, \sigma_{22}^i, \sigma_{12}^i\}^T$ – вектор неизвестных; $p = \frac{1}{H}$; $q = \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial x}$.

Постоянные матрицы пятого порядка, присутствующие в матричном уравнении (2.8), имеют вид:

$$B^i = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1-2b^i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b^i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C^i = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1-2b^i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ b^i & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad Q^i = - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 1-2b^i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -b^i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Для замыкания данной краевой задачи к системе уравнений (2.7) добавим начальные и граничные условия. Начальные условия и краевое условие на границе горной выработки аналогичны представленным в работе [12], а краевые условия на границах неоднородных слоев описаны в главе 3.2.

2.3 Статическая задача

До начала горных работ массив пород находится в напряженном состоянии, которое формируется под действием веса вышерасположенных пород, т.е. гравитационными силами [57,109].

Предварительно методом установления рассчитывается НДС многослойного массива, включающего горизонтальную горную выработку, под действием собственного веса. Некоторые результаты в данном направлении представлены в работах [70,105,136,146].

Модифицируем систему (2.7), таким образом чтобы учесть весовую нагрузку:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial v_1^i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{11}^i}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial \sigma_{12}^i}{\partial y} + \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial x} (\sigma_{11}^i - \sigma_{22}^i) - g \cos \theta; \\ \frac{\partial v_2^i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{12}^i}{\partial x} + \frac{1}{H} \frac{\partial \sigma_{22}^i}{\partial y} + \frac{2}{H} \frac{\partial H}{\partial x} \sigma_{12}^i - g \sin \theta; \\ \frac{\partial \sigma_{11}^i}{\partial t} = \frac{\partial v_1^i}{\partial x} + \frac{(1-2b^i)}{H} \frac{\partial v_2^i}{\partial y} + \frac{(1-2b^i)}{H} \frac{\partial H}{\partial x} v_1^i; \\ \frac{\partial \sigma_{22}^i}{\partial t} = (1-2b^i) \frac{\partial v_1^i}{\partial x} + \frac{1}{H} \left(\frac{\partial v_2^i}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x} v_1^i \right); \\ \frac{\partial \sigma_{12}^i}{\partial t} = b^i \left(\frac{1}{H} \frac{\partial v_1^i}{\partial y} + \frac{\partial v_2^i}{\partial x} - \frac{1}{H} \frac{\partial H}{\partial x} v_2^i \right); (i=1, 2, \dots, N), \end{array} \right. \quad (2.9)$$

где ускорение свободного падения g отнесено к величине $(c^i)^2/L$.

В качестве начального НДС берём НДС однородного весомого однослойного массива и используя алгоритм, изложенный в главе 3.2, решаем динамическую задачу, описываемую системой (2.9), и затем определяем статическую нагрузку как предел динамической нагрузки при $t \rightarrow \infty$. Как показывают расчёты, фактически время установления стационарного режима составляет 10–12, мс (Рисунок 2.4).

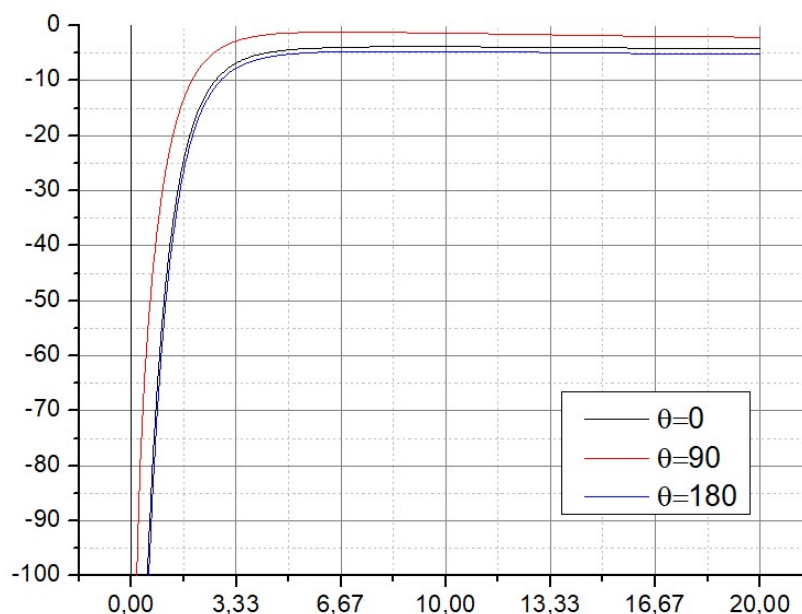


Рисунок 2.4 – Зависимость от времени статической нагрузки в трёх точках вблизи границы выработки (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, напряжение σ_{11} , МПа)

2.4 Вычисление деформаций

Деформации i -го слоя рассчитывались в соответствии с законом Гука по формулам [131]:

$$\left. \begin{aligned} e_{11}^i &= \frac{1+\nu^i}{E^i} \left[(1-\nu^i)\sigma_{11}^i - \nu^i\sigma_{22}^i \right]; \\ e_{22}^i &= \frac{1+\nu^i}{E^i} \left[(1-\nu^i)\sigma_{22}^i - \nu^i\sigma_{11}^i \right]; \\ e_{12}^i &= \frac{2(1+\nu^i)}{E^i} \sigma_{12}^i. \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

2.5 Дополнительные расчёты

Оценка массы ВВ, использующейся при массовом взрыве, производилось следующим образом. Так как известно, что при взрыве полная энергия расходуется на перемещение, дробление, разлёт, сеймику и прочее. А также, исходя из литературных сведений [94], на сеймику расходуется около 1% полной энергии взрыва. Таким образом получаем формулу:

$$Q_{м.в.} = \frac{E}{4,184 \cdot 10^4} = 2,39E \cdot 10^{-5}, \text{ кг.} \quad (2.11)$$

2.6 Выводы по главе 2

1. Создана математическая модель воздействия сейсмозрывной волны на массив горных пород, включающий горизонтальную горную выработку. Модель учитывает основные параметры грунтов, межслойное взаимодействие, угол падения фронта волны и позволяет варьировать форму выработки.
2. Приведены основные уравнения механики сплошной среды, описывающие влияние сейсмозрывной волны на слоистый массив горных пород, включающий горизонтальную выработку, в двухмерных пространственных координатах.
3. Выведены краевые условия, замыкающие систему уравнений движения.
4. Решена задача об определении начального статического НДС грунта в окрестности горной выработки.
5. Приведён метод адаптации параметров буровзрывных работ к входным данным разработанной математической модели.

ГЛАВА 3 РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННЫХ СХЕМ И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ

Реализация математической модели воздействия сейсмозрывной волны на массив горных пород, описанной во 2 главе, выполнена с использованием модифицированного метода конечных объемов (МКО) предложенного С.К. Годуновым, имеющего первый порядок точности [31,32].

С.К. Годунов предложил использовать для решения прикладных задач газовой динамики МКО, нацеленный на решение задач распада произвольного разрыва [30]. Дальнейшее исследование позволило получить обобщенные решения для систем нелинейных уравнений динамики жидкости и газа [80,115]. Задача о распаде разрыва в общем случае может иметь неединственное решение. В труде Куликовского А.Г., Погорелова Н.В., Семенова А.Ю. [82] приведены основные методы численного решения систем уравнений механики сплошных сред гиперболического типа, использующих метод Годунова. Данный метод основывается на подходах Лагранжа и Эйлера при описании динамики сплошных сред, что говорит о возможности решения широкого класса задач. Развитие и применение метода Годунова исследовалось ещё множеством авторов [7,8], также моделирование волновых процессов исследовалось в следующих работах [71,75].

3.1 Построение разностных схем для решения систем уравнений динамики горного массива

Для численного решения краевой задачи (2.2)–(2.5) (дифференциальное матричное уравнение с соответствующими начальными и граничными условиями) создана расчетная разностная схема. Запишем уравнение (2.2) в дивергентной форме [42]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial(BU)}{\partial x} + \frac{\partial(pCU)}{\partial y} + TU = 0, \quad (3.1)$$

где $T = qQ - \frac{\partial p}{\partial y} C$.

Затем область изменения переменных x, y (расчетная область) необходимо разбить на прямоугольники с помощью линий $x = x_j$ ($j = 1, 2, \dots, J$) и $y = y_n$ ($n = 1, 2, \dots, N$), а в пространстве (x, y, t) с помощью плоскостей $x = x_{j-1}, x = x_j, y = y_{n-1}, y = y_n, t = t', t = t' + \tau$ выделить элементарный параллелепипед V , ограниченный плоскостями, в результате чего строится конечно-разностная схема поставленной краевой задачи (Рисунок 3.1).

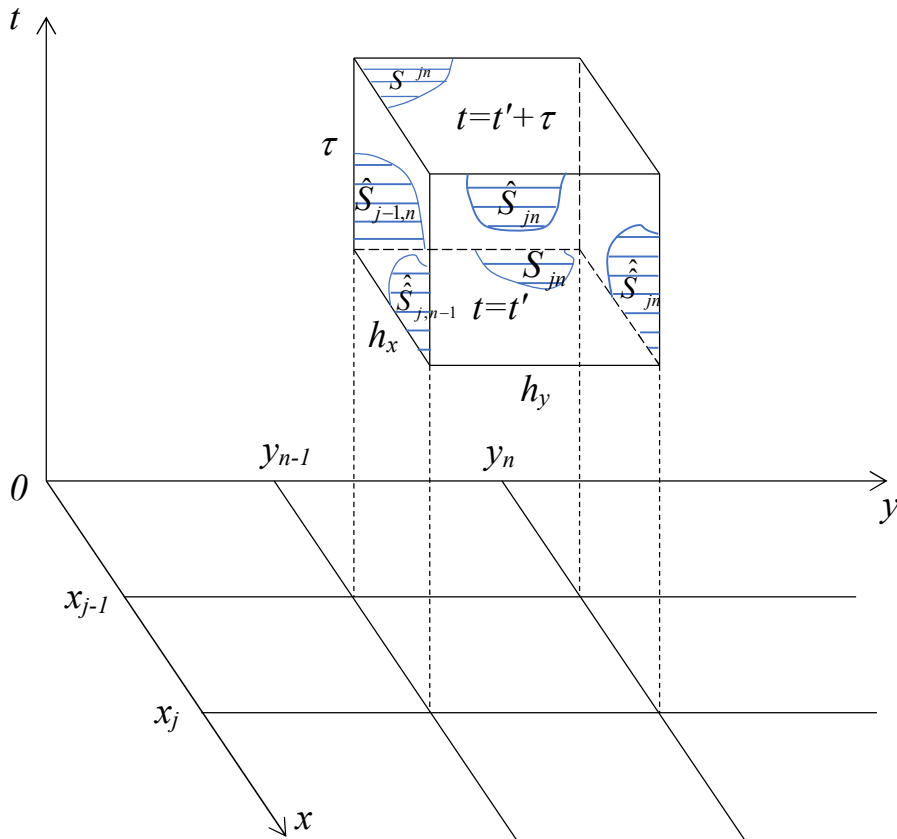


Рисунок 3.1 – Разностная модель

Интегрируя матричное уравнение (3.1) по объему (параллелепипед V)

$$\int_V \left(\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial BU}{\partial x} + \frac{\partial pCU}{\partial y} \right) dV = - \int_V TU dV$$

и преобразовав левую часть последнего выражения по формуле Гаусса:

$$\int_S [U \cos(\vec{n}, t) + BU \cos(\vec{n}, x) + pCU \cos(\vec{n}, y)] dS = - \int_V TU dV,$$

где S – поверхность рассматриваемого параллелепипеда V , то есть

$S = S^{jn} \cup S_{jn} \cup \hat{S}_{jn} \cup \hat{S}_{j-1,n} \cup \hat{S}_{jn} \cup \hat{S}_{j,n-1}$; \vec{n} – направление внешней нормали к ней, а

также считая, что каждой грани вектор неизвестных U сохраняет постоянное значение, с точностью до малых первого порядка получим:

$$(U^{jn} - U_{jn})h_x h_y + B(\hat{U}_{jn} - \hat{U}_{j-1,n})h_y \tau + C(p_{jn} \hat{U}_{jn} - p_{j,n-1} \hat{U}_{j,n-1})h_x \tau = -(TU)_{jn} h_x h_y \tau, \quad (3.2)$$

где U^{jn} , U_{jn} – значения вектора неизвестных U на верхней и нижней гранях S^{jn} , S_{jn} соответственно; \hat{U}_{jn} , $\hat{U}_{j-1,n}$ – значения вектора неизвестных U на боковых гранях $\hat{S}_{jn}, \hat{S}_{j-1,n}$, перпендикулярных оси M_1x ; \hat{U}_{jn} , $\hat{U}_{j,n-1}$ – значения вектора неизвестных U на боковых гранях $\hat{S}_{jn}, \hat{S}_{j,n-1}$, перпендикулярных оси M_1y .

Для нахождения величин \hat{U}_{jn} , $\hat{U}_{j,n-1}$ используется метод расщепления [33], предписывающим вычисление элементов вектора неизвестных U на боковых гранях за счет решений пространственно-одномерных уравнений [31,33]. В этом случае нахождение элементов вектора неизвестных U сводится к краевой задаче:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + B \frac{\partial U}{\partial x} = 0, \quad (3.3)$$

$$U(x, y_n, t') = \begin{cases} U_{jn} & \text{при } x \leq x_j \\ U_{j+1,n} & \text{при } x > x_j \end{cases}; \quad t' \leq t < t' + \tau.$$

Обозначая через Λ_x матрицу левых собственных векторов матрицы B , отвечающих её собственным значениям μ_k ($k = 1, 2, \dots, 5$), и полагая $U = \Lambda_x^{-1} V_x$, из уравнения (3.3) получим:

$$\frac{\partial V_x}{\partial t} + M \frac{\partial V_x}{\partial x} = 0, \quad (3.4)$$

где $M = \Lambda_x B \Lambda_x^{-1} = \text{diag}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_5)$.

Согласно уравнению (3.4) элементы вектора V_x^k (инварианты Римана [129]), входящего в состав вектора V_x , постоянны в своих значениях в пределах прямых линий $\mu_k t - x = \text{const}$ (Рисунок 3.2).

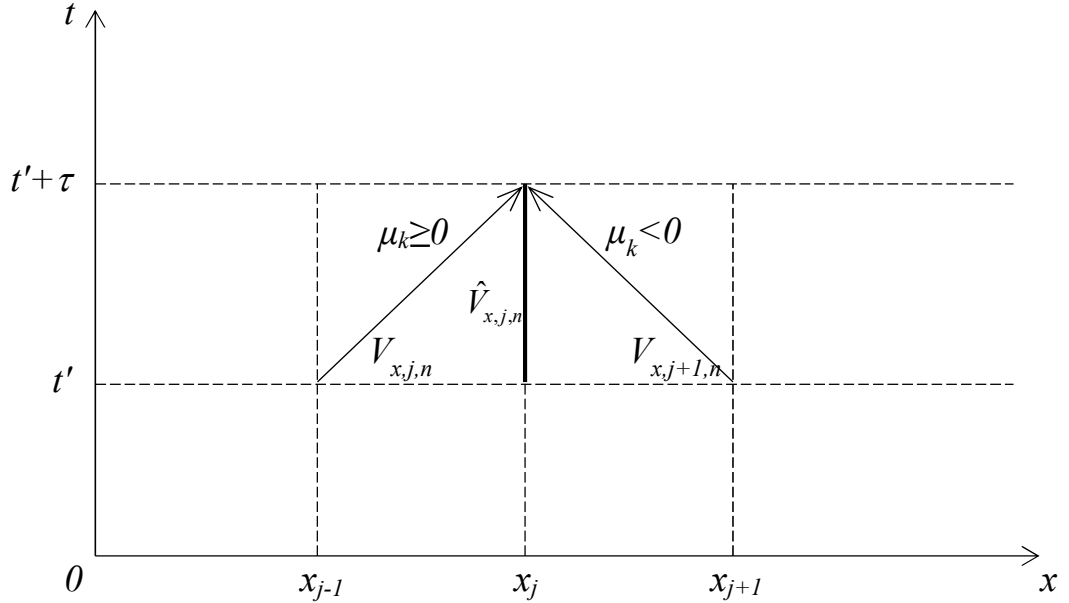


Рисунок 3.2 – Инварианты Римана

Следовательно, имеем:

$$\hat{V}_{x,jn}^{(k)} = \begin{cases} V_{x,jn}^{(k)} & \text{при } \mu_k \geq 0 \\ V_{x,j+1,n}^{(k)} & \text{при } \mu_k < 0 \end{cases}$$

Последнее выражение запишем в матричном виде:

$$\hat{V}_{x,jn} = P^+ V_{x,jn} + P^- V_{x,j+1,n}, \quad (3.5)$$

где $P^\pm = \frac{1}{2}(|P| \pm P)$; $P = \text{diag}\{\text{sign}(\mu_k)\}$; $|P| = \text{diag}\{|P_{kk}|\}$.

Окончательно решение разностного уравнения (3.2) примет вид:

$$\begin{aligned} U^{jn} = & \left[E - \frac{\tau}{h_x} \Phi_x - \frac{\tau}{h_y} (p_{jn} \Phi_y^+ + p_{j,n-1} \Phi_y^-) \right] U_{jn} + \frac{\tau}{h_x} (\Phi_x^+ U_{j-1,n} + \Phi_x^- U_{j+1,n}) + \\ & + \frac{\tau}{h_y} (p_{j,n-1} \Phi_y^+ U_{j,n-1} + p_{jn} \Phi_y^- U_{j,n+1}) - (TU)_{jn} \tau, \end{aligned} \quad (3.6)$$

где $\Phi_x^\pm = \Lambda_x M^\pm \Lambda_x^{-1}$; $\Phi_y^\pm = \Lambda_y M^\pm \Lambda_y^{-1}$; $M^\pm = \frac{1}{2}(|M| \pm M)$;

$\Phi_x = \Phi_x^+ + \Phi_x^- = \Lambda_x |M| \Lambda_x^{-1}$; $\Phi_y = \Phi_y^+ + \Phi_y^- = \Lambda_y |M| \Lambda_y^{-1}$.

С помощью формулы (3.6) становится возможным использовать элементы, входящие в состав нижнего слоя (внутренние узлы) вектора неизвестных U в момент времени t' , для нахождения элементов верхнего слоя, которые в свою очередь соответствуют моменту времени $(t' + \tau)$,

Таким образом с применением формулы (3.6) возможно выполнять переход с момента времени $t = t'$ на следующий слой, соответствующий $t = t' + \tau$. В связи с тем, что формула (3.6) справедлива только для нахождения внутренних узлов вектора U , введем граничные условия (2.3)-(2.4), которые позволят определить также значения внешних узлов.

Ближайшие к границе элементы обозначим как $S_{1,p}$, $p \in \overline{1:N}$, тогда краевые условия (2.3) на поверхности полости можно записать в следующем виде:

$$S\hat{U}_{0,p} = 0, \quad (3.7)$$

или используя (3.7), можно переписать выражение с участием инвариантов Римана:

$$S\Lambda_x^{-1}\hat{V}_{x,0,p} = 0. \quad (3.8)$$

Матричное равенство (3.7) дает два условия для определения компонент вектора неизвестных $\hat{U}_{0,p}$. Ещё три необходимых соотношения получим из условия сохранения инвариантов Римана, отвечающих неположительным собственным значениям матрицы B :

$$\hat{V}_{x,0,p} = V_{x,1,p}^{(k)}; \quad k = 3,4,5 \quad (3.9)$$

или в матричной форме данное равенство запишем в виде

$$\Gamma\hat{V}_{x,0,p} = \Gamma V_{x,1,p}, \quad (3.10)$$

где матрица $\Gamma = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Объединяя матричные уравнения (3.8)-(3.10), получим искомую систему алгебраических уравнений для определения всех компонент вектора неизвестных $\hat{V}_{x,0,p}$, решение которой записывается в виде:

$$\hat{V}_{x,0,p} = \begin{pmatrix} S\Lambda_x^{-1} \\ \Gamma \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \Gamma V_{x,1,p} \end{pmatrix} \equiv Y,$$

При этом последние три компоненты вектора $\hat{V}_{x,0,p}$ по-прежнему определяются соотношениями (3.9). Таким образом, вектор $\hat{V}_{x,0,p}$ представим в виде:

$$\hat{V}_{x,0,p} = P^- V_{x,1,p} + P^+ Y.$$

Далее введем фиктивные ячейки $S_{0,p}$ и положим $V_{x,0,p} = Y$. Тогда получим

$$\begin{cases} \hat{V}_{x,0,p} = P^+ V_{x,0,p} + P^- V_{x,1,p}; \\ \hat{U}_{0,p} = \Lambda_x^+ U_{0,p} + \Lambda_x^- U_{1,p}, \end{cases} \quad (3.11)$$

Здесь $\Lambda_x^\pm = \Lambda_x^{-1} P^\pm \Lambda_x$,

$$U_{0,p} = \Lambda_x^{-1} Y = \Lambda_x^{-1} \begin{pmatrix} S \Lambda_x^{-1} \\ \Gamma \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \Gamma U_{1,p} \end{pmatrix} = \left(\begin{pmatrix} S \Lambda_x^{-1} \\ \Gamma \end{pmatrix} \Lambda_x \right)^{-1} = \begin{pmatrix} S \\ \Gamma \Lambda_x \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \Gamma U_{1,p} \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

где матрица $\Gamma \Lambda_x = \begin{pmatrix} e_3 \\ e_4 \\ e_5 \end{pmatrix}$; e_3, e_4, e_5 – собственные векторы матрицы B , отвечающие

её неположительным собственным значениям.

Кроме того, вводим фиктивные ячейки S_{j0}, S_{jN} ($j \in \overline{1:J}$) и положим $U_{0,j} = U_{n-1,j}$, $U_{N,j} = U_{1,j}$. Отметим, что формулы (3.11) полностью совпадают с формулами (3.5), и, следовательно, соотношение (3.6) справедливо для всей расчетной области.

Решить полученную задачу возможно с помощью следующего алгоритма. Для расчета значений, соответствующих временному слою $t = t' + \tau$, необходимо применяя формулы (3.12), вычислить фиктивные элементы вектора и после этого применить выражение (3.6). При этом элементы временного слоя $t = t'$ должны быть определены. Однако, формула (3.5) при каждом таком переходе обуславливает уменьшение размера расчетной области на одну ячейку в направлении оси Ox (Рисунок 3.1). Поэтому, при необходимости представить решение в произвольном прямоугольнике $\begin{cases} x \in [0, x^1] \\ y \in [0, l] \end{cases}$ для всех значений $t \in [0, T]$,

то начальная расчетная область должна, по крайней мере, занимать прямоугольник $\begin{cases} x \in [0, x^1 + T] \\ y \in [0, l] \end{cases}$.

3.2 Решения для неоднородной среды

Построим расчетную схему решения краевой задачи, описанную в разделе 2.2: для этого разобьем область изменения переменных x, y (расчетная область) на прямоугольники прямыми линиями $x = x_j^L$ ($j = 1, 2, \dots, J^L$) и

$y=y_m$ ($m=1,2,\dots,M$). Конечно-разностное уравнение задачи для конкретного слоя в обозначениях работы [12] имеет вид:

$$U^{jm} = \left[E - \gamma \frac{\tau}{h_x} \Phi_x - \gamma \frac{\tau}{h_y} (p_{jm} \Phi_y^+ + p_{j,m-1} \Phi_y^-) \right] U_{jm} + \gamma \frac{\tau}{h_x} (\Phi_x^+ U_{j-1,m} + \Phi_x^- U_{j+1,m}) + \gamma \frac{\tau}{h_y} (p_{j,m-1} \Phi_y^+ U_{j,m-1} + p_{jm} \Phi_y^- U_{j,m+1}) - (TU)_{jm} \gamma \tau; \gamma = \frac{c^i}{c^1}. \quad (3.13)$$

Для организации сквозного счета, необходимо поставить краевые условия на границе слоев (Рисунок 3.3).

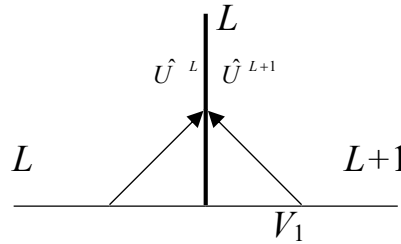


Рисунок 3.3 – Схема постановки краевых условий на границе слоев

На рисунке изображены L и $L+1$ номера слоев; номер границы совпадает с номером примыкающего к ней левого слоя L . Считая, что слои жестко сцеплены друг с другом, тогда краевые условия на границе можно записать в виде:

$$\begin{cases} b \cdot \hat{\sigma}_{11}^L = \hat{\sigma}_{11}^{L+1}; \\ b \cdot \hat{\sigma}_{12}^L = \hat{\sigma}_{12}^{L+1}; \\ a \cdot \hat{v}_1^L = \hat{v}_1^{L+1}; \\ a \cdot \hat{v}_2^L = \hat{v}_2^{L+1}, \end{cases} \quad (3.14)$$

где через $\hat{\sigma}, \hat{v}$ обозначены значения соответствующих параметров (компонент тензора напряжений и вектора скорости) на обеих сторонах границы L слоев L и

$$L+1, \quad a = \frac{c^L}{c^{L+1}}; \quad b = a^2 \frac{\rho^L}{\rho^{L+1}}.$$

Запишем граничные условия (3.14) в матричной форме:

$$Z \cdot \hat{U} = 0,$$

$$\text{где } \hat{U} = \begin{pmatrix} \hat{U}^{L+1} \\ \hat{U}^L \end{pmatrix}, \quad \hat{U}^L = \begin{pmatrix} \hat{v}_1^L \\ \hat{v}_2^L \\ \hat{\sigma}_{11}^L \\ \hat{\sigma}_{22}^L \\ \hat{\sigma}_{12}^L \end{pmatrix}, \quad \hat{U}^{L+1} = \begin{pmatrix} \hat{v}_1^{L+1} \\ \hat{v}_2^{L+1} \\ \hat{\sigma}_{11}^{L+1} \\ \hat{\sigma}_{22}^{L+1} \\ \hat{\sigma}_{12}^{L+1} \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -b \end{pmatrix}.$$

Для определения всех компонент вектора неизвестных \hat{U} необходимо привлечь условия сохранения инвариантов Римана [33,105,133]:

$$\begin{cases} \hat{V}_1^{L+1} = V_1^{L+1} \\ \hat{V}_2^{L+1} = V_2^{L+1} \\ \hat{V}_3^{L+1} = V_3^{L+1} \end{cases}; \begin{cases} \hat{V}_3^L = V_3^L \\ \hat{V}_4^L = V_4^L \\ \hat{V}_5^L = V_5^L \end{cases},$$

при этом векторы $\hat{V} = \begin{pmatrix} \hat{V}_1^{L+1} \\ \hat{V}_2^{L+1} \\ \hat{V}_3^{L+1} \\ \hat{V}_3^L \\ \hat{V}_4^L \\ \hat{V}_5^L \end{pmatrix}$ и \hat{U} связаны соотношением вида $\hat{V} = \Omega \cdot \hat{U}$,

где $\Omega = \begin{pmatrix} \Lambda_{1-3}^{L+1} & 0 \\ 0 & \Lambda_{3-5}^L \end{pmatrix}$, $\Lambda^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\psi & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\delta & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \psi & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ – матрица левых собственных векторов

матрицы B^i , $\psi = \sqrt{b^i}$, $\delta = 1 - 2b^i$, $b^i = \frac{1 - 2v^i}{2(1 - v^i)}$.

С введением матрицы $\Pi = \begin{pmatrix} \Omega \\ Z \end{pmatrix}$ система для определения компонент вектора неизвестных \hat{U} в матричной форме имеет вид:

$$\Pi \cdot \hat{U} = \Omega^0 \cdot U,$$

где $U = (v_1^{L+1} \ v_2^{L+1} \ \sigma_{11}^{L+1} \ \sigma_{22}^{L+1} \ \sigma_{12}^{L+1} \ v_1^L \ v_2^L \ \sigma_{11}^L \ \sigma_{22}^L \ \sigma_{12}^L)^T$ – вектор, компонентами которого являются значения соответствующих величин в ячейках, примыкающих к границе слоев L и $L+1$; $\Omega^0 = \begin{pmatrix} \Omega \\ 0 \end{pmatrix}$.

В результате окончательно находим

$$\hat{U} = \Pi^{-1} \cdot \Omega^0 \cdot U \quad (3.15)$$

Для организации численного счета вводим фиктивные ячейки: $S_{0,p}^L$ для слоя L и $S_{J^{L+1},p}^{L+1}$ для слоя $L+1$; далее полагаем $U_{0,k}^L = \hat{U}_k^L$, $k = 1, 2, \dots, 5$; $U_{J^{L+1},k}^{L+1} = \hat{U}_k^L$, $k = 6, 7, \dots, 10$.

Решить полученную задачу возможно с помощью следующего алгоритма. Для расчета значений, соответствующих временному слою $t = t' + \tau$, необходимо применяя формулы (3.15), вычислить фиктивные элементы вектора и после этого применить выражение (3.13). При этом элементы временного слоя должны быть определены. Однако, так же, как в однослойной модели, при каждом таком переходе происходит уменьшение размера расчетной области на одну ячейку в направлении оси Ox . Аналогично, при необходимости представить решение в произвольном прямоугольнике $\begin{cases} x \in [0, x^1] \\ y \in [0, l] \end{cases}$ для всех значений $t \in [0, T]$, то начальная расчетная область должна, по крайней мере, занимать прямоугольник $\begin{cases} x \in [0, x^1 + T] \\ y \in [0, l] \end{cases}$.

3.3 Разработка и описание основных возможностей программного комплекса

Данный продукт создавался с учётом требований и особенностей Объединённого Кировского рудника. Рудник образован в 1989 году на базе Кукисвумчоррского и Юкспорского месторождений.

Программный комплекс защищен авторским правом и внесён в реестр программ для ЭВМ [29]. Кроме того, был разработан вспомогательный продукт по расчёту параметров буровзрывных работ [72].

Разработка программного комплекса велась в среде JetBrains WebStorm на языке JavaScript. Запуск программного комплекса осуществлялся на платформе Node.js.

Язык JavaScript является мультипарадигменным языком программирования, который поддерживает множество стилей программирования, например, объектно-ориентированный, императивный и функциональный. Язык является реализацией языка ECMAScript.

Язык применяется во многих сферах деятельности, таких как: веб-приложения, серверные и мобильные приложения, виджеты, офисные приложения. Отдельно стоит отметить серверные приложения, которые обрели большую доступность для JavaScript с запуском платформы Node.js.

Node.js – программная платформа, основанная на трансляторе языка JavaScript в машинный код V8. Основной особенностью платформы является расширение возможностей узкоспециализированного языка JavaScript до возможностей языка общего назначения. Например, стали доступны функции взаимодействия с устройствами ввода и вывода, подключения внешних библиотек, реализованных на разных языках программирования. Node.js была разработана в стиле событийно-ориентированного и реактивного программирования с неблокирующим вводом/выводом.

V8 – движок JavaScript с открытым программным кодом, разработанный датским отделением компании Google, использующий лицензию BSD.

WebStorm – интегрированная среда разработки на JavaScript, CSS & HTML от компании JetBrains, разработанная на основе платформы IntelliJ IDEA. Основными преимуществами данной среды разработки являются автодополнение, анализ кода на лету, навигация по коду, рефакторинг, отладка и интеграция с системами управления версиями.

Программный комплекс был создан с использованием сторонних библиотек: Express.js (лицензия MIT), использующейся для основных возможностей веб-приложения, require.js (лицензия MIT), дающей возможность организовывать удобную модульную систему программного кода, three.js (лицензия MIT), упрощающую работу с видеокарткой для отображения данных, Chart.js (лицензия MIT), позволяющую строить диаграммы и графики функций.

Приложение было разработано с использованием клиент-серверной архитектуры (Рисунок 3.4).

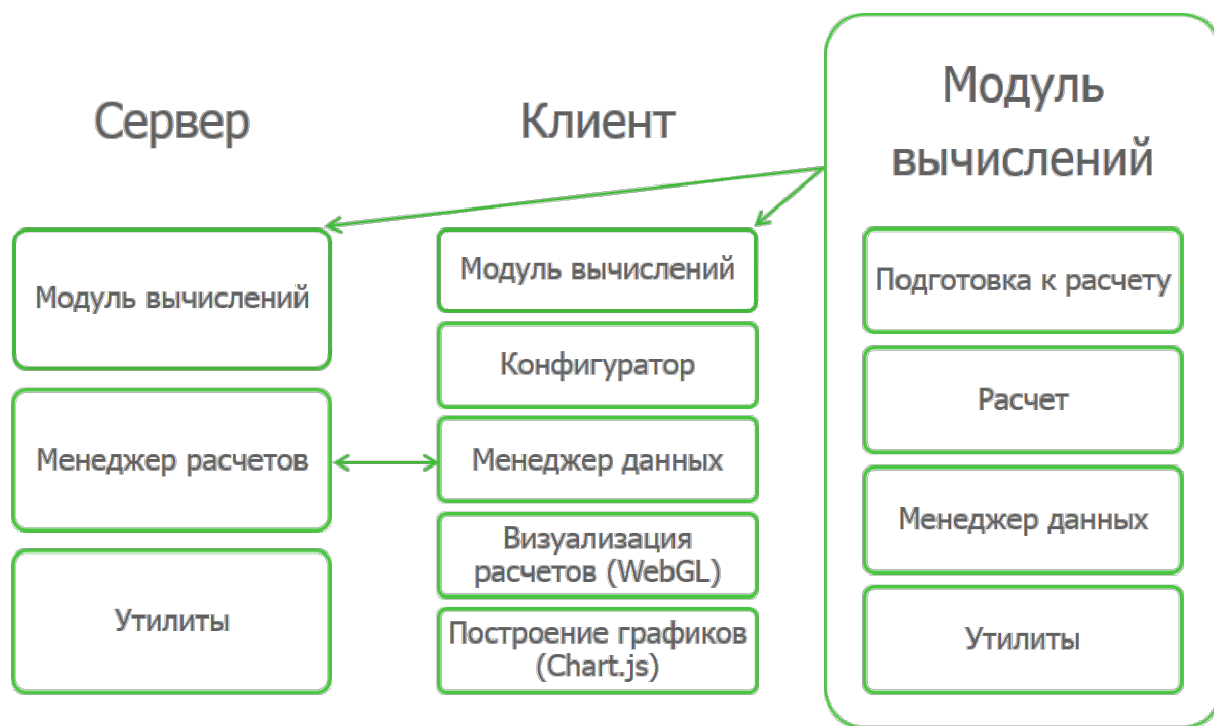


Рисунок 3.4 – Структура программного комплекса

Описание основных модулей программы.

Программный комплекс состоит из большого числа различных по своему функциональному значению блоков. Далее представлены их краткие описания.

Модуль вычислений. Цикл работы модуля вычислений состоит из следующих этапов [138]. Во-первых, происходит инициализация параметров в соответствии с полученными из конфигуратора данными. Здесь определяются характерный размер выработки, σ^0 , вычисления проводятся в безразмерном виде, соответственно происходит пересчёт величин. Далее, адаптированные данные попадают в расчётное ядро, где реализованы схемы счёта и математический аппарат. В процессе счёта (Рисунок 3.5) все данные записываются для их передачи на сервер. На сервере хранятся результаты предыдущих вычислений, которые доступны для просмотра и анализа.

```

countout for T = -0.300 ; index = 41
countout for T = -0.200 ; index = 42
countout for T = -0.100 ; index = 43
countout for T = 0.000 ; index = 44
89 ")" 2351 "ms to count()" ; CountOut:" 36 "ms"
90 ")" 2172 "ms to count()" ; CountOut:" 0 "ms"
countout for T = 0.100 ; index = 45
91 ")" 2146 "ms to count()" ; CountOut:" 24 "ms"
92 ")" 2122 "ms to count()" ; CountOut:" 0 "ms"
countout for T = 0.200 ; index = 46
93 ")" 2161 "ms to count()" ; CountOut:" 26 "ms"
94 ")" 2185 "ms to count()" ; CountOut:" 0 "ms"
countout for T = 0.300 ; index = 47
95 ")" 2137 "ms to count()" ; CountOut:" 21 "ms"
96 ")" 2170 "ms to count()" ; CountOut:" 0 "ms"
countout for T = 0.400 ; index = 48
97 ")" 2175 "ms to count()" ; CountOut:" 23 "ms"
98 ")" 2123 "ms to count()" ; CountOut:" 0 "ms"
countout for T = 0.500 ; index = 49
99 ")" 2191 "ms to count()" ; CountOut:" 21 "ms"
100 ")" 2142 "ms to count()" ; CountOut:" 0 "ms"
countout for T = 0.600 ; index = 50
101 ")" 2144 "ms to count()" ; CountOut:" 23 "ms"
102 ")" 2158 "ms to count()" ; CountOut:" 0 "ms"
countout for T = 0.700 ; index = 51
103 ")" 2167 "ms to count()" ; CountOut:" 21 "ms"
104 ")" 2095 "ms to count()" ; CountOut:" 0 "ms"
countout for T = 0.800 ; index = 52
105 ")" 2157 "ms to count()" ; CountOut:" 21 "ms"
>

```

```

BBcount.js:894
STARTPROC has start work
2 "ms to complete loadData"
S0 = 9.6
GEOMPROC has start work
BBdat/_CavForm.dat file written
S = 30.823587471765457 L = 3.132323837012032
Recommended time for calculations is 10.58593952013809 plus a little extra to be sure
GEOMPROC has end work
37 "ms to complete GEOMPROC"
39 "ms passed when STEPFI finished"
50 "ms passed when STARTOUT finished"
53 "ms passed when WAVEEPURE finished"
56 "ms passed when MTRXPROC finished"
STARTPROC has end work 158 ms to complete STARTPROC
data ▶ Construct_singleton
jClientCalcController init
changed to ▶ Object ▶ Object ▶ $$childScopeClass
▲ inputForm is not valid
jClientCalcControllers.js:106
STARTPROC has start work
2 "ms to complete loadData"
S0 = 9.6
GEOMPROC has start work
BBdat/_CavForm.dat file written
S = 30.823587471765457 L = 3.132323837012032
Recommended time for calculations is 10.58593952013809 plus a little extra to be sure
GEOMPROC has end work
24 "ms to complete GEOMPROC"
26 "ms passed when STEPFI finished"
39 "ms passed when STARTOUT finished"
43 "ms passed when WAVEEPURE finished"
45 "ms passed when MTRXPROC finished"
STARTPROC has end work 182 ms to complete STARTPROC
COUNTPROC has start work
INDEX = 0 , so we have empty space
countout for T = -4.400 ; index = 0
countout for T = -4.300 ; index = 1
countout for T = -4.200 ; index = 2
countout for T = -4.100 ; index = 3
countout for T = -4.000 ; index = 4

```

Рисунок 3.5 – Процесс счёта

Конфигуратор. Для того, чтобы запустить расчёт необходимо воспользоваться конфигуратором (Рисунок 3.6). В программном комплексе, имеется возможность менять следующие параметры:

- время счёта;
- угол атаки волны;
- глубина залегания выработки;
- время счёта для установления статической нагрузки;
- расчёт только динамической нагрузки;
- расчёт только статической нагрузки;
- количество слоёв вокруг выработки с указанием основных параметров: модуль Юнга (E , ГПа), плотность (ρ , кг/м³), коэффициент Пуассона (ν), мощность (H , м);
- эпюра волны (Рисунок 3.7) и задание её параметров;
- зафиксированная мощность сейсмособытия и размера источника;
- параметры выработки (Рисунок 3.8).

Для удобства указания параметров грунта, кроме ручного ввода данных, есть основные типы грунтов встречающихся в районе апатитовых рудников Хибин (Рисунок 3.9, Таблица 3.1).



Рисунок 3.6 – Конфигурация параметров расчёта

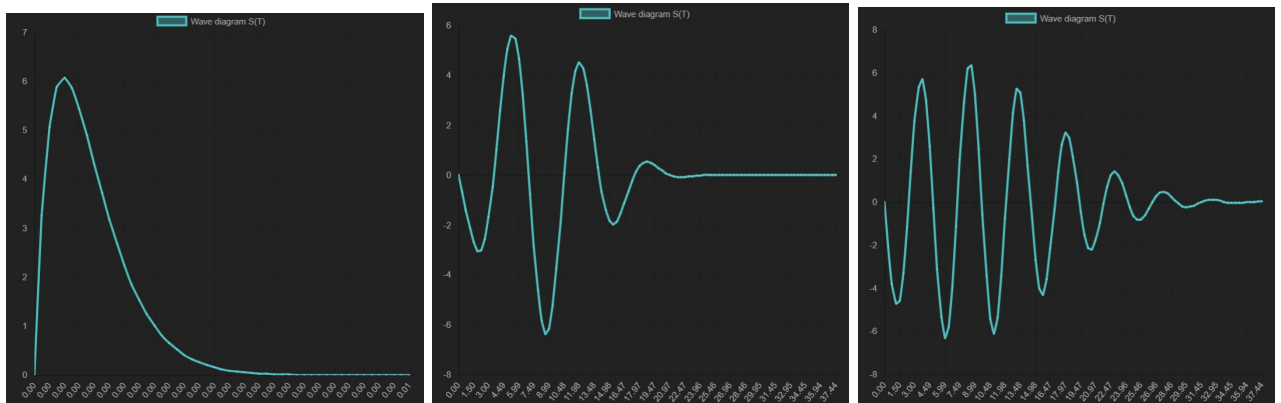


Рисунок 3.7 – Варианты эпюр

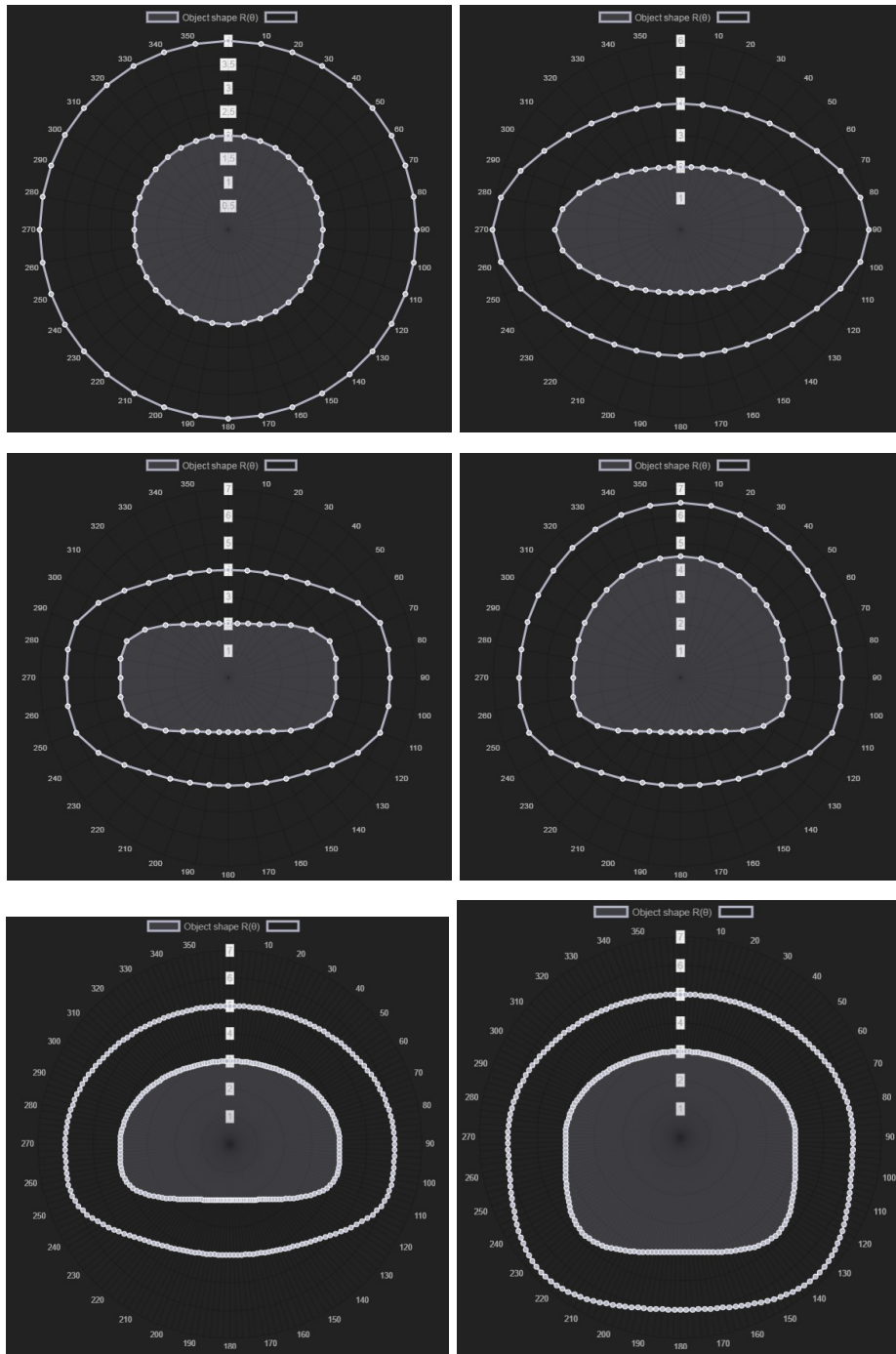


Рисунок 3.8 – Формы горной выработки

Таблица 3.1 – Параметры разных грунтов

Наименование	Модуль упругости E, ГПа	Коэффициент Пуассона ν	Плотность ρ , кг/м ³
Грунт (Плато Расвумчорр)	105	0,26	2760
Гранит	49,7	0,22	2800
Окружающие породы	50	0,11	2720
Хибиниты	42	0,25	2630
Ийолит-уртиты	80	0,21	2790
Рисчорриты	65	0,22	2600
Апатит-нефелиновые руды	55	0,27	2920
Лявочорриты	45	0,25	2700
Фойяиты	70	0,24	2800

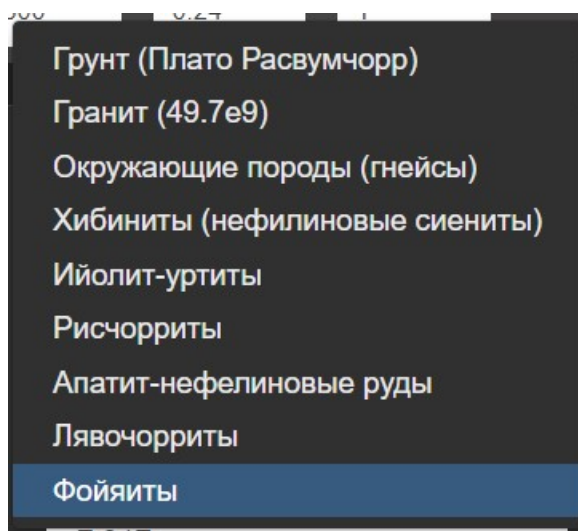


Рисунок 3.9 – Выбор типа грунта

Визуализация расчётов и построение графиков [27,28]. Для получения определённого расчёта необходимо обратиться к менеджеру расчётов (Рисунок 3.10). После выбора нужного расчёта происходит загрузка данных с сервера. Следующий этап – работа с модулем визуализации, его вид представлен на рисунке 3.11. Снизу находится полоса прокрутки, которая отвечает за изменение время в сцене, меняя её меняются значения поля вокруг выработки. Также имеется возможность размещать контрольные (реперные) точки в произвольных местах в массиве (Рисунок 3.12). Для данных точек строятся графики по каждой из переменных. Визуализация полей имеет различные способы дифференциации значений по цвету (Рисунок 3.13).

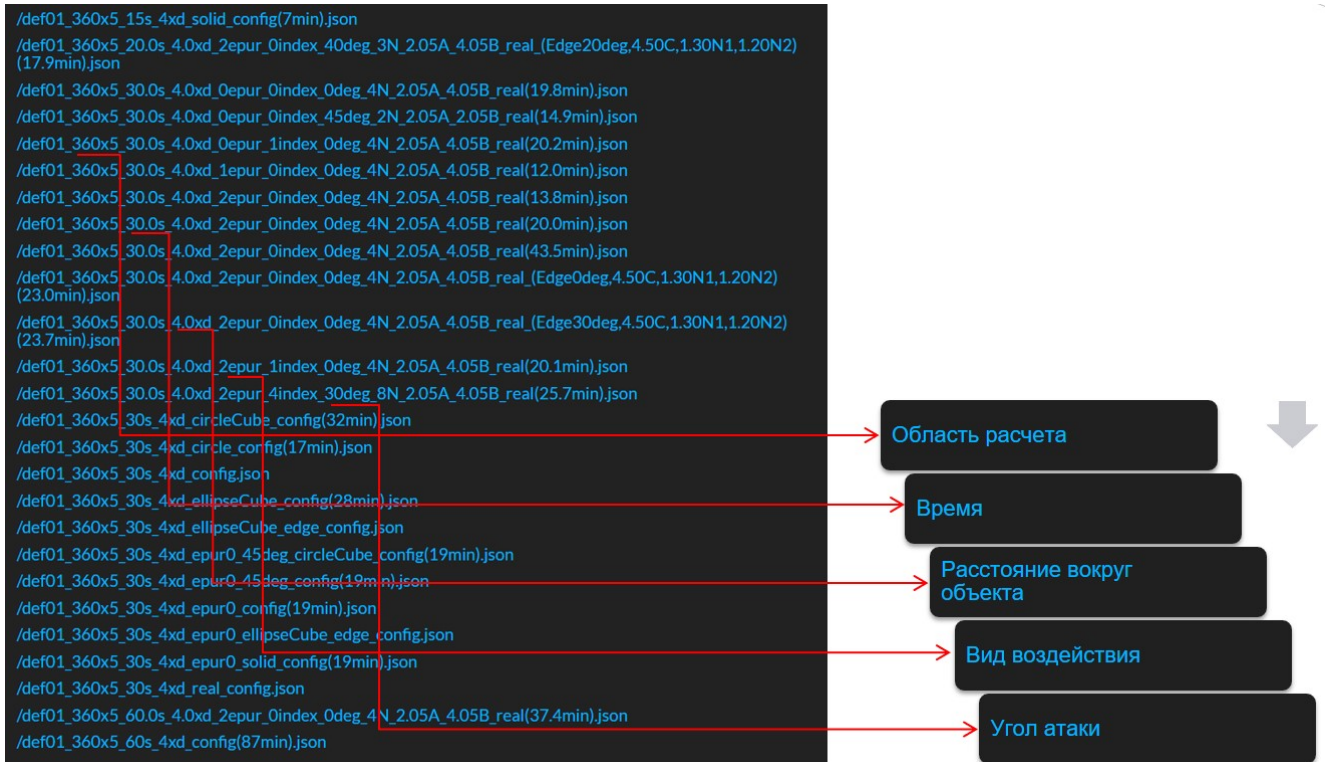


Рисунок 3.10 – Менеджер расчётов с описанием кратких значений

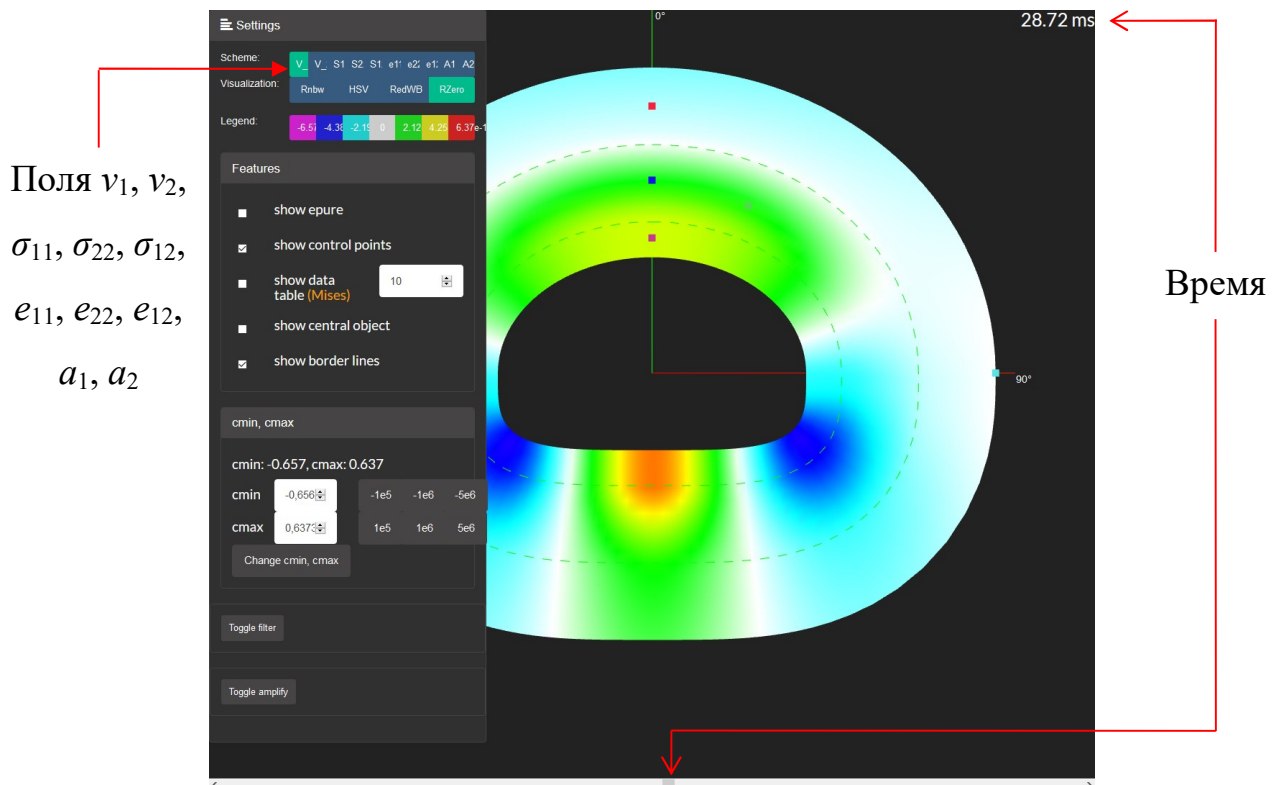


Рисунок 3.11 – Управление временем и настройками сцены

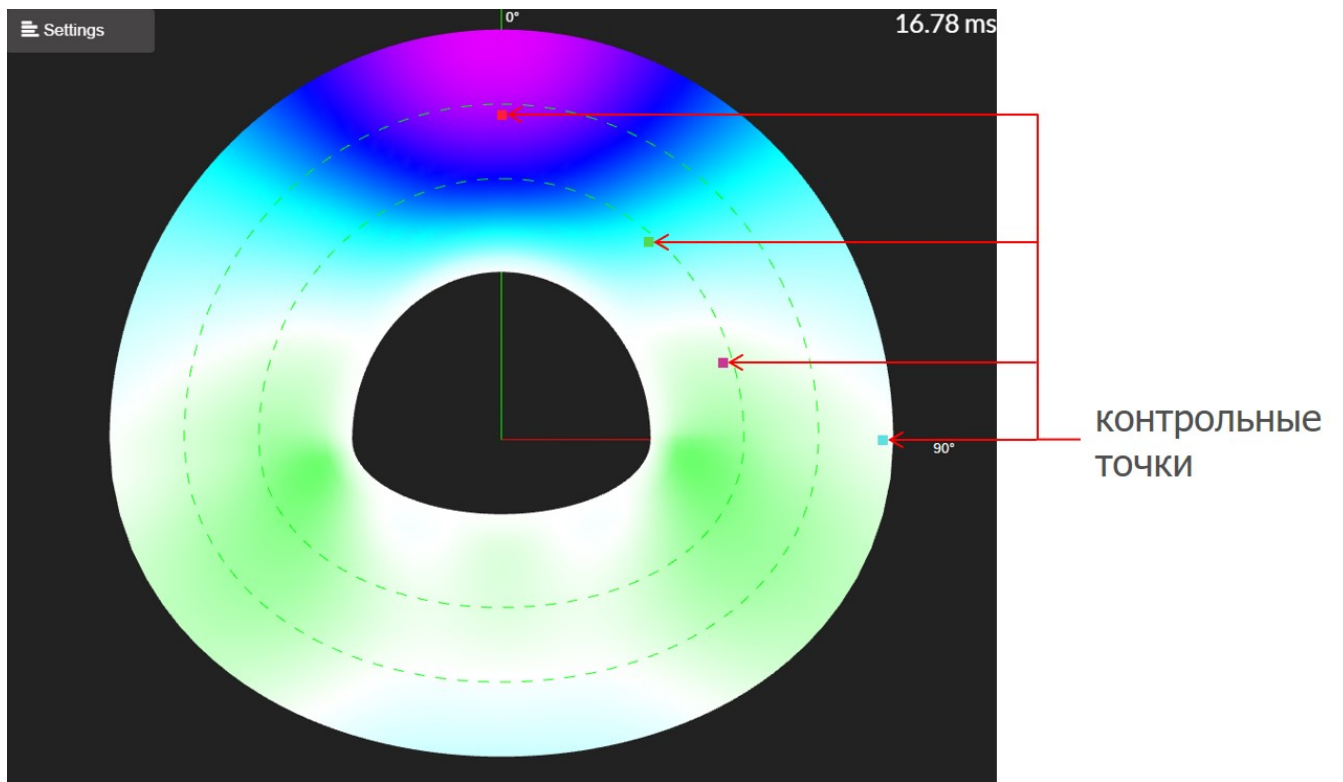


Рисунок 3.12 – Контрольные точки

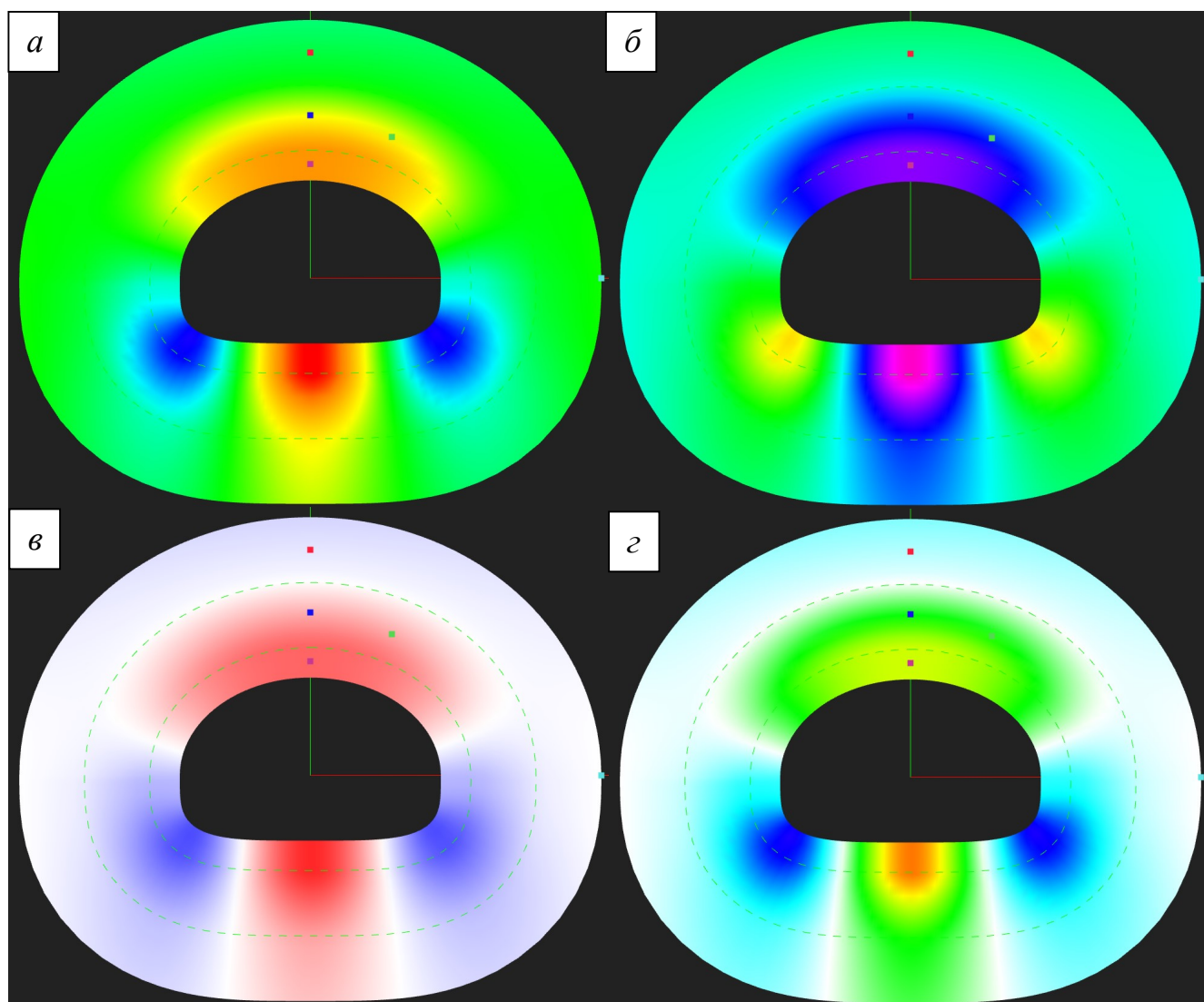


Рисунок 3.13 – Варианты цветовой дифференциации полей:

a – распределение значений поля от \min (фиолетовый) до \max (красного) по всему цветовому спектру; *б* – распределение значений поля в соответствии со спектром HSV; *в* – распределение значений от \min (синего) к 0 (белого) для отрицательных величин, от 0 до \max (красного) для положительных величин; *г* – распределение значений от \min (фиолетового) к 0 (белого) через $\frac{2}{3} \min$ (синего) и $\frac{1}{3} \min$ (голубого) для отрицательных величин и от 0 через $\frac{1}{3} \max$ (зелёного) и $\frac{2}{3} \max$ (жёлтого) до \max (красного) для

положительных величин

Рассмотрим модельный случай. Волна падает под углом 0° к оси симметрии горной выработки, эпюра волны представлена на рисунке 3.14. Энергия взрыва составляет 2,12 ГДж при размере очага взрыва 50,8 м; магнитуда 2,93; σ_0 равна 12,9 МПа. Ориентировочная масса ВВ при массовом взрыве составляет 50,7 т.

Горная выработка находится на глубине 500 м. Случай рассматривает три слоя вокруг выработки, параметры слоев приведены в таблице 3.2. Форма выработки представлена на рисунке 3.16, ширина и высота составляют 8 м и 5 м соответственно. Данные о контрольных (реперных) точках находятся в таблице 3.3, а также на рисунке 3.15.

Таблица 3.2 – Параметры слоев

№	Е, ГПа	ρ , кг/м ³	ν	Н, м
1	57,9	2700	0,35	2
2	12,3	2590	0,3	2
3	200	7800	0,28	1

Таблица 3.3 – Расположение контрольных точек

№	Расстояние от центра выработки, м	Угол между радиус-вектором и осью симметрии, град	Цвет
1	6,917	0	красный
2	8,917	90	голубой
3	5	30	зеленый
4	3,5	0	фиолетовый
5	5	0	синий

На рисунках 3.16, 3.17, 3.18, 3.19 изображены все виды полей, которые рассчитываются в программном комплексе. Среди них: поля скоростей, напряжений, деформаций и ускорений. На указанных рисунках рассмотрен типовой случай, все поля даны для одного момента времени – 28,78 мс.

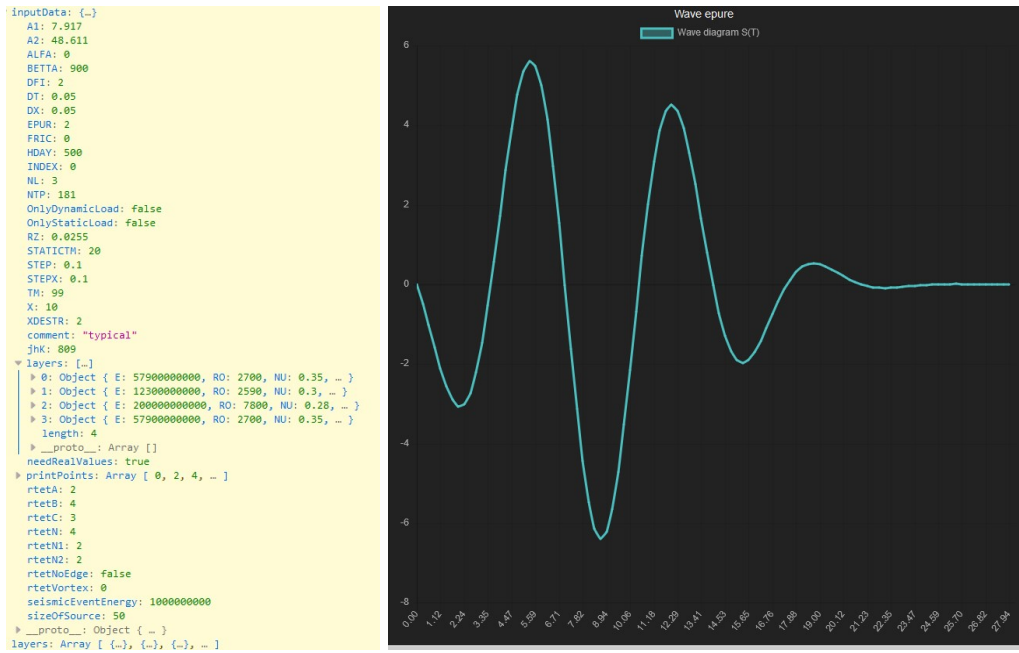


Рисунок 3.14 – Входные параметры и эпюра волны (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, напряжение за фронтом волны, МПа)

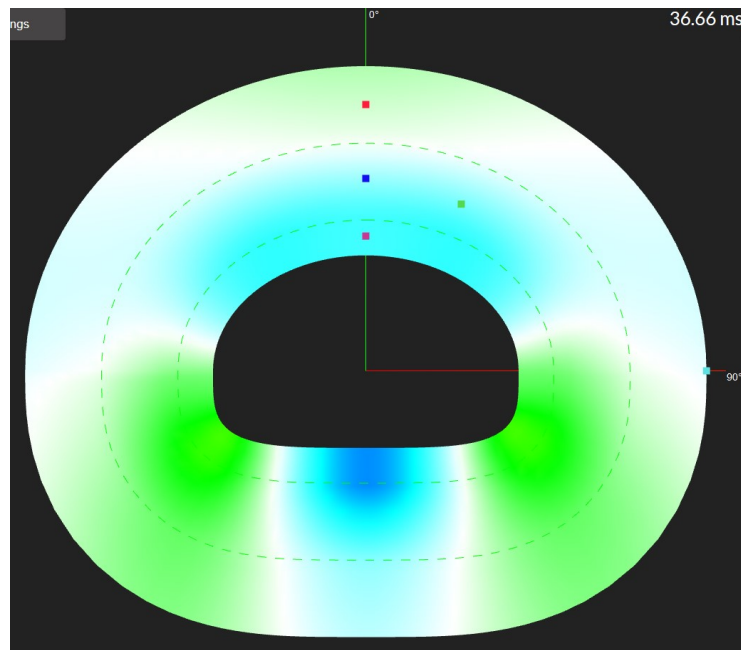


Рисунок 3.15 – Расположение контрольных точек вокруг выработки

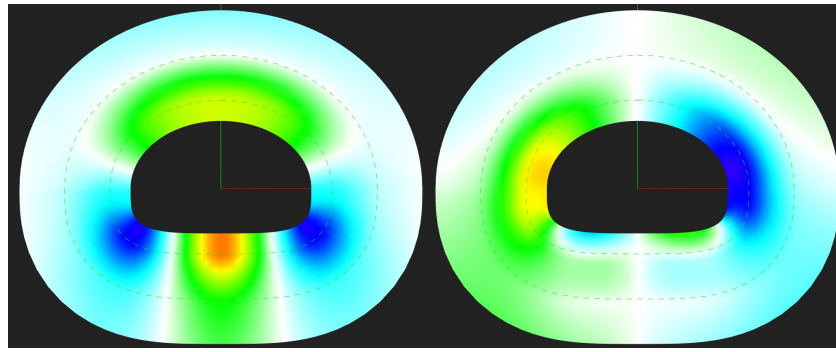


Рисунок 3.16 – Поля скоростей смещений грунта слева направо v_1 и v_2 в момент времени 28,78 мс типового расчёта

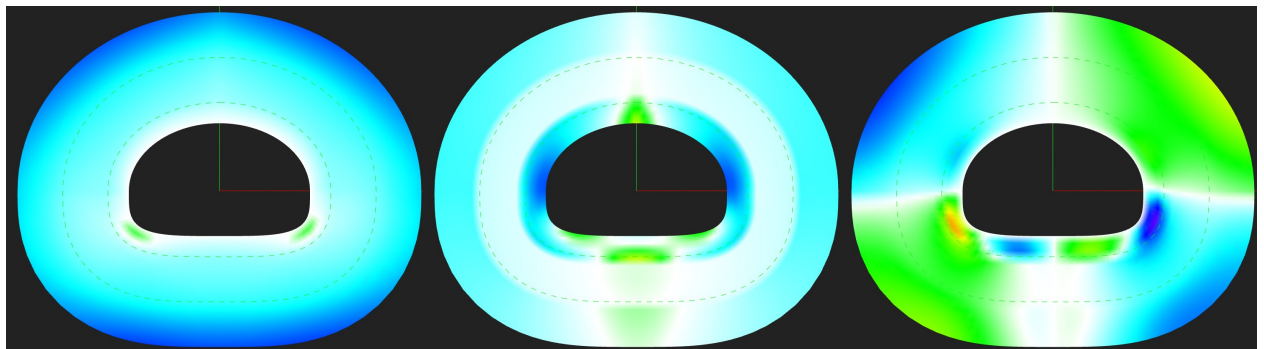


Рисунок 3.17 – Поля напряжений слева направо σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} в момент времени 28,78 мс типового расчёта

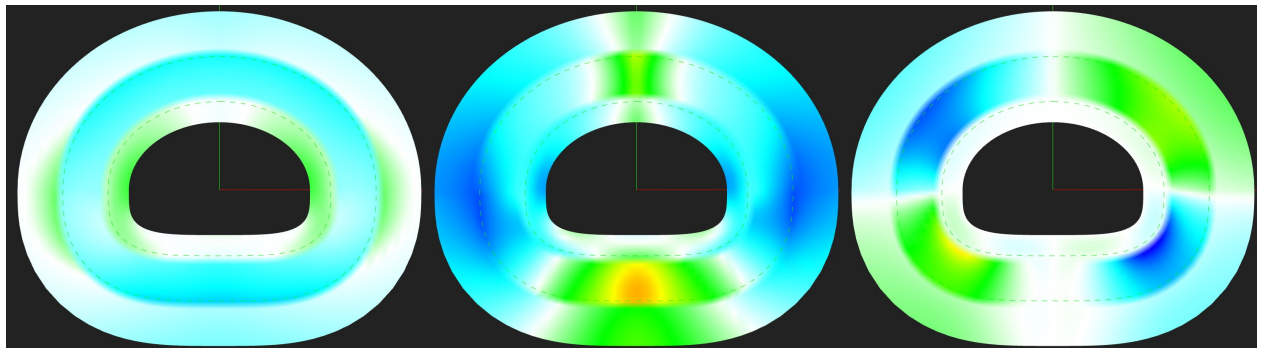


Рисунок 3.18 – Поля деформаций слева направо e_{11} , e_{22} , e_{12} в момент времени 28,78 мс типового расчёта

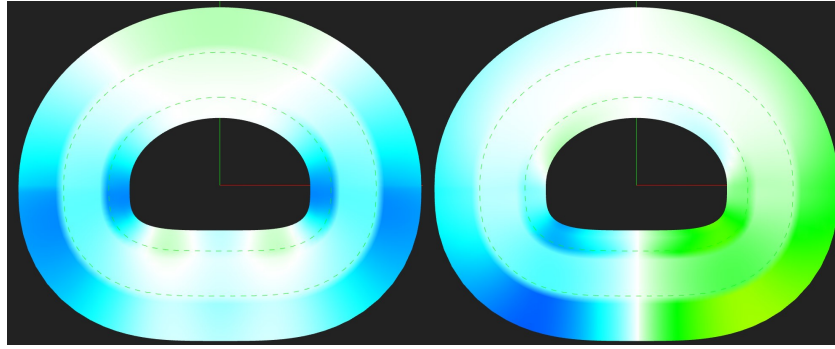


Рисунок 3.19 – Поля ускорений смещений грунта слева направо a_1 , a_2 в момент времени 28,78 мс типового расчёта

Далее представлены графики исследуемых параметров среды (v_{11} , v_{22} , σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} , e_{11} , e_{22} , e_{12} , a_1 , a_2) в контрольных точках, расположение точек отображено на рисунке 3.15.

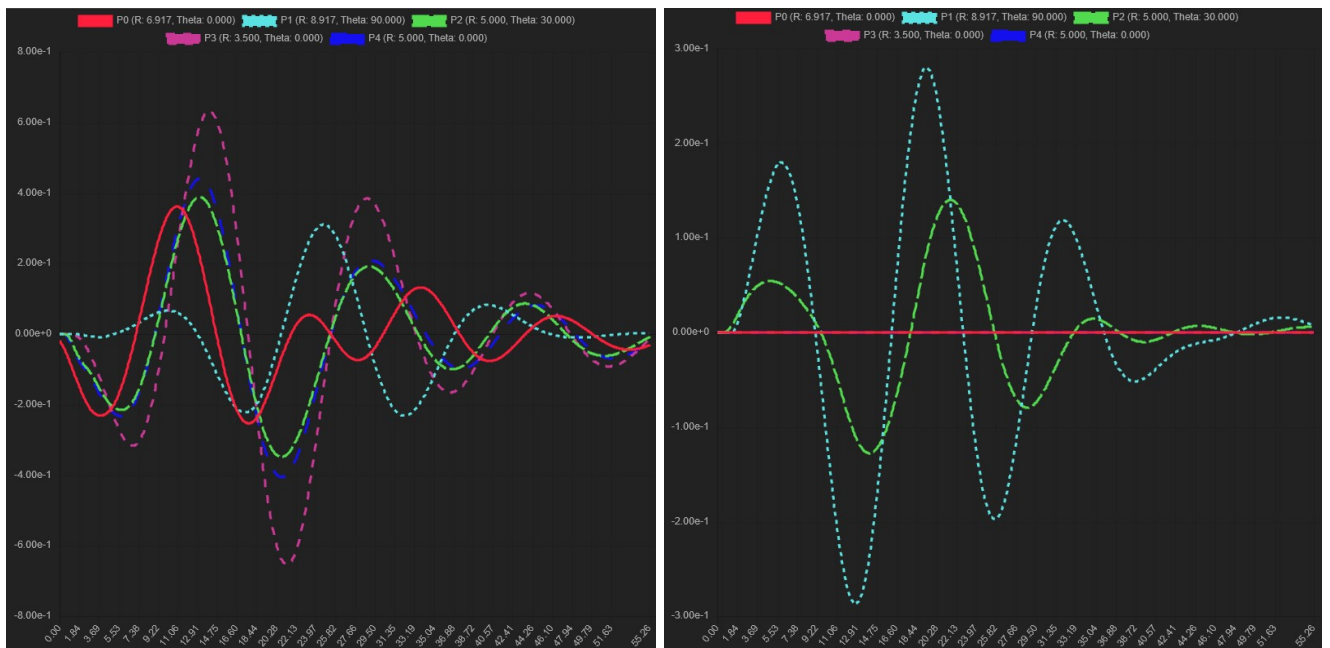


Рисунок 3.20 – графики v_{11} и v_{22} в контрольных точках

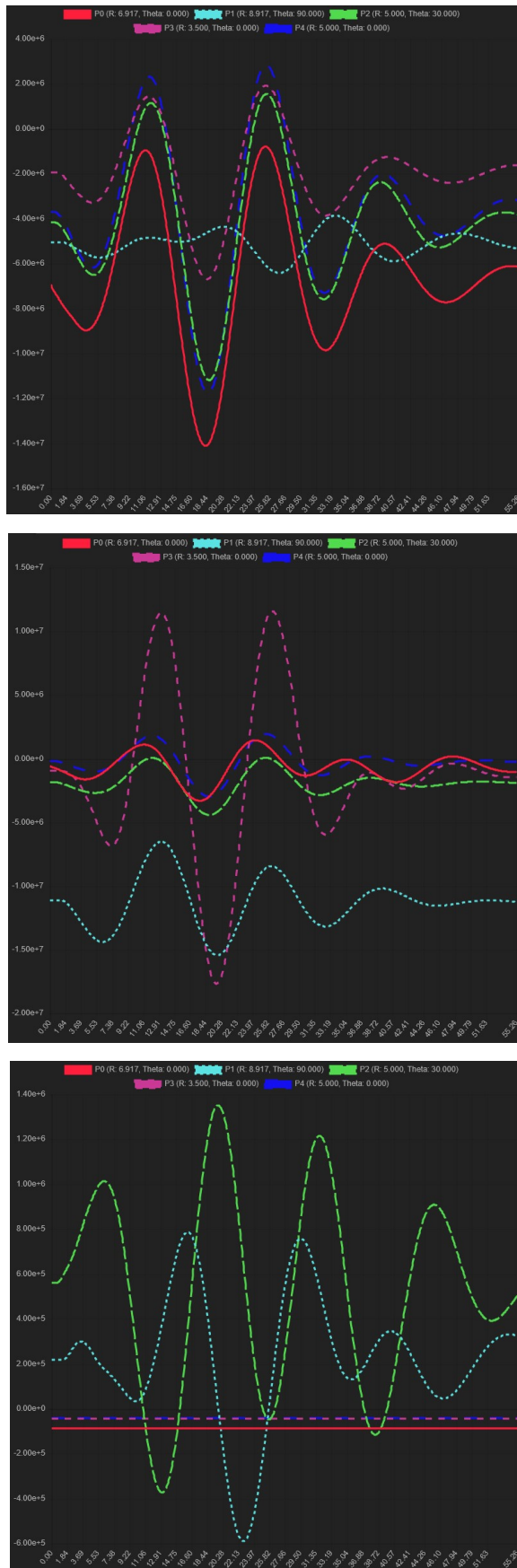


Рисунок 3.21 – графики σ_{11} , σ_{22} и σ_{12} в контрольных точках

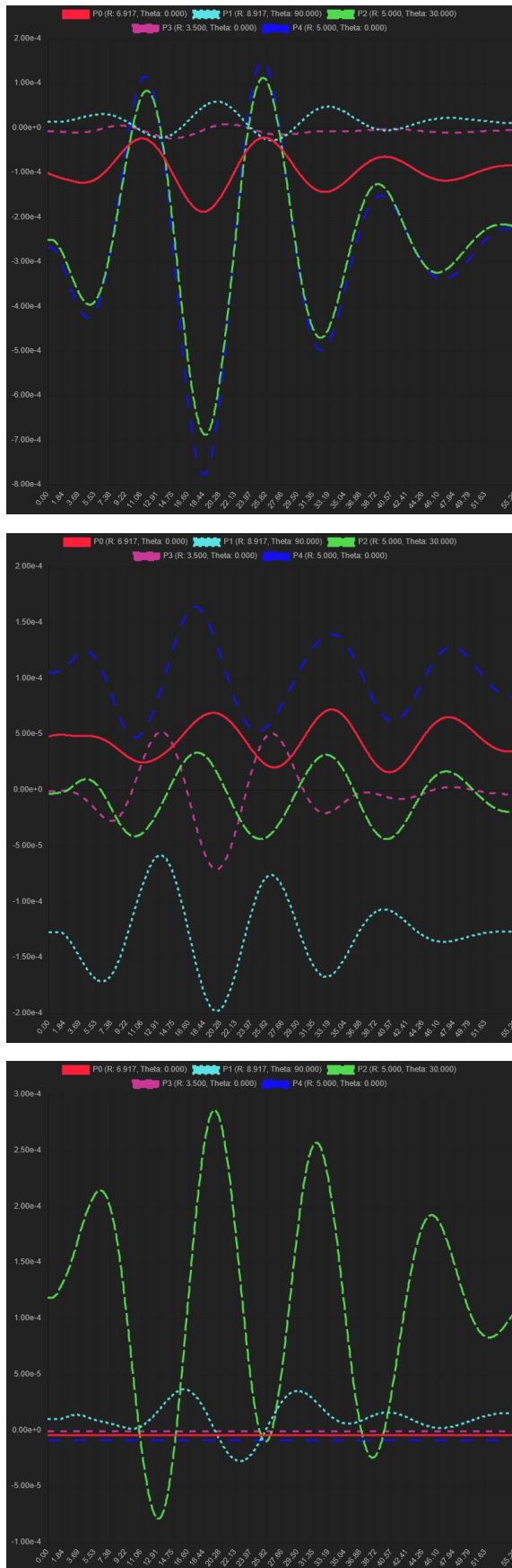


Рисунок 3.22 – графики e_{11} , e_{22} и e_{12} в контрольных точках

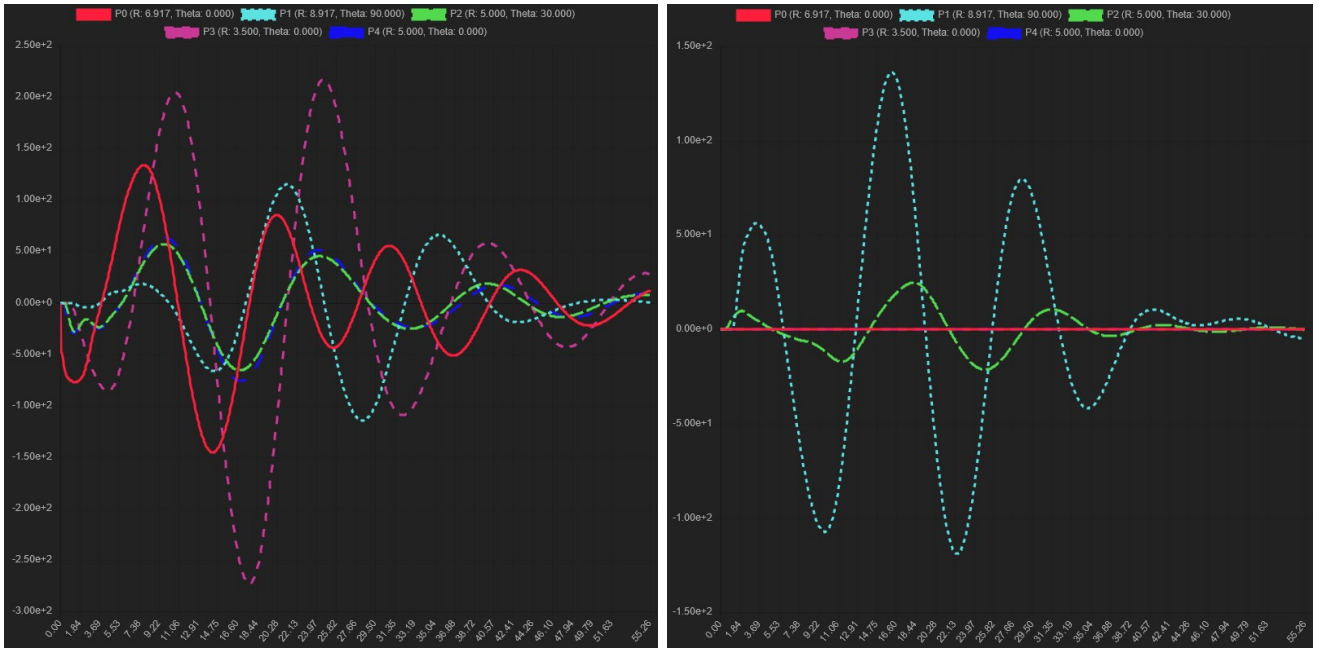


Рисунок 3.23 – графики a_1 и a_2 в контрольных точках

На рисунках 3.24, 3.25, 3.26, 3.27, 3.28, 3.29, 3.30, 3.31, 3.32, 3.33 представлены распределения исследуемых параметров среды (ν_{11} , ν_{22} , σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} , e_{11} , e_{22} , e_{12} , a_1 , a_2) в последовательные моменты времени при прохождении сейсмозрывной волны.

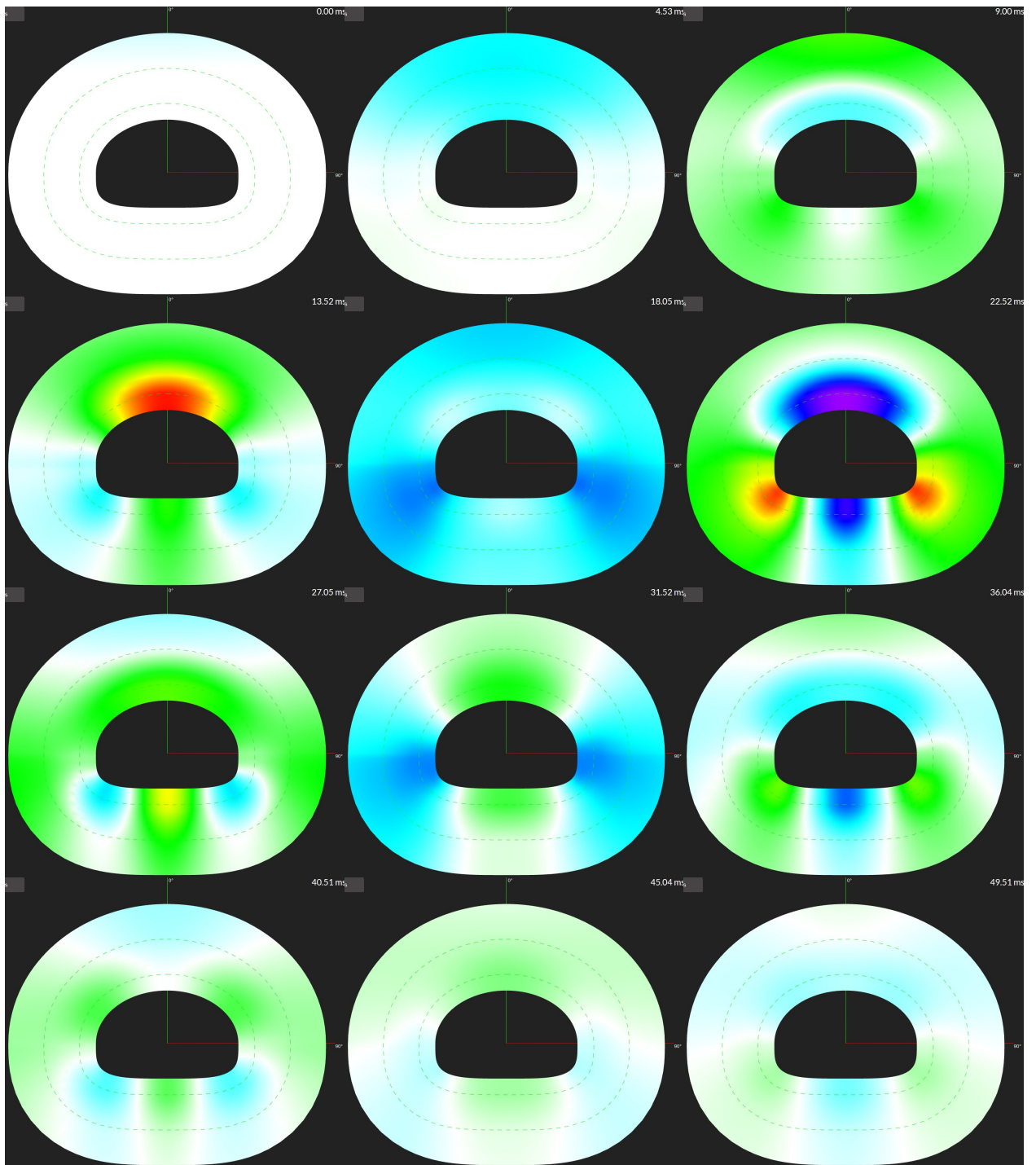


Рисунок 3.24 – Изменение поля v_1 во времени

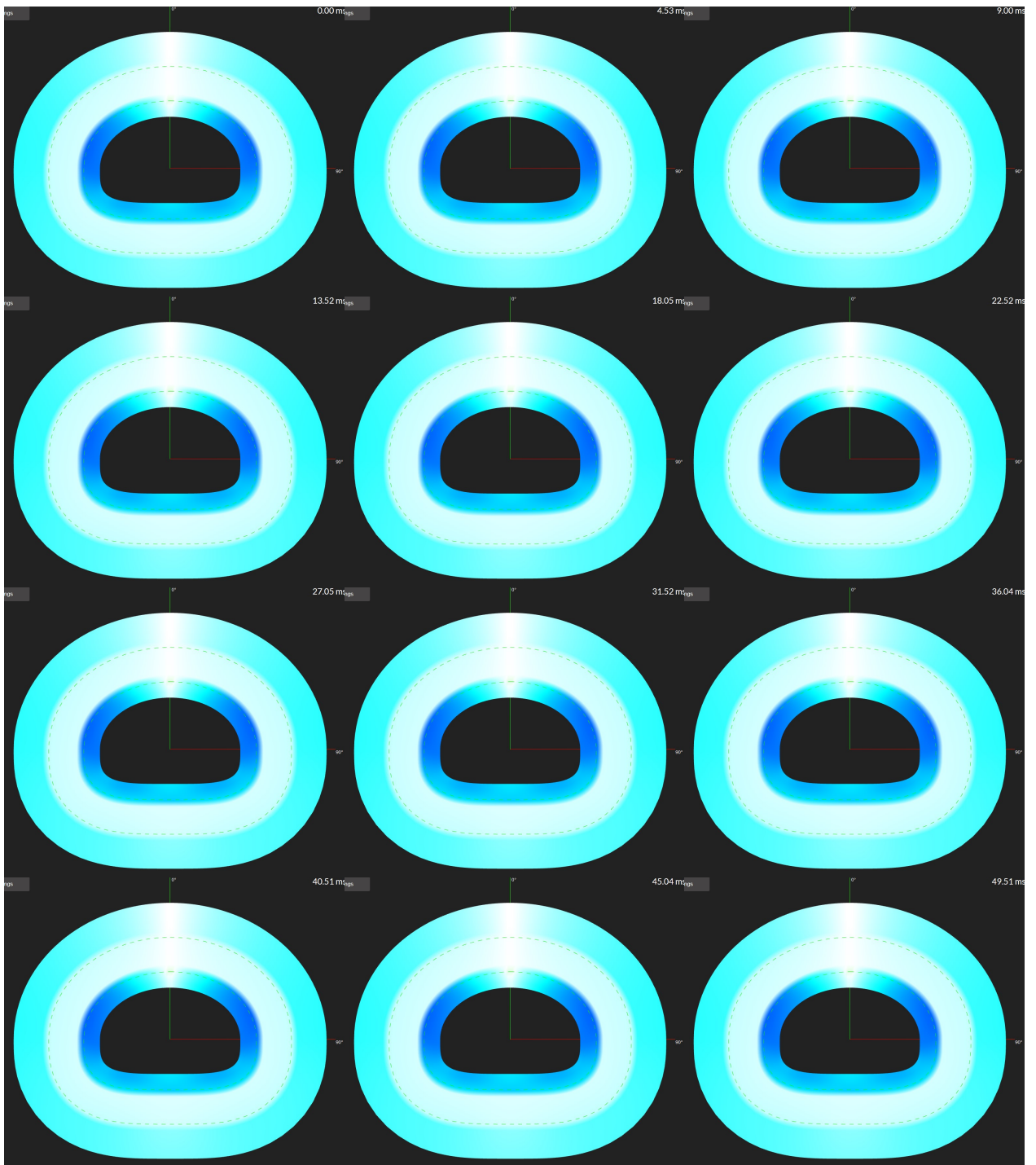


Рисунок 3.25 – Изменение поля v_2 во времени

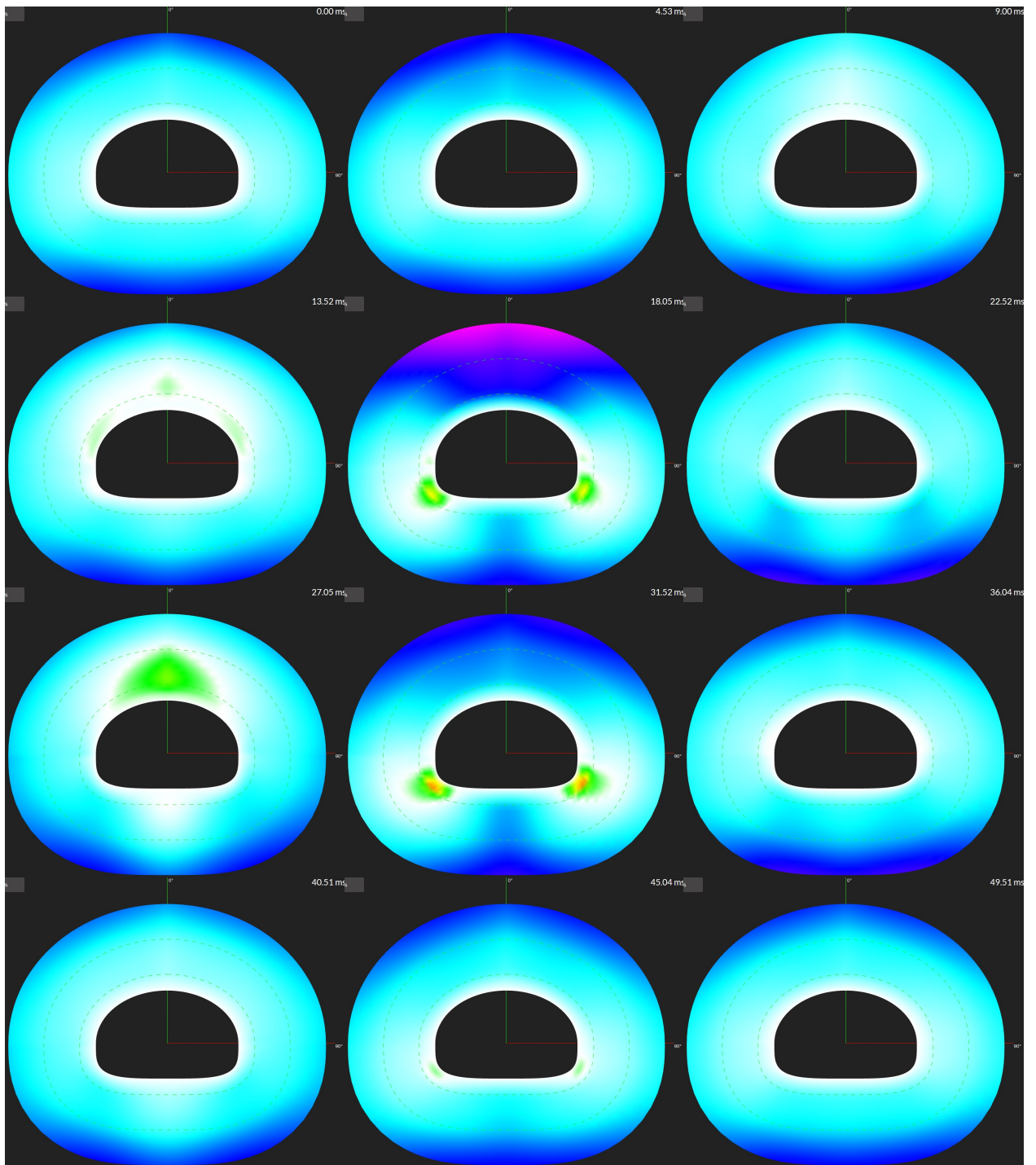


Рисунок 3.26 – Изменение поля σ_{11} во времени

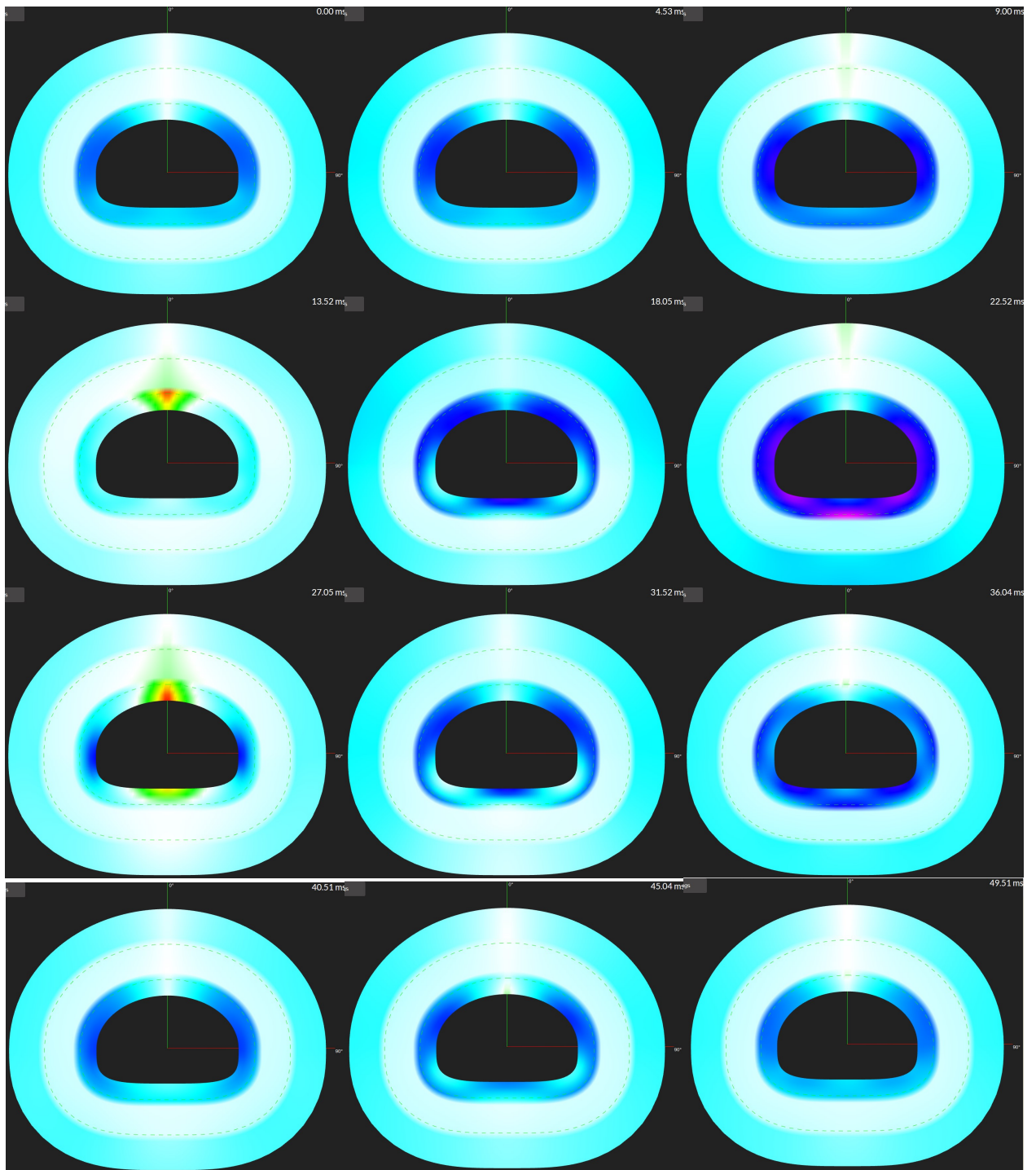


Рисунок 3.27 – Изменение поля σ_{22} во времени

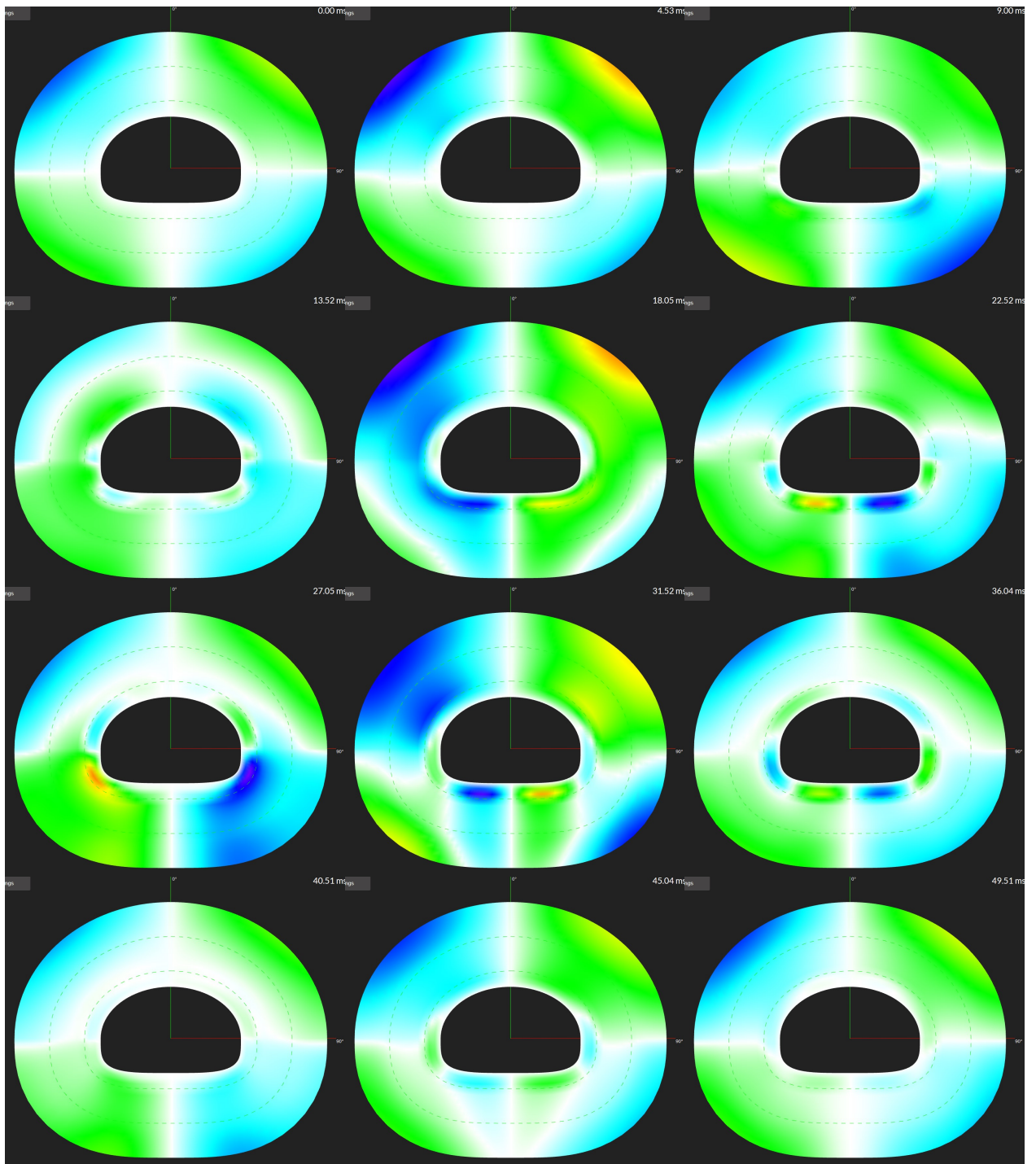


Рисунок 3.28 – Изменение поля σ_{12} во времени

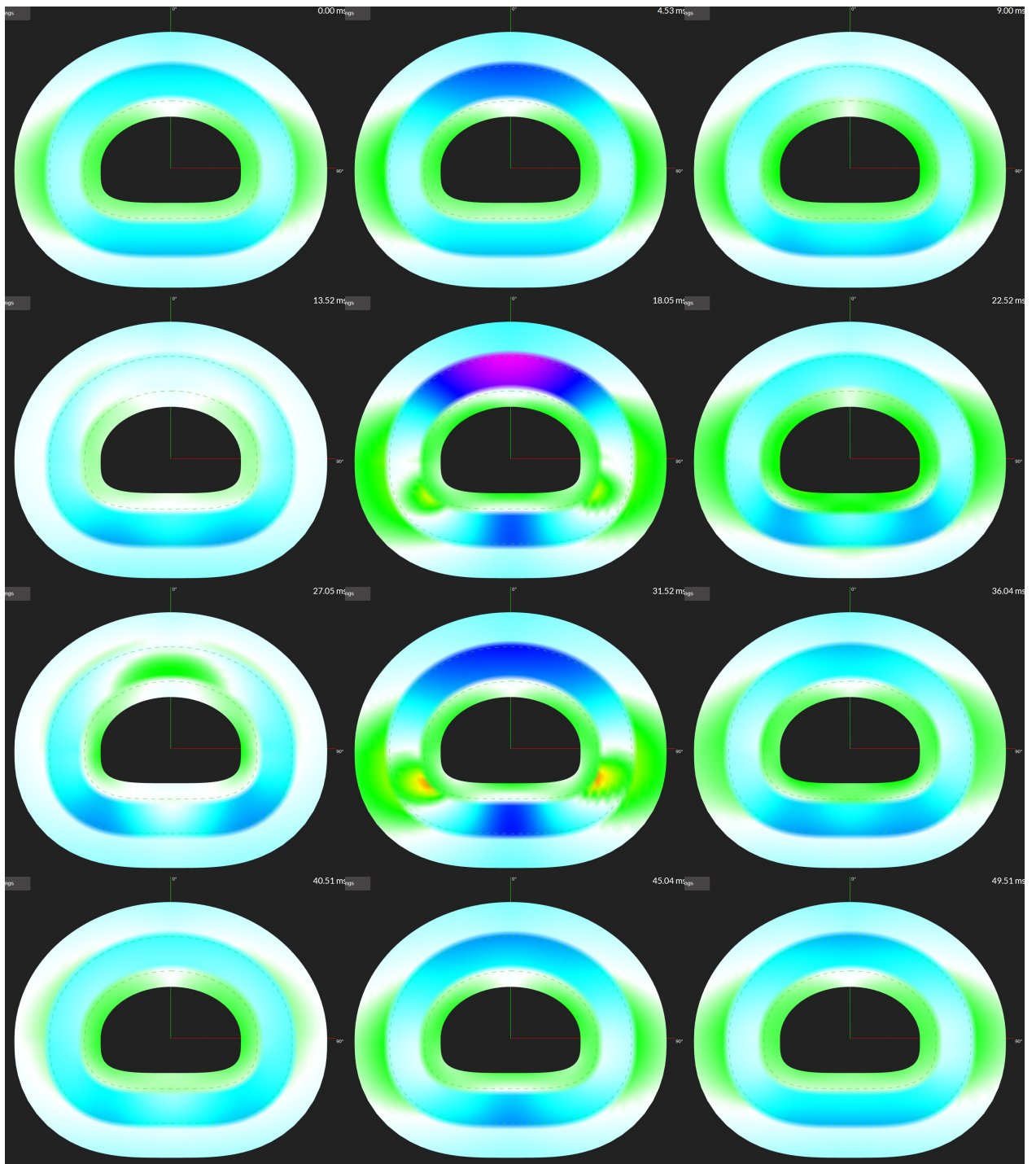


Рисунок 3.29 – Изменение поля e_{11} во времени

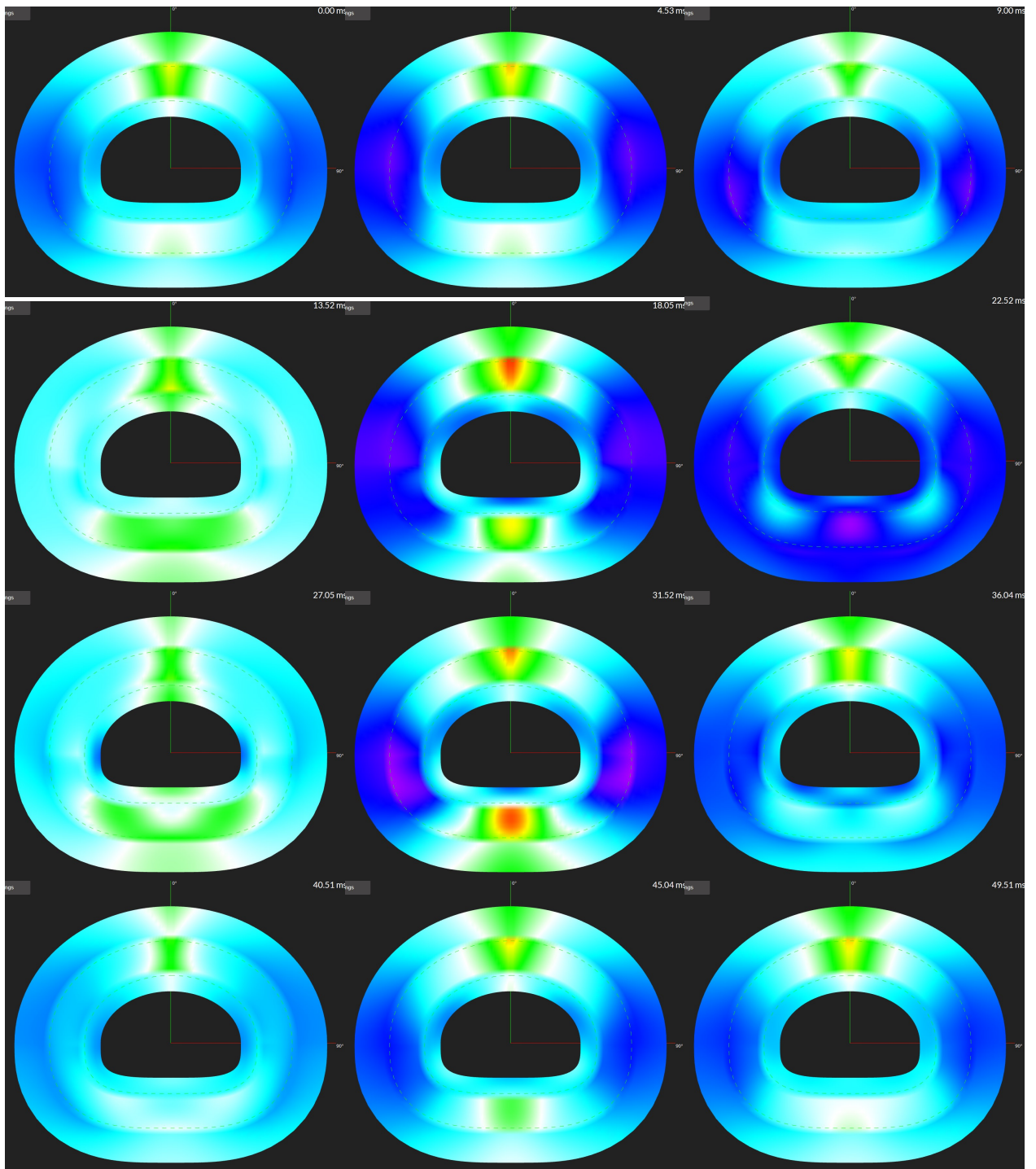


Рисунок 3.30 – Изменение поля e_{22} во времени

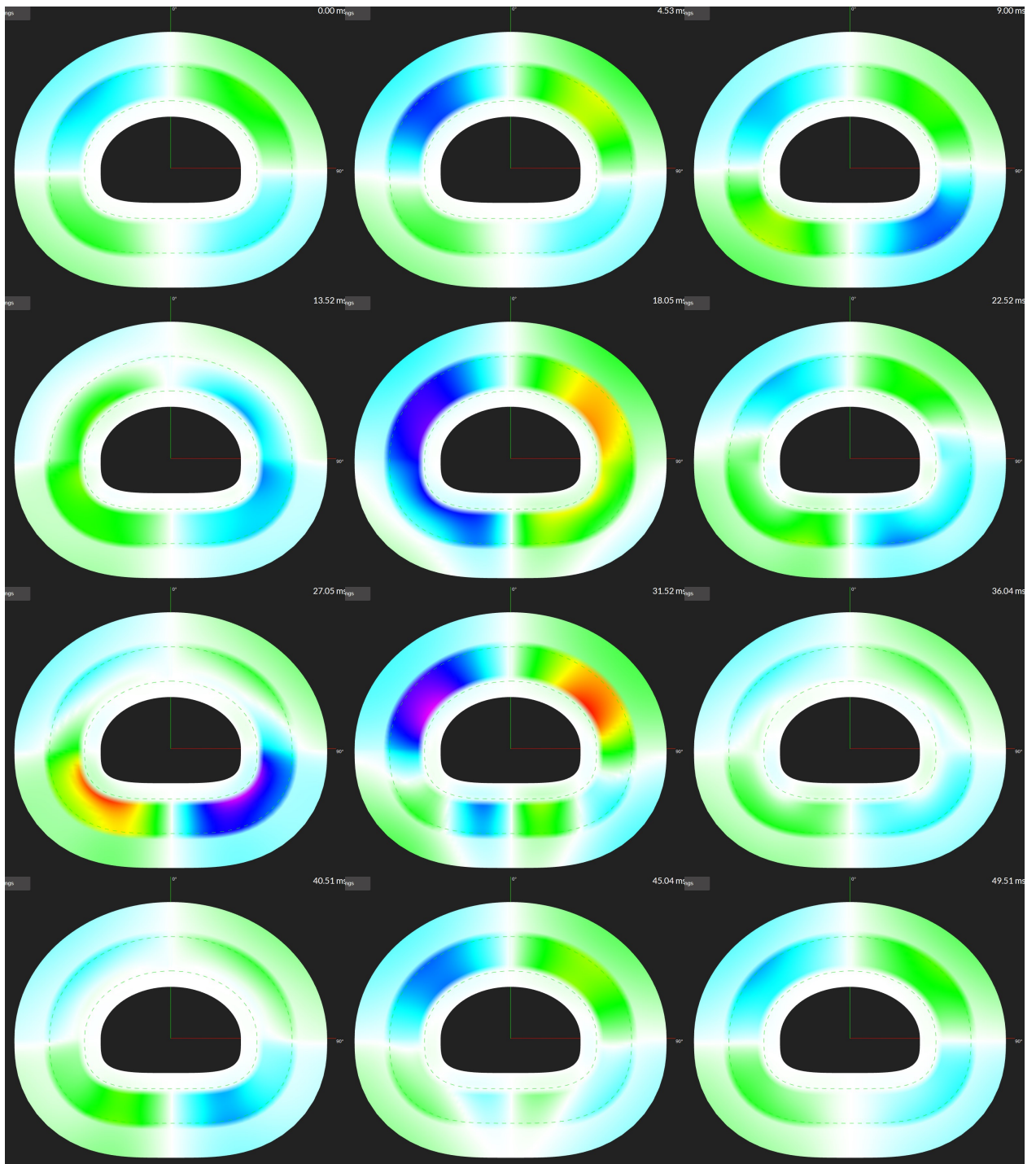


Рисунок 3.31 – Изменение поля e_{12} во времени

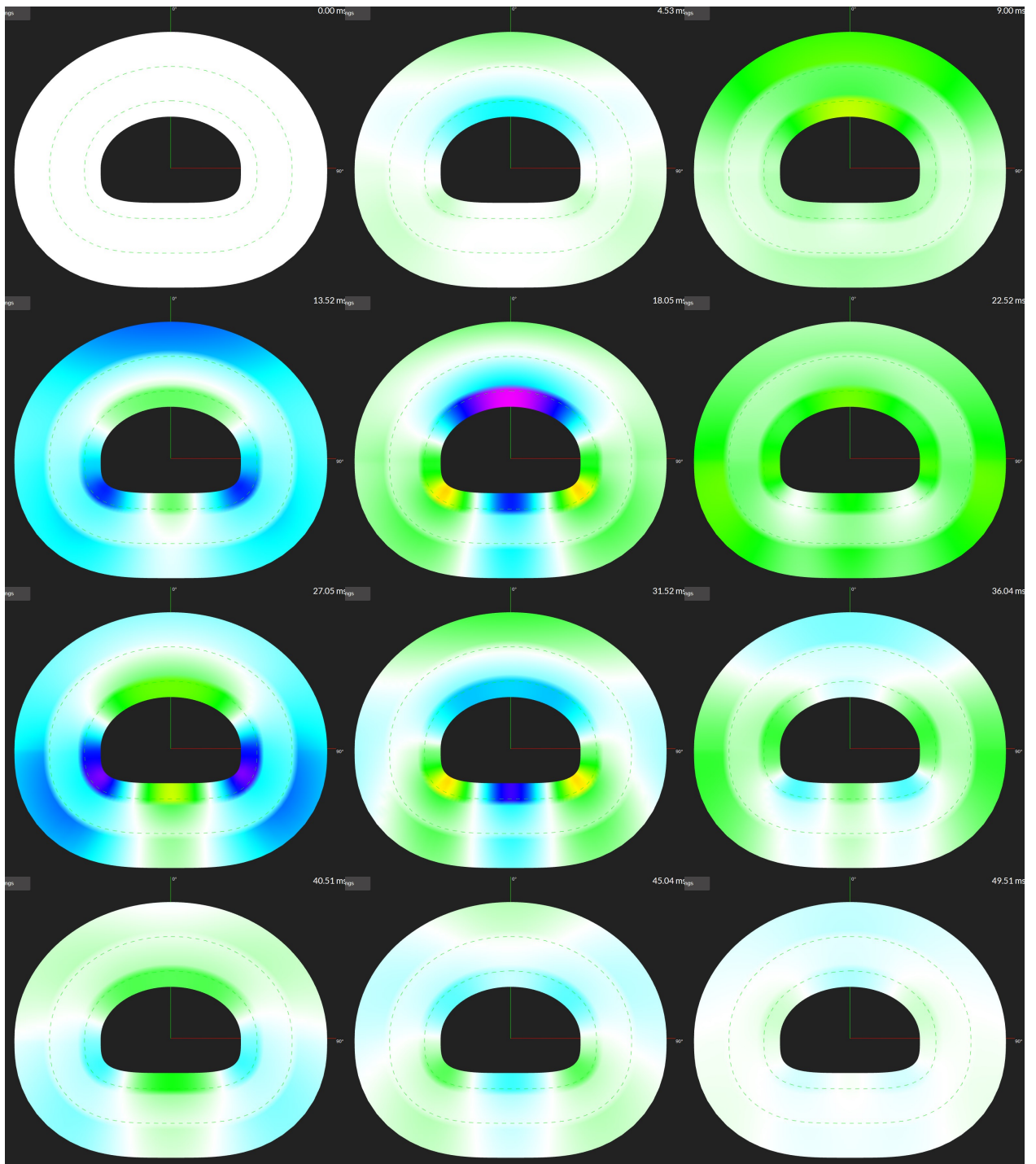


Рисунок 3.32 – Изменение поля a_1 во времени

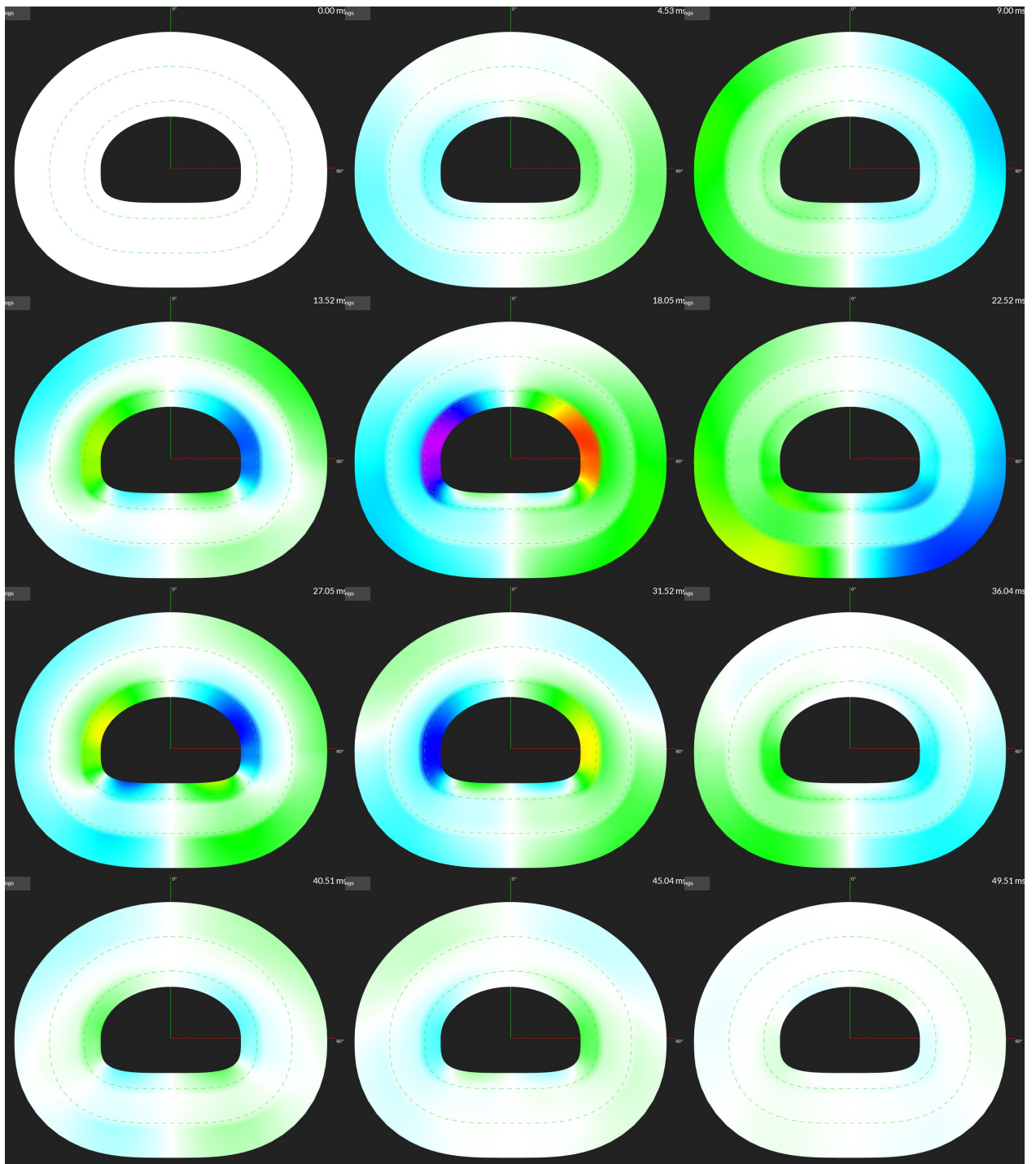


Рисунок 3.33 – Изменение поля a_2 во времени

3.4 Результаты моделирования

Представлены результаты моделирования сейсмической волны, распространяющейся в горном массиве. Волна падает под углом 0° к оси симметрии горной выработки, эпюра волны представлена на рисунке 3.35. Энергия взрыва составляет 2,12 ГДж при размере очага взрыва 50,8 м; магнитуда 2,93; σ_0 равна 12,9 МПа. Ориентировочная масса ВВ при массовом взрыве, согласно формуле (2.11), составляет 50,7 т.

Горная выработка находится на глубине 500 м. Случай рассматривает три слоя вокруг выработки, параметры слоев приведены в таблице 3.4. Форма выработки представлена на рисунке 3.34, ширина и высота составляют 8 м и 5 м, соответственно. Данные о контрольных (реперных) точках находятся в таблице 3.5.

Таблица 3.4 – Параметры слоев

№	Е, ГПа	ρ , кг/м ³	ν	Н, м
1	57,9	2700	0,35	2
2	12,3	2590	0,3	2
3	200	7800	0,28	1

Таблица 3.5 – Расположение контрольных точек

№	Расстояние от центра выработки, м	Угол между радиус-вектором и осью симметрии, град	Цвет
1	6,917	0	красный
2	8,917	90	голубой
3	5	30	зеленый
4	3,5	0	фиолетовый
5	5	0	синий

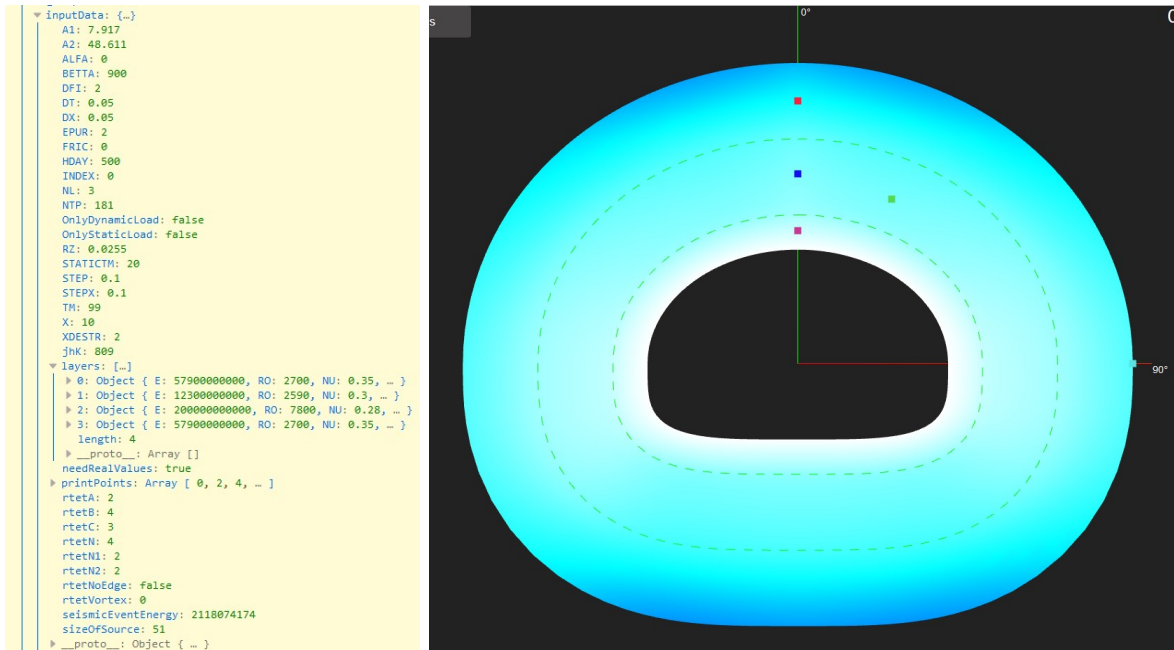


Рисунок 3.34 – Входные данные и расположение реперных точек

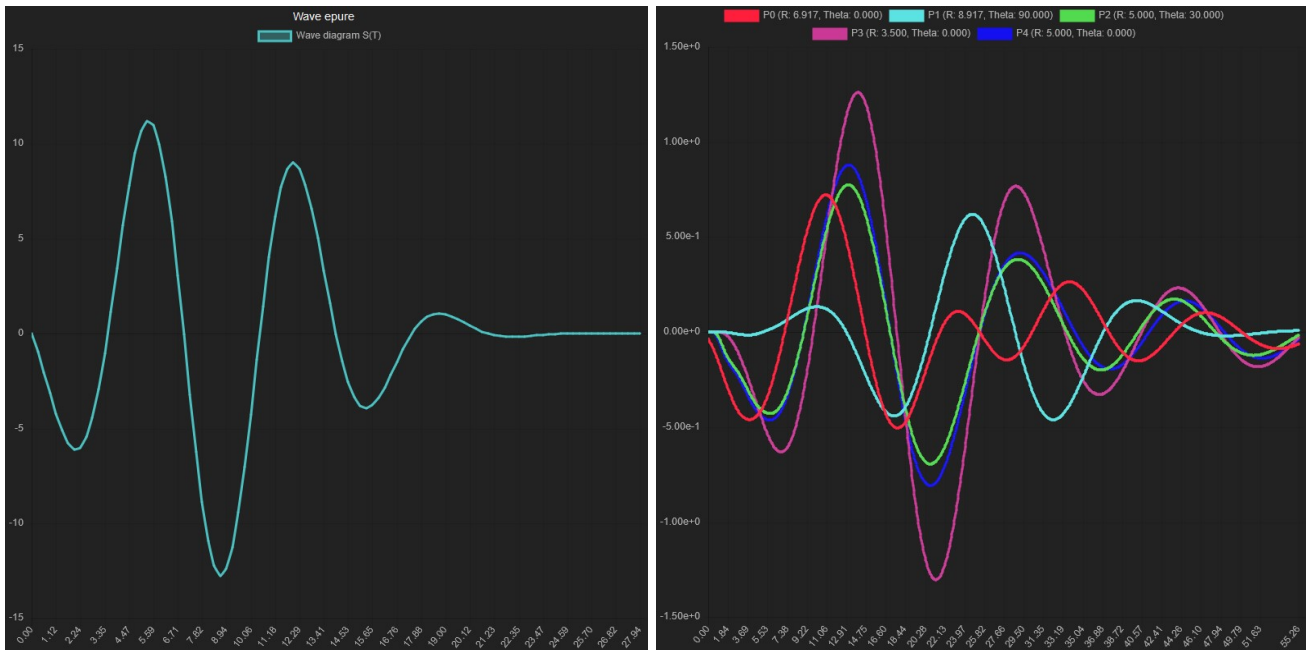


Рисунок 3.35 – Эпюра волны (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, напряжение за фронтом волны, МПа) и компонента вектора скорости смещения грунта v_{11} (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, скорость, м/с)



Рисунок 3.36 – Компоненты тензора напряжений σ_{11} и σ_{22} (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, напряжение, Па)

Далее рассмотрим случай, где волна падает под углом 0° к оси симметрии горной выработки, эпюра волны представлена на рисунке 3.38 (увеличена частота колебания). Энергия взрыва составляет 2,12 ГДж при размере очага взрыва 50,8 м; магнитуда 2,93; σ_0 равна 12,9 МПа. Ориентировочная масса ВВ при массовом взрыве, вычисленная по формуле (2.11), составляет 50,7 т.

Горная выработка находится на глубине 500 м. Случай рассматривает три слоя вокруг выработки, параметры слоев приведены в таблице 3.6. Форма выработки представлена на рисунке 3.37, ширина и высота составляют 8 м и 5 м, соответственно. Данные о контрольных (реперных) точках находятся в таблице 3.7.

Таблица 3.6 – Параметры слоев

№	Е, ГПа	ρ , кг/м ³	ν	Н, м
1	57,9	2700	0,35	2
2	12,3	2590	0,3	2
3	200	7800	0,28	1

Таблица 3.7 – Расположение контрольных точек

№	Расстояние от центра выработки, м	Угол между радиус-вектором и осью симметрии, град	Цвет
1	6,917	0	красный
2	8,917	90	голубой
3	5	30	зеленый
4	3,5	0	фиолетовый
5	5	0	синий

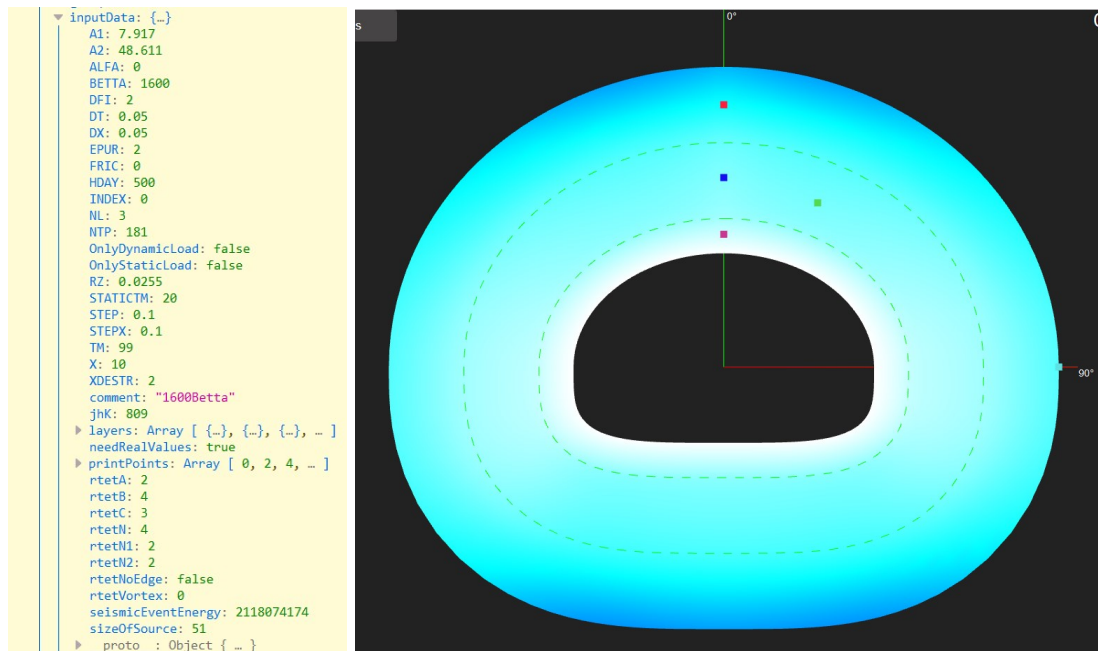


Рисунок 3.37 – Входные данные и расположение реперных точек

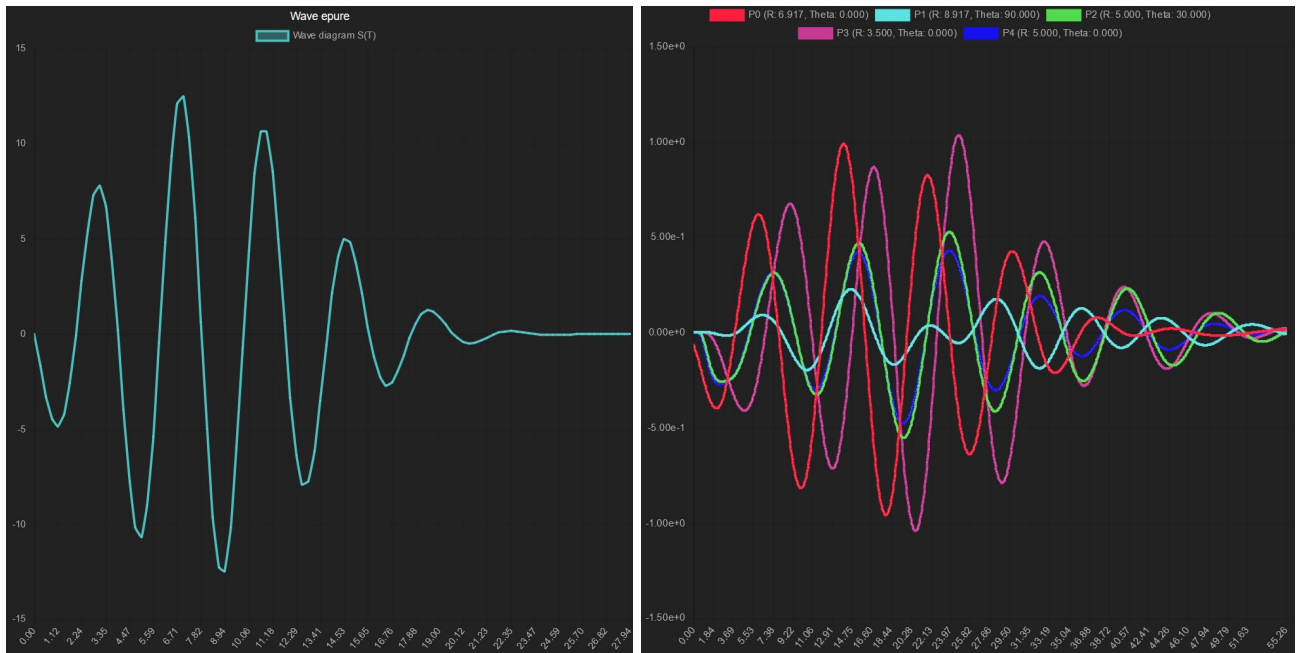


Рисунок 3.38 – Эпюра волны (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, напряжение за фронтом волны, МПа) и компонента вектора скорости смещения грунта v_{11} (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, скорость, м/с)

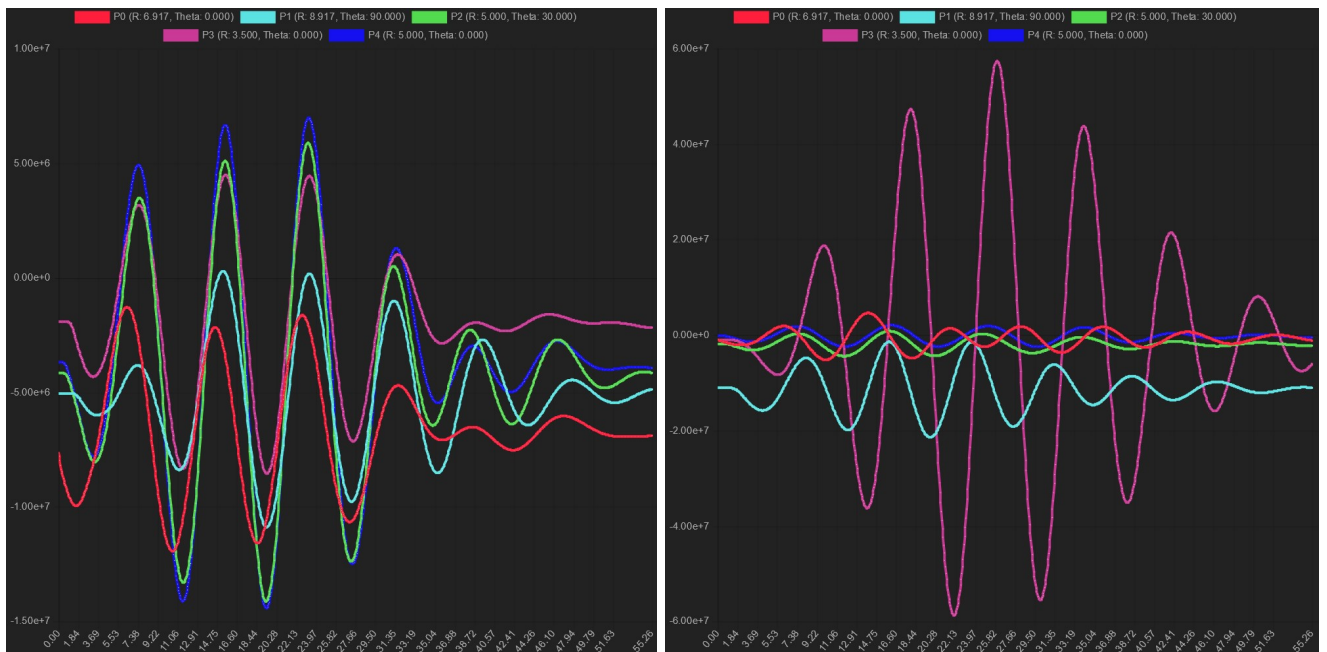


Рисунок 3.39 – Компоненты тензора напряжений σ_{11} и σ_{22} (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, напряжение, Па)

Затем рассмотрим случай, где волна падает под углом 0° к оси симметрии горной выработки, эпюра волны представлена на рисунке 3.41. Энергия взрыва составляет 1,25 ГДж при размере очага взрыва 54 м; магнитуда 2,8; σ_0 равна 6,4 МПа. Ориентировочная масса ВВ при массовом взрыве составляет 30 т.

Горная выработка находится на глубине 500 м. Случай рассматривает три слоя вокруг выработки, параметры слоев приведены в таблице 3.8. Форма выработки представлена на рисунке 3.40, ширина и высота составляют 8 м и 5 м, соответственно. Данные о контрольных (реперных) точках находятся в таблице 3.9.

Таблица 3.8 – Параметры слоев

№	Е, ГПа	ρ , кг/м ³	ν	Н, м
1	57,9	2700	0,35	2
2	12,3	2590	0,3	2
3	200	7800	0,28	1

Таблица 3.9 – Расположение контрольных точек

№	Расстояние от центра выработки, м	Угол между радиус-вектором и осью симметрии, град	Цвет
1	6,917	0	красный
2	8,917	90	голубой
3	5	30	зеленый
4	3,5	0	фиолетовый
5	5	0	синий

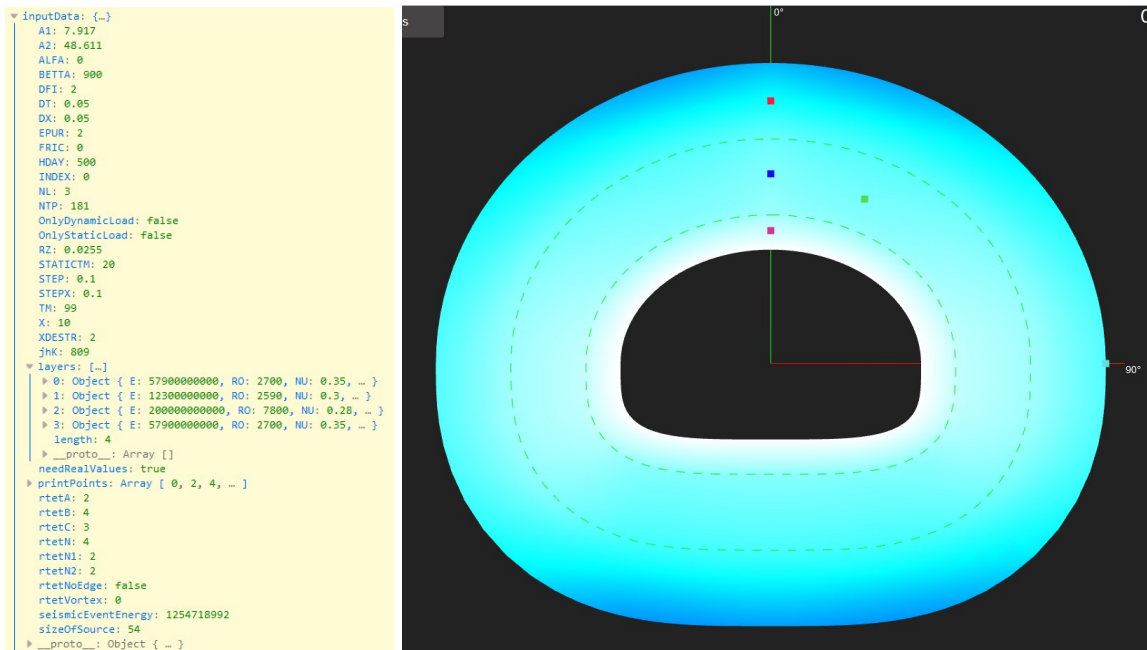


Рисунок 3.40 – Входные данные и расположение реперных точек

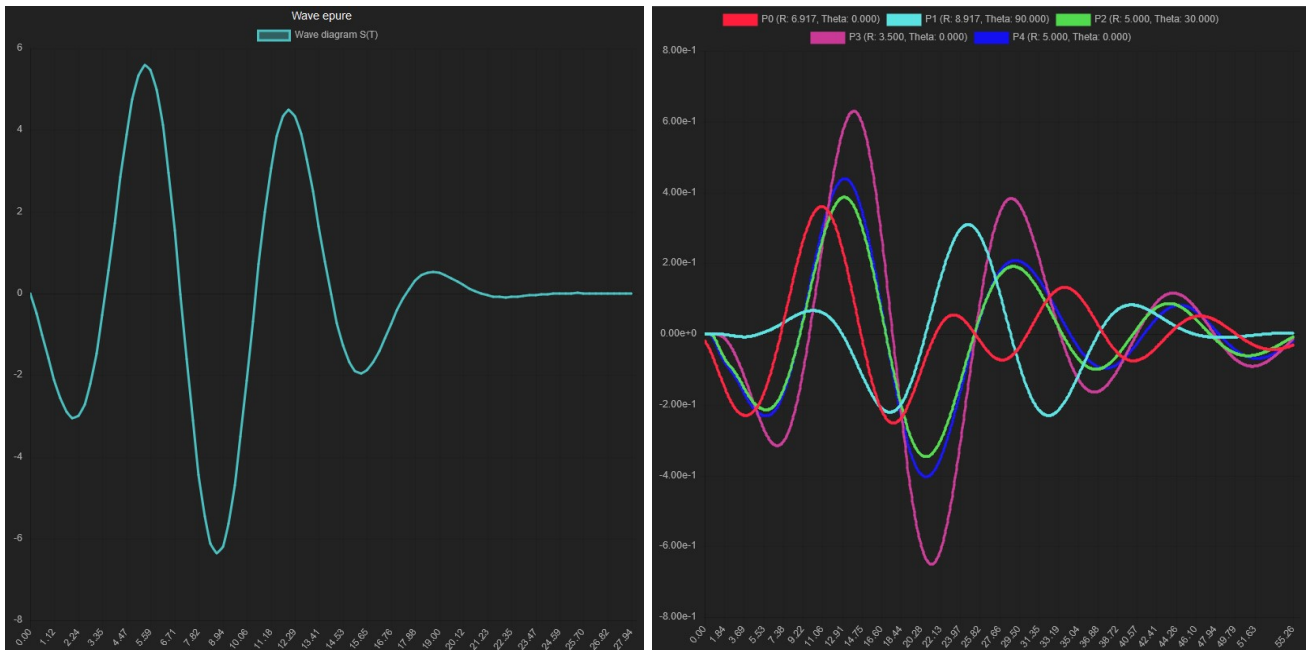


Рисунок 3.41 – Эпюра волны (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, напряжение за фронтом волны, МПа) и компонента вектора скорости смещения грунта v_{11} (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, скорость, м/с)

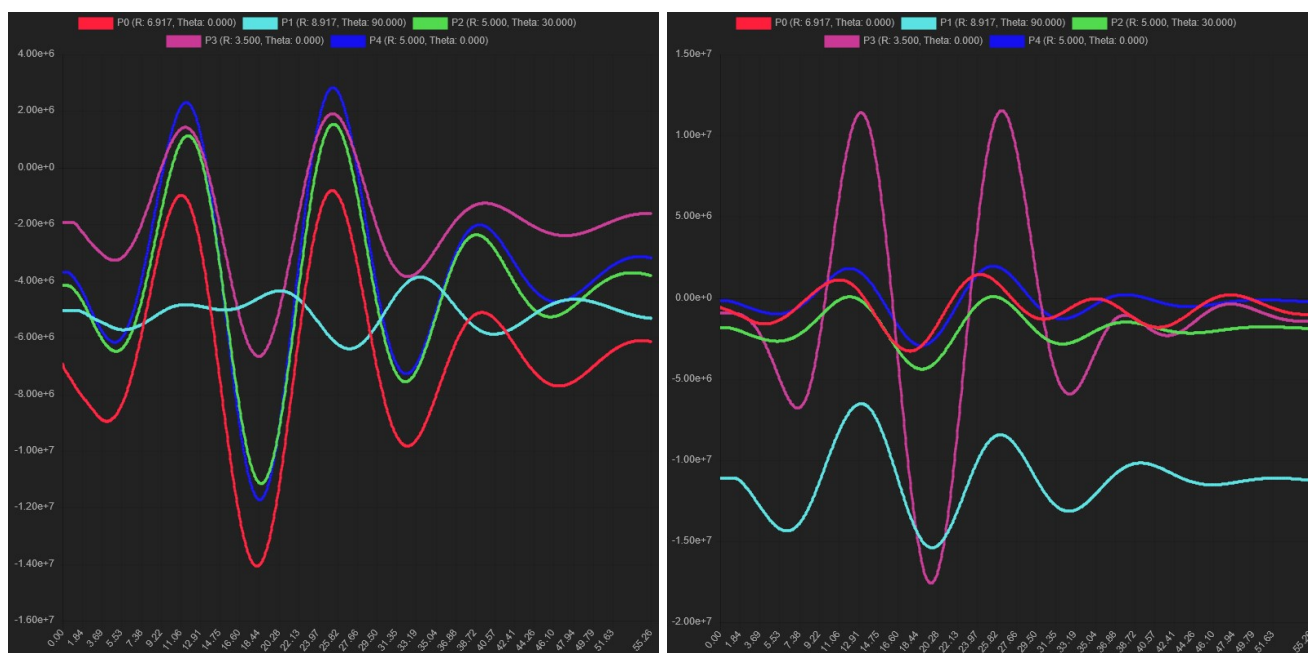


Рисунок 3.42 – Компоненты тензора напряжений σ_{11} и σ_{22} (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, напряжение, Па)

Следующим рассмотрим случай, где волна падает под углом 30° к оси симметрии горной выработки, эпюра волны представлена на рисунке 3.44. Энергия взрыва составляет 2,12 ГДж при размере очага взрыва 50,8 м; магнитуда 2,93; σ_0 равна 12,9 МПа. Ориентировочная масса ВВ при массовом взрыве, согласно формуле (2.11), составляет 50,7 т.

Горная выработка находится на глубине 500 м. Случай рассматривает три слоя вокруг выработки, параметры слоев приведены в таблице 3.10. Форма выработки представлена на рисунке 3.43, ширина и высота составляют 8 м и 5 м, соответственно. Данные о контрольных (реперных) точках находятся в таблице 3.11.

Таблица 3.10 – Параметры слоев

№	Е, ГПа	ρ , кг/м ³	ν	Н, м
1	57,9	2700	0,35	2
2	12,3	2590	0,3	2
3	200	7800	0,28	1

Таблица 3.11 – Расположение контрольных точек

№	Расстояние от центра выработки, м	Угол между радиус-вектором и осью симметрии, град	Цвет
1	6,917	0	красный
2	8,917	90	голубой
3	5	30	зеленый
4	3,5	0	фиолетовый
5	5	0	синий

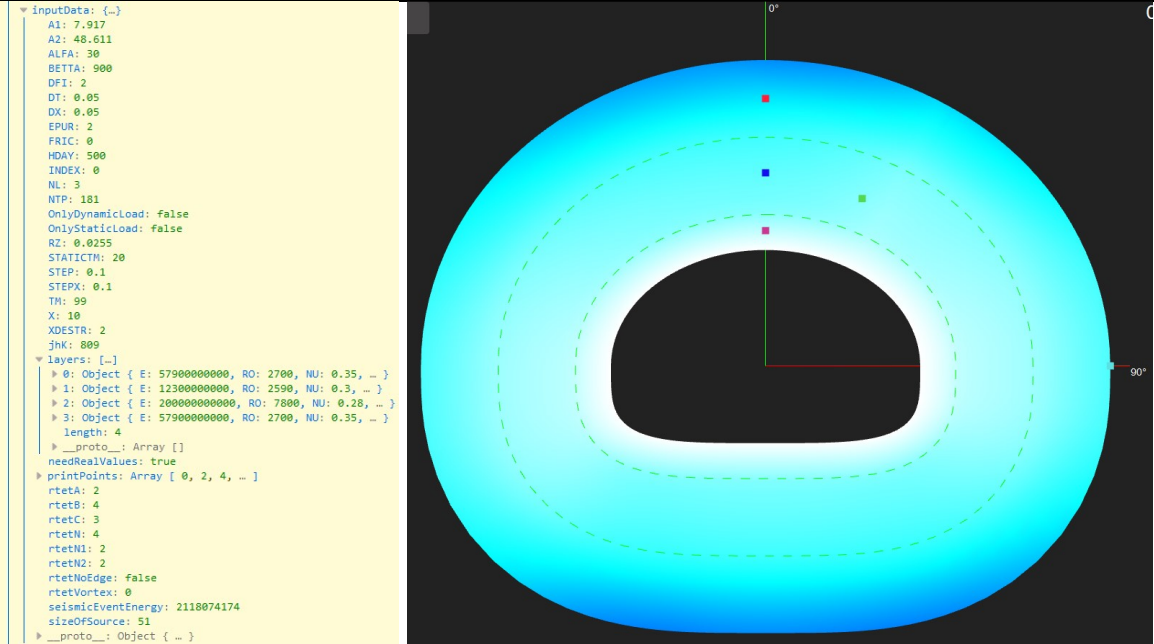


Рисунок 3.43 – Входные данные и расположение реперных точек

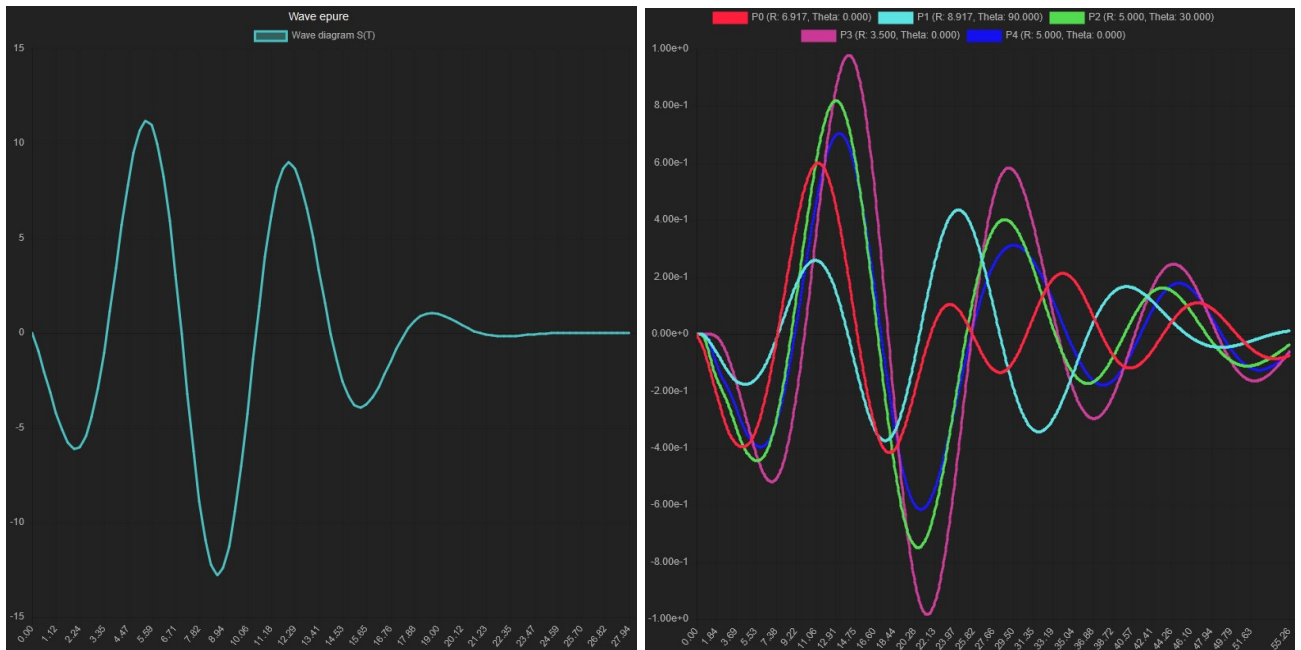


Рисунок 3.44 – Компонента вектора скорости смещения грунта v_{11} (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, скорость, м/с)

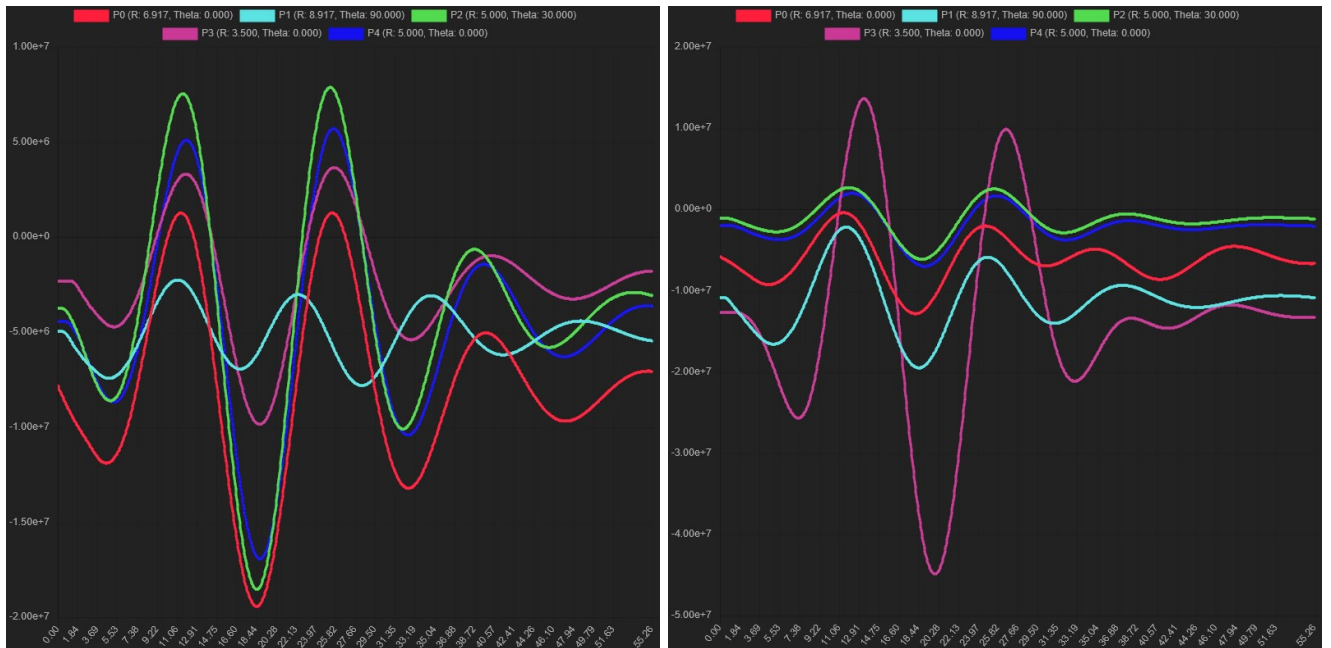


Рисунок 3.45 – Компоненты тензора напряжений σ_{11} и σ_{22} (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, напряжение, Па)

Волна падает под углом 0° к оси симметрии горной выработки, эпюра волны представлена на рисунке 3.47. Энергия взрыва составляет 1 ГДж при размере очага взрыва 50 м; магнитуда 2,76; σ_0 равна 6,5 МПа. Ориентировочная масса ВВ при массовом взрыве составляет 23,9 т.

Горная выработка находится на глубине 500 м. Случай рассматривает три слоя вокруг выработки, параметры слоев приведены в таблице 3.12. Форма выработки представлена на рисунке 3.46, ширина и высота составляют 8 м и 4 м, соответственно. Данные о контрольных (реперных) точках находятся в таблице 3.13.

Таблица 3.12 – Параметры слоев

№	Е, ГПа	ρ , кг/м ³	ν	Н, м
1	42	2630	0,25	2
2	55	2920	0,27	2
3	80	2790	0,21	2
4	200	7800	0,28	0,1

Таблица 3.13 – Расположение контрольных точек

№	Расстояние от центра выработки, м	Угол между радиус-вектором и осью симметрии, град	Цвет
1	8,457	0	красный
2	10,457	90	голубой
3	5	30	зеленый
4	2,5	0	фиолетовый
5	3,1	0	синий

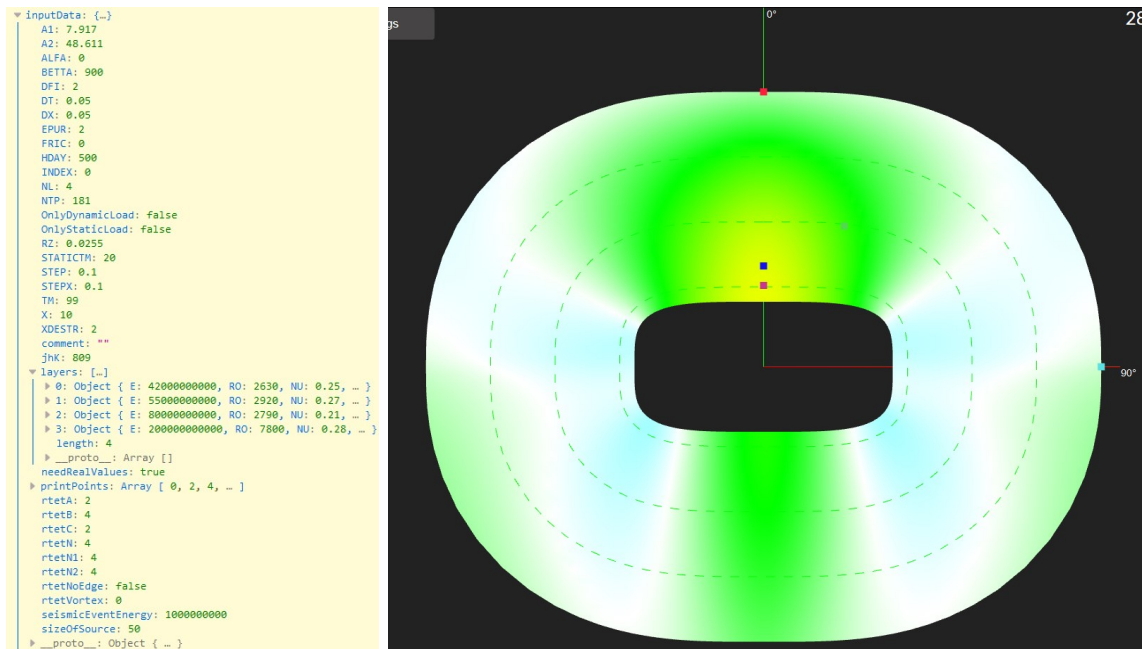


Рисунок 3.46 – Входные данные и расположение реперных точек

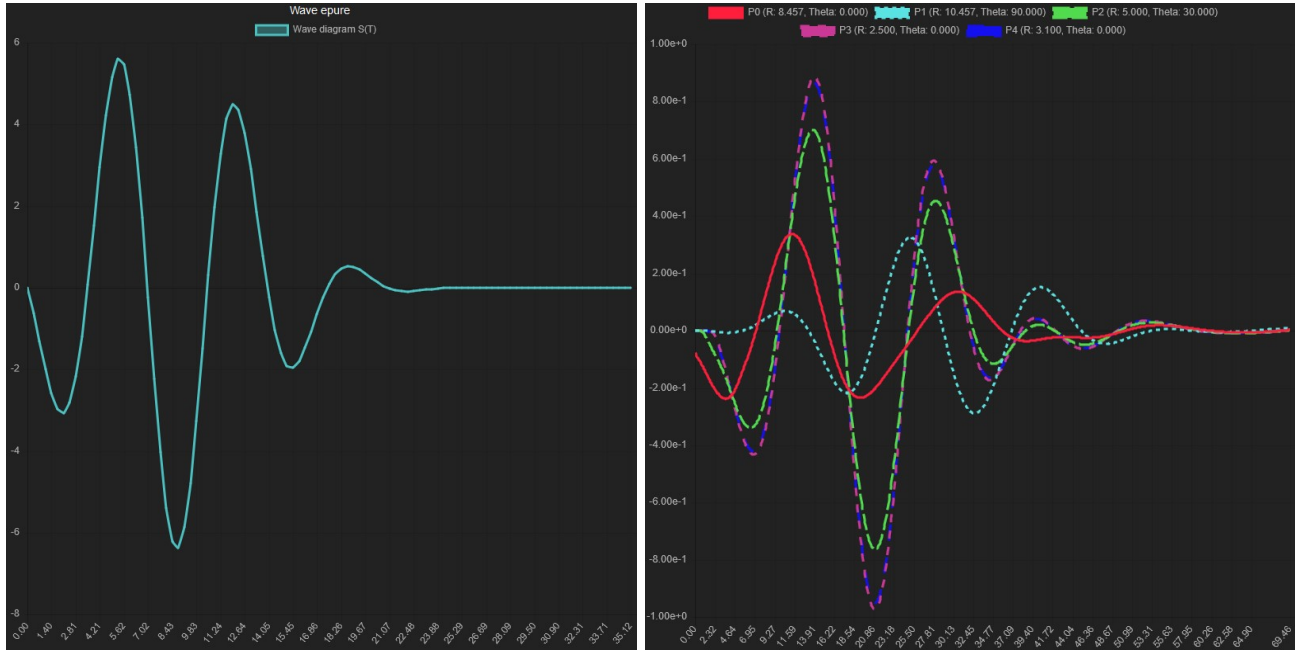


Рисунок 3.47 – Эюра волны (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, напряжение за фронтом волны, МПа) и компонента вектора скорости смещения грунта v_{11} (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, скорость, м/с)



Рисунок 3.48 – Компоненты тензора напряжений σ_{11} и σ_{22} (горизонтальная ось, время, мс; вертикальная ось, напряжение, Па)

3.5 Выводы по главе 3

Представлены численные схемы и алгоритмы для реализации численного решения уравнений математической модели, сформулированной во 2 главе, воздействия сейсмозрывной волны на массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку.

1. Построены расчётные разностные схемы для решения уравнений динамики горного массива, представленного одним слоем.
2. Усовершенствованы расчётные схемы и добавлен учёт неоднородности слоёв, окружающих горную выработку.
3. Разработан многофункциональный программный комплекс для проведения расчётов и анализа результатов. Продемонстрированы основные возможности приложения.
4. Приведены результаты расчётов для модельной задачи.

ГЛАВА 4 РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ АО «АПАТИТ»

Данные по сейсмособытиям за период с 01.09.2012 по 01.09.2015 были предоставлены компанией АО «Апатит» (группа компаний «ФосАгро») научному центру геомеханики и проблем горного производства, система сбора спроектирована и реализована компанией ЗАО НПО «Системотехника» (г. Иваново) [5,4,106].

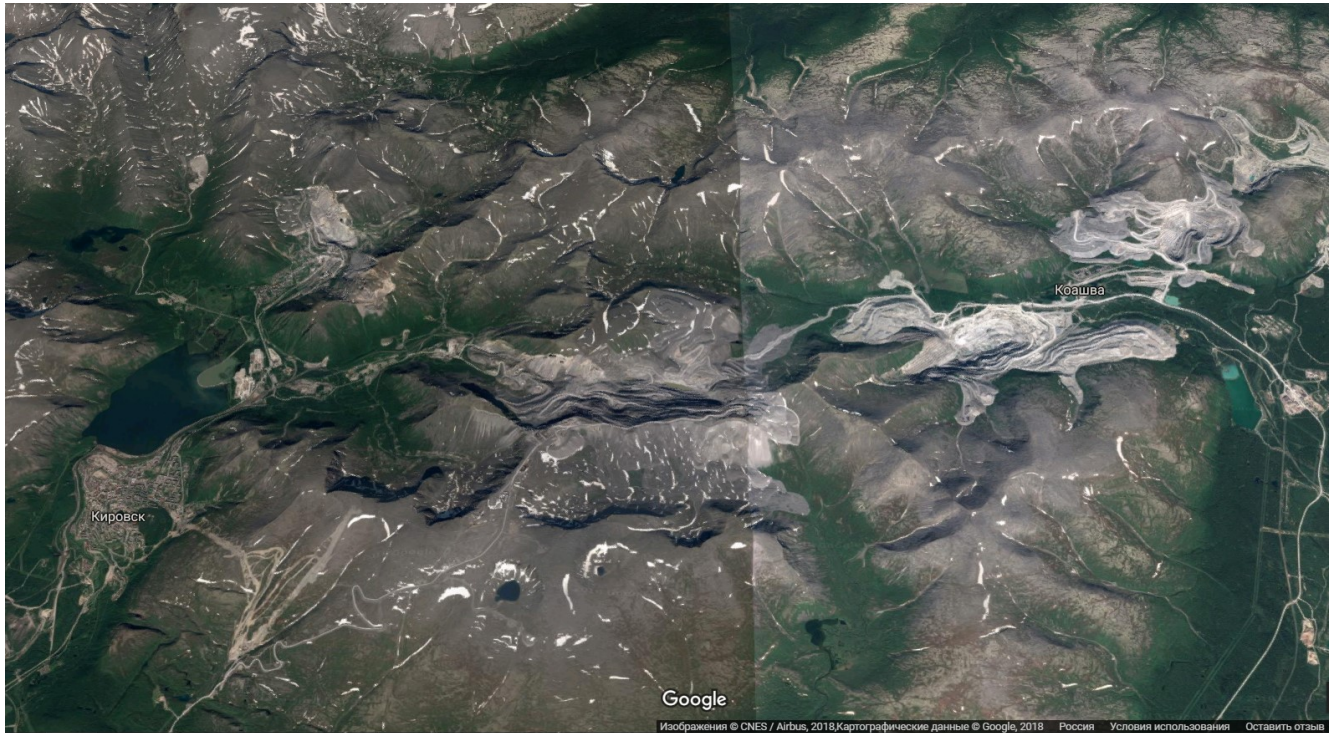


Рисунок 4.1 – Месторождения южной части Хибинского массива

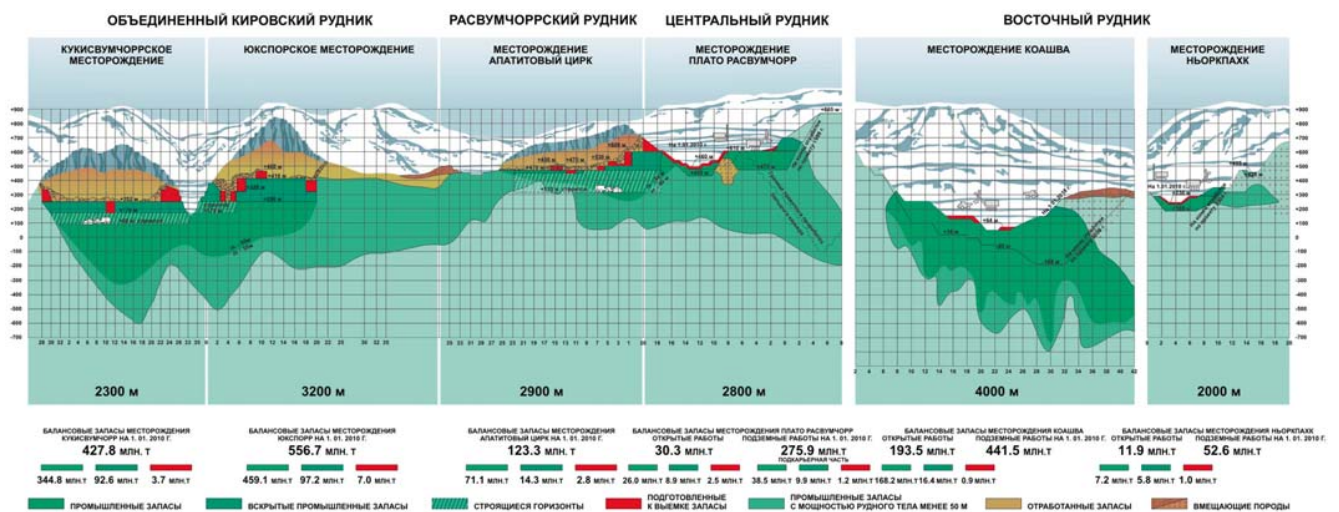


Рисунок 4.2 – Продольный разрез по месторождениям, обрабатываемым АО «Апатит» [108]

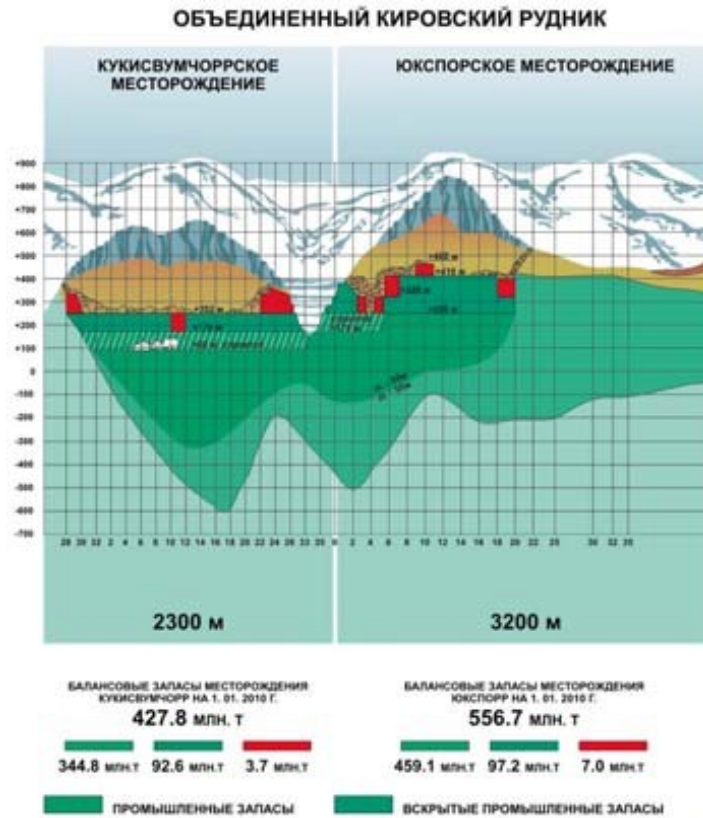


Рисунок 4.3 – Продольный разрез по Объединенному Кировскому руднику [108]

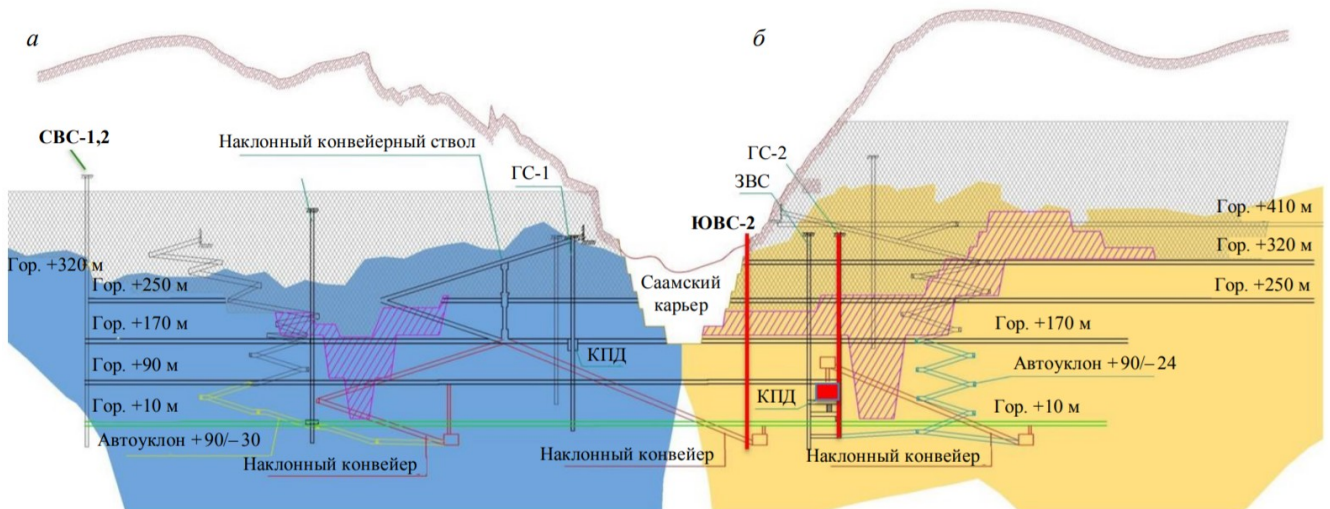


Рисунок 4.4 – Принципиальная схема вскрытия Кукисвумчоррского (а) и Юкспорского (б) месторождений Кировского рудника [51]

Данные были собраны с помощью подсистемы обработки информации (ПОИ), предназначенной для получения параметров источников сейсмических событий, на основании анализа содержания файлов волновых форм, регистрируемых телеметрической системой сбора сейсмической информации. Все

данные собирались в системе управления базами данных (СУБД) MS SQL (Рисунок 4.5). Структура с основными связями между таблицами базы данных представлена на рисунке 4.6.

The screenshot shows the Microsoft SQL Server Management Studio interface. The main window displays a query result for a table named 'SelectTopNRows' from the 'SMS' database. The query is a 'SELECT TOP 1000 [ELocTime]' statement. The results are shown in a grid with columns for various seismic parameters.

	ELocTime	Elen	EX	EY	EZ	ENRad	EEnergy	EEnergy_STD	Magnituda	Moment	SizeOfSource	MomentP	Mom
1	2015-08-12 07:37:29.000	5.457	2746.51907421247	651.767163387181	32.0472368361727	0.933334617403884	191735.347118309	229913.14077223	0.705486201226563	231781997084.275	25.0231267826486	351015331176.788	1125
2	2015-08-12 07:22:14.000	13.001	450.849622847195	163.120121450277	-24.4546033087206	0.815606477990955	1418513.49585006	1370028.06630015	1.18350840963505	110478482610.532	27.6981583836926	132936666358.44	8802
3	2015-08-12 07:09:19.000	5.208	3425.60638974092	749.699693758609	13.7545920803351	0.388410175999405	61918.9957135919	79434.0138521715	0.435503147064663	27332172725.8999	33.1428419947638	40795058666.5062	1386
4	2015-08-12 07:08:20.000	4.577	1045.87786599004	132.376444704734	19.1564327838538	0.831650842017375	77459.5979671222	29512.3127401812	0.488991381212991	647856012710.593	37.8166170542644	96026939628.406	3354
5	2015-08-12 07:05:50.000	9.534	1184.0975536128	196.315705441195	-27.1178104475034	0.899903931974901	1638751.2898196	1422450.04020498	1.21798217588625	306246568686.565	30.7257211262026	427968300576.951	1845
6	2015-08-12 07:03:31.000	8.351	2874.51662403176	658.784052540013	149.208215991701	0.598888731938018	154956.700701384	168629.318288526	0.654615688507082	39599187886.5976	19.8741007136716	54561077160.9976	2463
7	2015-08-12 07:02:45.000	13.001	3041.90970412314	513.375095188049	199.899396530351	0.888093083710078	2896364.48257459	2003095.64297066	1.35401926725546	95107228624.372	49.4526801709666	1501809090514.22	4003
8	2015-08-12 07:01:58.000	20.699	3437.31862848278	843.769778512562	2.72532666903381	0.695994826603453	423423.282836597	311277.611167772	0.8947826104224015	969453452607.372	64.7270352732611	1380780453453.73	5581
9	2015-08-12 06:59:59.000	14.647	3177.61367137942	704.504150136626	11.0648029548724	0.9406957050375267	609859.441160665	186712.059681306	0.981876363306226	87895671135.9029	45.4767493301595	107018052255.822	6870
10	2015-08-12 06:59:53.000	25	3058.38980428665	799.354332192914	85.1537180997918	0.654328958954548	1874349.33725503	2184061.4484816	1.25006779539918	426492201372.038	25.4771672996255	586210450861.818	2867
11	2015-08-12 06:57:29.000	3.001	1314.820516625	210.280287622024	4.60406571783913	0.771030688201985	11179.0629501743	8008.479193688299	0.0266229581179832	52762999030.7943	59.1584854275488	71185701480.612	3434
12	2015-08-12 06:54:43.000	18.856	1008.1804398834	531.86393996403	-132.8022540675	0.51877789465776	399342.855044482	313228.54128818	0.800740159486817	265947146527.156	59.4269399751385	24421281778.561	2956
13	2015-08-12 06:53:00.000	25	2401.13114743983	49.6499358253564	-120.268174538384	0.83336636132818	470576.070254969	766131.743271626	0.919494641125675	136834217662.973	39.088022177174	182959139671.781	8025
14	2015-08-12 06:51:23.000	20.797	1205.10863641549	127.527134400154	-112.638757736615	0.75007809665183	248526.9851929	2058826.06634738	1.3177628498942	474878808314.534	15.9814553913351	574800824938.415	3745

Рисунок 4.5 – Представление данных в СУБД MS SQL

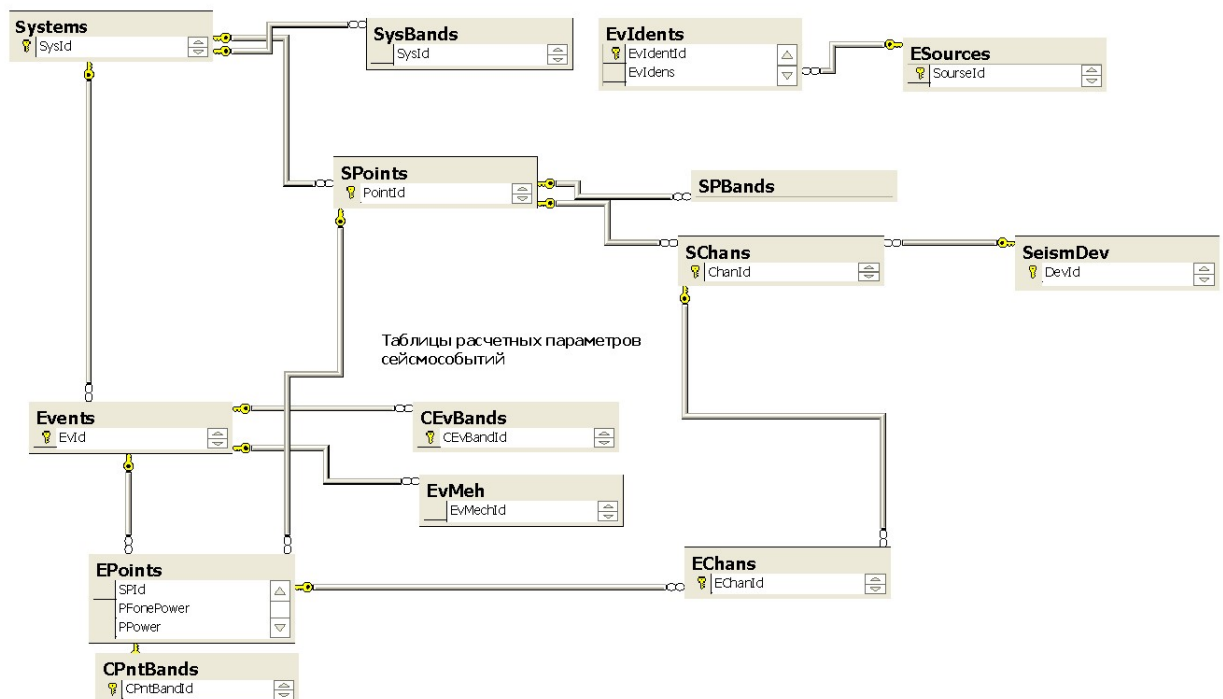


Рисунок 4.6 – Связи между основными таблицами ПОИ

Данные из СУБД выгружались в Excel для более детального анализа (Рисунок 4.7). Описание основных полей, содержащихся в представлении,

включающем только необходимые поля для дальнейшего моделирования процесса, представлены в таблице 4.1.1.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following columns: ELocTime, Elen, EX, EY, EZ, EErrRad, EEnergy, Magnituda, and Moment. The data consists of 30 rows of seismic event records, including timestamps, coordinates, energy values, magnitudes, and moments.

Рисунок 4.7 Данные выгруженные в Excel из СУБД АО Апатит

Таблица 4.1 – Основные поля базы данных ПОИ

Название поля	Тип данных	Комментарий
EvId	bigint	Идентификатор события - первичный ключ
ESysId	int	Идентификатор сейсмической системы
ELocTime	datetime	Время события локальное
Estate	int	Статус расчета события: 0 – ОК; 1 – недостаточно пунктов для расчета; 2 – недопустимая конфигурация сеймопунктов; 3, 4 – точное решение не получено; 5 – координаты события за зоной регистрации
ETypeId	int	Идентификатор
EX, EY, EZ	float	Координаты гипоцентра сейсмособытия. Координата X, Y, Z соответственно, м
EEnergy	float	Энергия сейсмособытия, Дж
Moment	float	Сейсмический момент события
SizeOfSource	float	Размер очага, м
Magnituda	float	Магнитуда
DinSigma	float	Динамический сброс напряжений в очаге
MomentP	float	Сейсмический момент, рассчитанный по P волне
MomentS	float	Сейсмический момент, рассчитанный по S волне
ECalcParTime	datetime	Расчетное время события
EQuality	smallint	Экспертное качество расчета параметров

Высокая тектоническая напряженность массива горных пород является основополагающим геомеханическим фактором, обеспечивающим устойчивость выработок и конструктивных элементов систем разработки на апатитовых рудниках. Результаты инструментальных измерений параметров регионального поля напряжений нетронутого массива на разрабатываемом Объединённом Кировском руднике представлены в таблице 4.2. На рисунке 4.8 приведены графики изменения напряжений с изменением глубины с дополнительным прогнозом величин до нулевой абсолютной отметки [74].

Таблица 4.2 – Напряженное состояние массива пород

Горизонт, м	Максимальные напряжения σ , (руда/порода) МПа	Азимут вектора σ , градусы	Наклон вектора σ к горизонту, градусы
Кукисвумчорское месторождение			
+252	20-30 / 30-50	90±30	20±10 / 0±10
+172	30-40 / 40-60	90±30	0±20
+92	35-45 / 45-65	90±30	0±20
+24	35-50 / 50-70	90±30	0±20
-24	40-55 / 55-70	90±30	0±20
Юкспорское месторождение			
+460	15-25 / 20-40	90±30	0±20
+410	15-25 / 20-40	90±30	0±20
+320	20-30 / 30-50	90±30	0±20
+250	25-35 / 35-55	90±30	0±20
+172	30-40 / 40-60	90±30	0±20

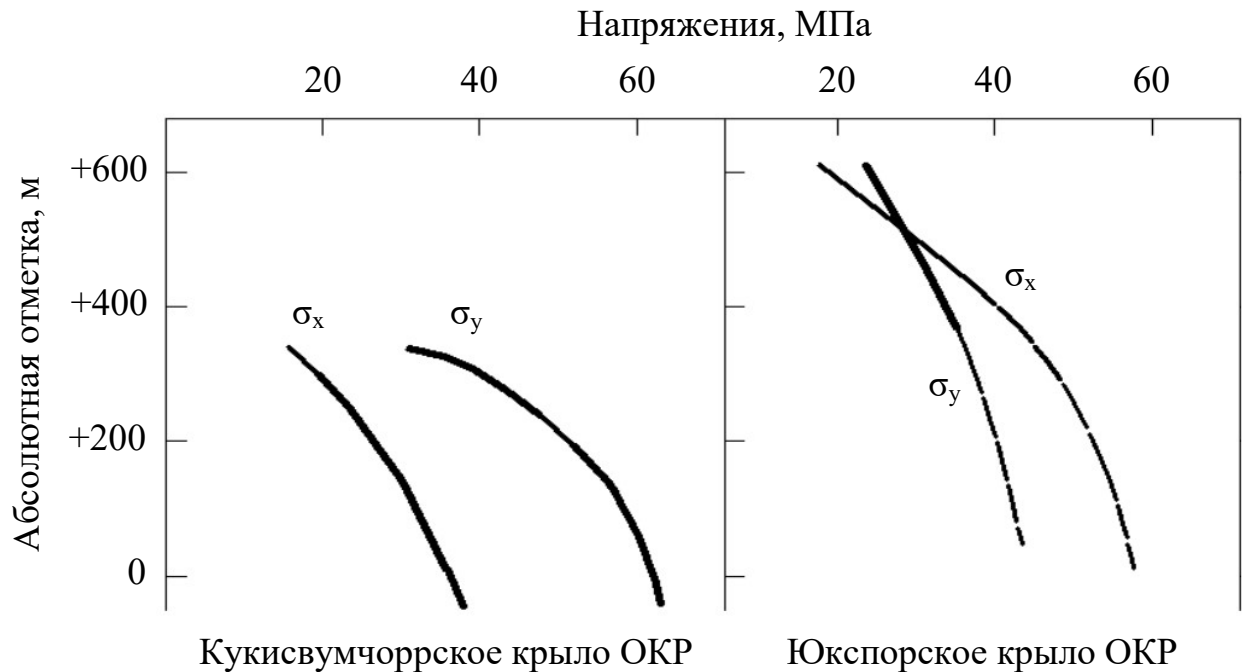


Рисунок 4.8 – Изменение напряжений с глубиной

Заметим, что на всех глубоких горизонтах значения горизонтальных напряжений превышают значения вертикальных напряжений. Во вмещающих породах лежачего бока превышения могут быть до 10 раз. Прослеживается связь горизонтальных напряжений с прочностными и деформационными свойствами пород. Большой уровень горизонтальных напряжений наблюдается у высокоупругих жестких пород. Например, напряжения в уртигах составляют от 25 до 70 МПа, а в рудах – от 15 до 50 МПа. Одной из общих закономерностей напряженного состояния пород на рассматриваемых рудниках можно выделить, что напряжения нарастают с увеличением глубины. На Кукисвумчоррском месторождении в лежачем боку максимальные напряжения на гор.+322 м составляли ≈ 30 МПа, на гор.+252 м ≈ 40 МПа, а в околоствольных выработках вспомогательного ствола в районе разреза 12 на гор.+172 м и +92 м получены напряжения, равные соответственно ≈ 50 МПа и ≈ 60 МПа. Максимальные напряжения ориентированы в направлении, близком вкрест простирания рудного тела или с небольшим отклонением к западу, не более 20° . Все отработываемые горизонты относятся к глубинным.

Параметры поля напряжений для Юкспорского месторождения наиболее нестабильны. Отработываемые гор.+460 м, гор.+410 м и гор.+320 м являются

переходными от нагорных к глубинным, поэтому распределение напряжений здесь весьма неравномерно как по глубине, так и по площади, и в значительной мере зависит от положения участка относительно элементов рельефа. Горизонт +250 м уже относится к глубинным [74].

4.1 Результаты моделирования на Объединенном Кировском руднике

Представлены результаты моделирования сейсмической волны, распространяющейся в горном массиве. Волна падает под углом 0° , эпюра волны представлена на рисунке 4.10. Энергия взрыва составляет 2,12 ГДж при размере очага взрыва 50,8 м; магнитуда 2,93; σ_0 равна 12,9 МПа. Ориентировочная масса ВВ при массовом взрыве, вычисленная по формуле (2.11), составляет 50,7 т.

Горная выработка находится на глубине 500 м. В данном случае рассматривается четыре слоя вокруг горной выработки, параметры слоев приведены в таблице 4.3. Форма выработки представлена на рисунке 4.9, ширина и высота составляют 8 м и 5 м, соответственно. Данные о контрольных (реперных) точках находятся в таблице 4.4.

Таблица 4.3 – Параметры слоев

№	Наименование	Е, ГПа	ρ , кг/м ³	ν	Н, м
1	Хибиниты	42	2630	0,25	2
2	Гнейсы	65	2600	0,22	2
3	Ййолиты	80	2790	0,21	2
3	Сталь	200	7800	0,28	1

Таблица 4.4 – Расположение контрольных точек

№	Расстояние от центра выработки, м	Угол поворота, град	Цвет
1	8,884	0	красный
2	10,884	90	голубой
3	5	30	зеленый
4	3,5	0	фиолетовый
5	5	0	синий

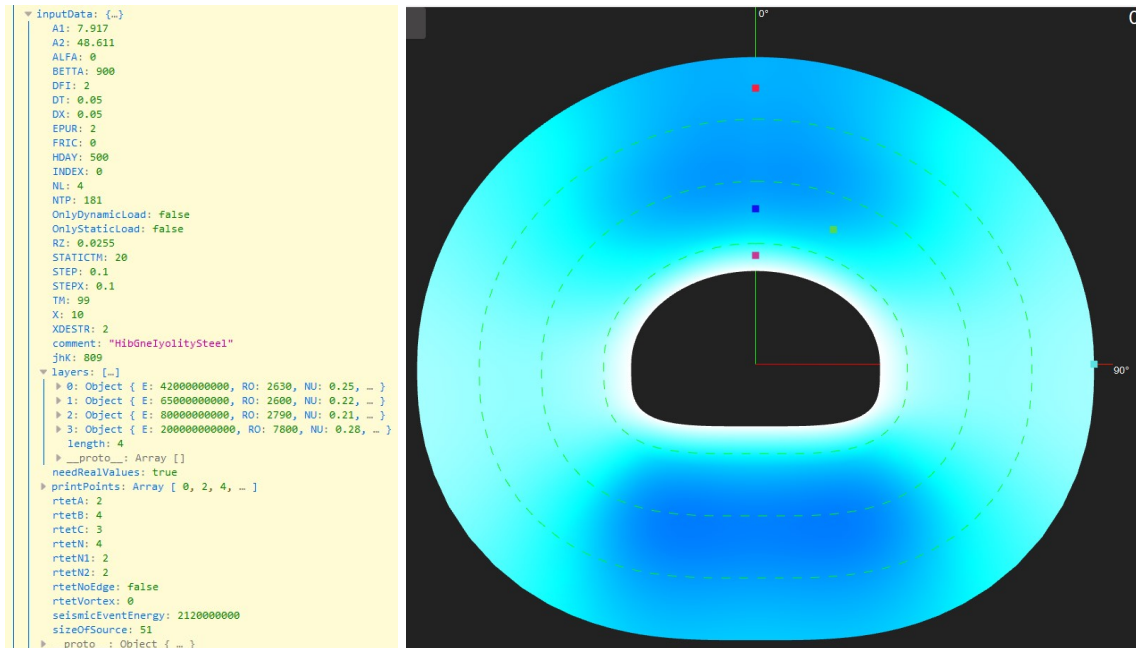


Рисунок 4.9 – Входные данные и расположение реперных точек

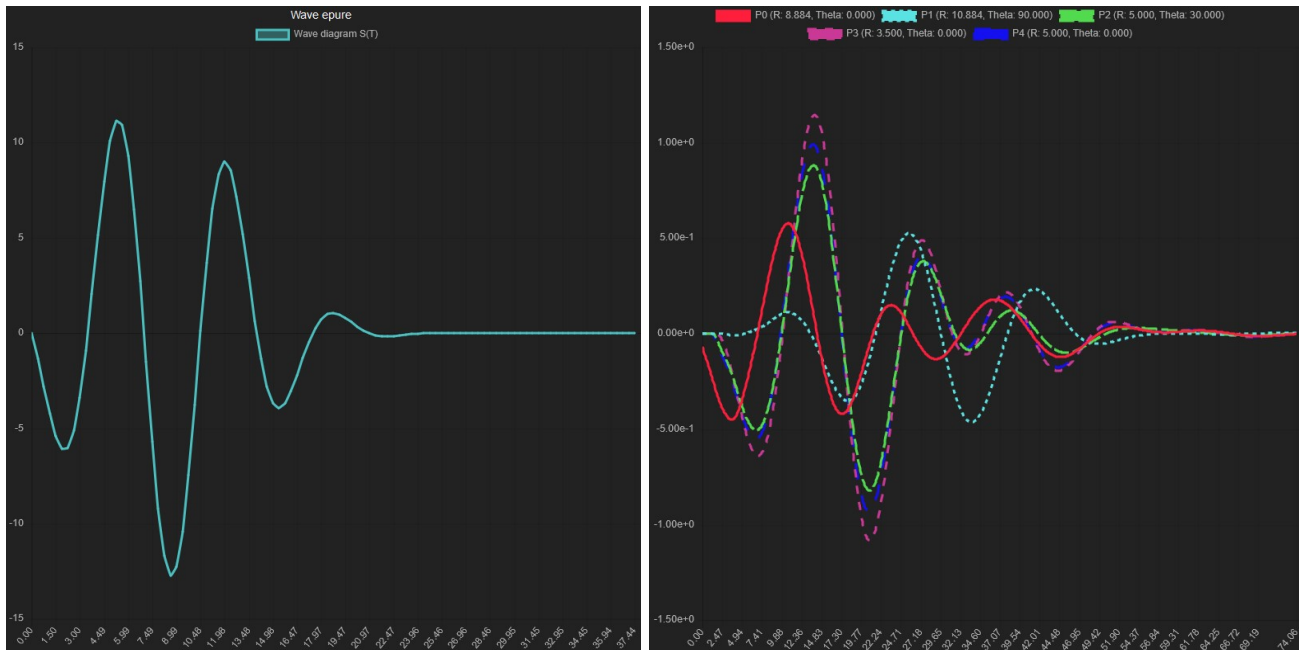


Рисунок 4.10 – Эпюра волны (по горизонтальной оси время, мс; по вертикальной оси напряжение на фронте волны, МПа) и проекция скоростей смещения грунта v_{11} (по горизонтальной оси время, мс; по вертикальной оси скорость смещения, м/с)

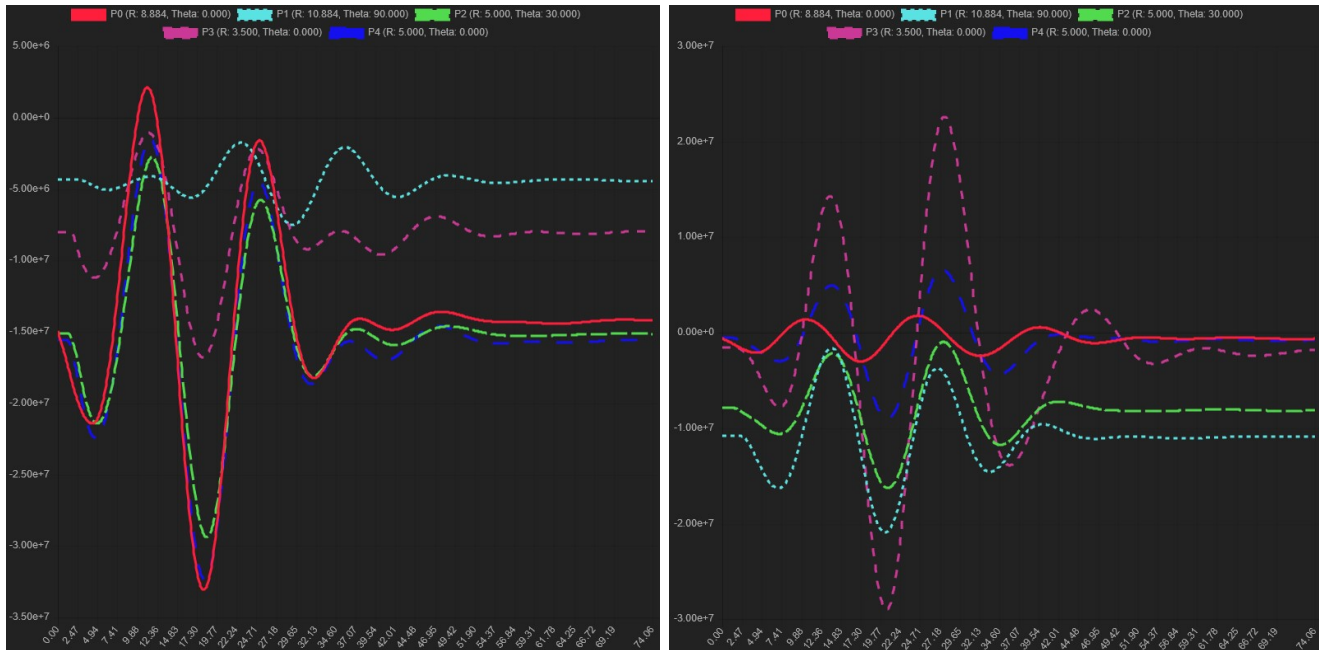


Рисунок 4.11 – Проекция σ_{11} и σ_{22} (по горизонтальной оси время, мс; по вертикальной оси напряжение, Па)

Как видно по графикам скорости (рисунок 4.10), значения не превышают 120 см/с. Согласно методике, представленной в главе 1.3, такие результаты соответствуют 4 уровню обеспечения безопасности. Степень возможных повреждений объектов – умеренная. Возможно развитие имеющихся трещин и заколов с вывалом отдельных кусков на обнажениях скальных массивов и бортах горных выработок. Изменение режима работы: приостановка работы на время взрыва и проведения ремонтных мероприятий.

4.2 Верификация разработанного программного комплекса

В целях верификации разработанного программного комплекса, была проведена обработка данных сейсмических наблюдений с максимально близкими параметрами обработки, что и в работе автора алгоритма.

Информационной базой послужил каталог сейсмических событий, зарегистрированных на Объединенном Кировском руднике. Рассматривался период времени с 01.09.2012 г. по 01.09.2015 г.

Таким образом, показано, что разработанный программный комплекс может быть использован для расчёта буровзрывных параметров. Однако в дальнейшем необходимо проведение дополнительных испытаний для получения более точных результатов, требующихся горнодобывающему предприятию.

4.3 Выводы по главе 4

1. Разработанный программный комплекс апробирован на примере расчёта воздействия сейсмозрывной волны, образованной массовым взрывом.
2. Результаты экспериментов, проведённых с помощью разработанного вычислительного комплекса, демонстрируют допустимую сходимость с данными полученными с предприятия.
3. Представлен метод определения сейсмобезопасной массы заряда при проведении массовых взрывов, базирующийся на результатах математического моделирования задачи воздействия сейсмозрывной волны на массив горных пород, включающий горную выработку.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа содержит новое решение актуальной задачи обеспечения безопасности горных выработок при проведении массовых взрывов на Объединенном Кировском руднике. Исходя из полученных в данной работе результатов можно заключить следующее:

1. Построена математическая модель воздействия сейсмозрывной волны на слоистый массив горных пород, включающий горизонтальную горную выработку.
2. В соответствии с разработанными расчетными схемами проведено численное интегрирование уравнений математической модели, описывающей влияние сейсмозрывной волны на слоистый массив горных пород, вмещающий горизонтальную горную выработку.
3. Разработан программный комплекс, моделирующий основные параметры НДС при воздействии сейсмозрывной волны на слоистый массив горных пород, включающий горизонтальную выработку. В состав программного комплекса входят мощные средства для визуализации полей напряжений, скоростей, деформаций, ускорений и построения графиков указанных величин для выбранных пользователем реперных точек.
4. Подтверждена достоверность разработанных расчетных схем и численных алгоритмов путем сравнения натуральных данных с результатами численного моделирования.
5. Определены безопасные параметры буровзрывных работ для обеспечения сохранности горизонтальной горной выработки с помощью разработанного программного комплекса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Адушкин В.В. Геомеханика крупных взрывов / В.В. Адушкин, А.А. Спивак. – М.: Недра, 1993. – 319 с.
2. Азаркович А.Е. Взрывные работы вблизи охраняемых объектов / А.Е. Азаркович, М.И. Шуйдер, А.П. Тихомиров. – М.: Недра, 1984. – 112 с.
3. Айзенберг Дж., Бхаумик Э.К. Сферические волны в неупругих материалах / Дж. Айзенберг, Э.К. Бхаумик // Механика: Сб. пер. – М.: Мир, 1973. – С. 96-111.
4. Аккуратов М.В. Организация регионального прогноза на основе непрерывной регистрации сейсмичности на рудниках ОАО «Апатит» / М.В. Аккуратов, С.А. Можаяев // Техногенная сейсмичность при горных работах: модели очагов, прогноз, профилактика. Часть 2. – Апатиты: Изд-во Кольского научного центра РАН. 2004. – С. 14-20.
5. Аккуратов М.В. Сейсмический мониторинг на рудниках ОАО «Апатит» // Проблемы и тенденции рационального и безопасного освоения георесурсов: сб. докладов Всероссийской научно-технической конференции с международным участием, посвященной 50-летию Горного института КНЦ РАН. – Апатиты; СПб., 2011. – С. 374-380.
6. Арушанян О.Б. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений на Фортране / О.Б. Арушанян, С.Ф. Залеткин. – М.: МГУ, 1990. – 336 с.
7. Афанасьев С.Б. Алгоритм решения двумерных волновых упругопластических задач методом Годунова / С.Б. Афанасьев, Е.А. Козлов // ПППП. Алгоритмизация и автоматизация исследований: Всесоюз. межвуз. сб. – 1987. – С. 91-100.
8. Баженов В.Т., Численное моделирование нелинейных двумерных задач ударного взаимодействия деформируемых сред и конструкций на основе метода С.К. Годунова / В.Т. Баженов, Е.А. Козлов, С.В. Крылов // ПППП. Исследование и оптимизация конструкций: Всесоюз. межвуз. сб. – 1990. С. 99-106.

9. Барон М. Дифракция волны давления относительно цилиндрической полости в упругой среде / М. Барон, А. Мэтьюс // Прикладная механика. Труды американского общества инженеров-механиков. – 1961. – Т. 28. – № 3. – С. 31-38.
10. Бате К. Численные методы анализа и метод конечных элементов / К. Бате, Е. Вилсон. – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.
11. Башуров В.В. Модель грунта и вычислительный комплекс для расчета подземных взрывов / В.В. Башуров, Ю.С. Вархамеев, С.В. Демьяновский и др. // ЖПМТФ, 1979. – № 3. – С. 153-159.
12. Бестужева А.Н. Методические принципы математического моделирования физических процессов в сложных системах / А.Н. Бестужева, В.В. Карпенко, Г.А. Колтон // Новые технологии в образовательном процессе. – 1998. – № 5. – С. 95-100.
13. Бесчастнов М.В. Промышленные взрывы. Оценка и предупреждение. – М.: Химия, 1991. – 432 с.
14. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. – М.: Гостехиздат, 1956. – 600 с.
15. Боровиков В.А. Волны напряжений в обводненном трещиноватом массиве / В.А. Боровиков, И.Ф. Ванягин, М.Г. Менжулин, С.В. Цирель. – Л.: ЛГИ, 1989. – 85 с.
16. Бородавкин П.П. Механика грунтов. – М.: Недра-Бизнесцентр, 2003. – 349 с.
17. Бреббия К. Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Вроубел. – М.: Мир, 1987. – 525 с.
18. Броуд Г. Расчеты взрывов на ЭВМ. – М.: Мир, 1975. – 165 с.
19. Вабищевич П.Н. Численное моделирование. – М.: МГУ, 1993. – 152 с.
20. Валландер С.В. Лекции по гидроаэромеханике. – Л.: Ленингр. ун-та, 1978. – 296 с.

21. Васильковский С.Н. Применение метода расщепления к решению основных краевых задач динамической теории упругости в напряжениях // Распространение упругих и упругопластических волн. Материалы пятого Всесоюзного симпозиума. – 1973. – С. 107-111.
22. Вильчинский В.Б. Нелинейные деформационные процессы в окрестностях выработок / В.Б. Вильчинский, В.Н. Опарин, А.П. Тапсиев, Б.Н. Самородов, А.А. Акинин, В.И. Востриков, В.Ф. Юшкин // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – № 6. – 2003. – С. 3-13.
23. Вильчинский В.Б. Совершенствование способов крепления выработок на рудниках ЗФ ОАО «ГМК «Норильский никель» / В.Б. Вильчинский, Р.Б. Галаов, Ю.Н. Наговицин, Б.З. Плиев, А.А. Андреев // Горный журнал. – 2014. – № 4. – С. 25-28.
24. Вильчинский В.Б. Специальные мероприятия по обеспечению безопасного ведения горных работ при комбинированной (совмещенной) разработке на руднике «Заполярный» рудоуправления «Норильск-1» ЗФ ОАО "ГМК"НН" / В.Б. Вильчинский, Б.С. Заяц, О.В. Соломко и др. // г. Норильск. – 2004. – С. 1-14.
25. Вовк А.А. Поведение грунтов под действием импульсных нагрузок / А.А. Вовк, Б.В. Замышляев, Л.С. Евтерев и др. – К.: Наукова думка, 1984. – 286 с.
26. Водник В.И. Взрывозащита технологического оборудования. – М.: Химия, 1991. – 256 с.
27. Выходцев Я.Н. Визуализация воздействия сейсмозрывных волн на массив горных пород, включающий горную выработку / Я.Н. Выходцев // Сборник научных трудов IV Международной научно-методической конференции «Современные образовательные технологии в преподавании естественно-научных и гуманитарных дисциплин». – 2017. – С. 300-305.

28. Выходцев Я.Н. Визуализация математической модели взаимодействия взрывной волны с выработками и твердыми включениями / Я.Н. Выходцев, Г.А. Колтон, Е.П. Иванченко // Записки Горного института. – 2013. – Т. 206 – С. 213-216.
29. Выходцев Я.Н. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017616454. Многофункциональный инструмент расчёта параметров сплошного массива горных пород, включающий горную выработку / Я.Н. Выходцев, А.П. Господариков; заявитель и правообладатель ФГБОУ высшего образования «Санкт-Петербургский горный университет» (RU). – №2017616454; заявл. 24.04.2017; опубл. 07.06.2017, Реестр программ для ЭВМ. – 1 с.
30. Годунов С.К. Разностная схема для двумерных нестационарных задач газовой динамики и расчет обтекания с отошедшей ударной волной / С.К. Годунов, А.В. Забродин, Г.П. Прокопов // ЖВМ и МФ. – 1961. – Т. 1. – № 6. – С. 1020-1050.
31. Годунов С.К. Разностные схемы. Введение в теорию / С.К. Годунов, В.С. Рябенский. – М.: Наука, 1977. – 440 с.
32. Годунов С.К. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1971. – 416 с.
33. Годунов С.К. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов, А.Н. Крайко, Г.Н. Прокопов. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
34. Горохов Н.Л. Численное моделирование процессов воздействия сейсмозрывных волн на подземные трубопроводы // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2013. – № 3. – С. 211-217.
35. Горшков А.Г. Сопротивление материалов / А.Г. Горшков, В.Н. Трошин, В.И. Шалашин. – М.: Физматлит, 2002. – 544 с.
36. Господариков А.П. Динамический расчет трубопроводов на сейсмические воздействия / А.П. Господариков, Н.Л. Горохов // Записки Горного института. – 2011. – Т. 193. – С. 318-321.

37. Господариков А.П. Математическое моделирование воздействия сейсмозрывных волн на горный массив, включающий выработку / А.П. Господариков, Я.Н. Выходцев, М.А. Зацепин // Записки Горного института. – 2017. – Т. 226. – С. 405-411. – DOI: 10.25515/PMI.2017.4.405
38. Господариков А.П. Математическое моделирование подземного нефтепровода при воздействии на него взрывных волн / А.П. Господариков, Г.А. Колтон, Е.Л. Булдаков // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2014. – № 4. – С. 341-344.
39. Господариков А.П. Материалы конф. и совещ. по проблемам сейсмостойкости энергетических сооружений / А.П. Господариков, Д.Н. Шульцев // Расчет на сейсмичность оборудования трубопроводов АЭС. – Л. – 1983. – Т. 2. – С. 6-10.
40. Господариков А.П. О некоторых результатах численного моделирования воздействия сейсмозрывных волн на подземный нефтепровод / А.П. Господариков, Г.А. Колтон, Е.Л. Булдаков // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 1 [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.science-education.ru/121-18630>.
41. Господариков А.П. О некоторых результатах численного моделирования воздействия сейсмозрывных волн на слоистую неоднородную среду, включающую выработку / А.П. Господариков, Я.Н. Выходцев // Сборник научных трудов VIII Международной научно-технической конференции «Инновационные направления в проектировании горнодобывающих предприятий: Геомеханическое обеспечение проектирования и сопровождения горных работ». – 2017. – С. 285-292.
42. Господариков А.П. Об одном подходе к математическому моделированию воздействия взрывных волн на подземный нефтепровод / А.П. Господариков, Г.А. Колтон, Е.Л. Булдаков // Записки Горного института. – 2014. – Т. 210. – С. 37-42.

43. Господариков А.П. Об одном подходе математического моделирования воздействия сейсмозрывных волн на слоистый горный массив, включающий горную выработку / А.П. Господариков, Я.Н. Выходцев // Маркшейдерский вестник. – 2017. – № 3. – С. 61-64.
44. ГОСТ Р 57546–2017. Землетрясения. Шкала сейсмической интенсивности. – Москва: Стандартинформ, 2017. – 28 с.
45. Григорьев А.В. Добыча апатитовых руд в условиях техногенной сейсмичности. // Сборник докладов Международного совещания «Техногенная сейсмичность при горных работах: модели очагов, прогноз, профилактика. Часть 1». – Апатиты: Изд-во Кольского научного центра РАН. – 2004. – С. 7-10.
46. Григорян С.С. Некоторые вопросы математической теории деформирования и разрушения твердых горных пород // ПММ. – 1967. – Т. 31. – № 4. – С. 634-649.
47. Григорян С.С. О действии сильного взрыва на поверхности скального полупространства / С.С. Григорян, Л.С. Евтерев // ДАН СССР. – 1975. – Т. 222. – № 3. – С. 544-547.
48. Григорян С.С. О действии сильного подземного взрыва в плотной горной породе / С.С. Григорян, Я.А. Пачепский // ДАН СССР. – 1973. – Т. 212. – № 2. – С. 337-340.
49. Григорян С.С. Об основных представлениях динамики грунтов // ПММ. – 1960. – Т. 24. – № 6. – С. 1057-1072.
50. Гузь А.Н. Дифракция упругих волн / А.Н. Гузь, В.Д. Кубенко, М.А. Черевко. – Киев: Наукова думка, 1978. – 308 с.
51. Гурьев А.А. Устойчивое развитие рудно-сырьевой базы и обогатительных мощностей АО «Апатит» на основе лучших инженерных решений // Записки Горного института. – 2017. – Т. 228. – С. 662-673. – DOI: 10.25515/PMI.2017.6.662
52. Давыдов С.С. Колебания грунта в упругопластической стадии от кратковременной нагрузки. – М.: ВИА, 1957. – 63 с.

53. Дунин С.З. Расширение газовой полости в хрупкой породе с учетом дилатансионных свойств грунта / С.З. Дунин, В.К. Сиротин // ЖПМТФ. – 1977. – № 4. – С. 106-109.
54. Дэйвис Р. Волны напряжений в твердых телах. – М.: Иностранная литература, 1961. – 104 с.
55. Еременко В.А. Исследование влияния увеличения объема выработанного пространства на интенсивность динамических явлений / В.А. Еременко, Е.А. Лобанов, Б.Б. Татарников, А.А. Котляров // Проблемы освоения недр в XXI веке глазами молодых. Материалы 8-й Международной научной школы молодых ученых и специалистов. Институт проблем комплексного освоения недр. – 2011. – С. 41-46.
56. Еременко В.А. Мониторинг напряженно-деформированного состояния структурно нарушенного и удароопасного массива горных пород / В.А. Еременко, М.В. Рыльникова, Е.Н. Есина // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2015. – № 515. – С. 105-116.
57. Еременко В.А. Формирование зон концентрации напряжений и динамических явлений при отработке рудных тел Таштагольского месторождения на больших глубинах / В.А. Еременко, Л.Н. Гахова, Е.Н. Семенякин // ФТПРПИ. – 2012. – № 2. – С. 80-87.
58. Журавлёва О.Г. Совершенствование методики комплексной оценки сейсмического режима апатит-нефелиновых месторождений Хибинского массива: диссертация ... кандидата технических наук : 25.00.20. – Апатиты, 2011. – 180 с.
59. Замышляев Б.В. Модели динамического деформирования и разрушения грунтовых сред / Б.В. Замышляев, Л.С. Евтерев. – М.: Наука, 1990. – 215 с.
60. Замышляев Б.В. Модель динамического деформирования и разрушения массивов горных пород / Б.В. Замышляев, Л.С. Евтерев, С.Г. Кривошеев, Ю.В. Пилипко // ДАН СССР. – 1987. – Т. 293, – № 3. – С. 568-571.

61. Замышляев Б.В. Об уравнении состояния горных пород при взрывных нагрузках / Б.В. Замышляев, Л.С. Евтерев, С.Г. Кривошеев // ДАН СССР. – 1980. – Т. 251. – № 2. – С. 322-326.
62. Зволинский Н.В. Многократные отражения упругих волн в слое // Труды Геофиз. ин-та АН СССР. – 1954. – № 22. – С. 26-49.
63. Зельманов И.Л. Движение песчаного грунта при камуфлетном взрыве / И.Л. Зельманов, О.С. Колков, А.М. Тихомиров и др. // Физика горения и взрыва. – 1968. – № 1. – С. 116-121.
64. Зенкевич О. Конечные элементы и аппроксимация / О. Зенкевич, К. Морган. – М.: Мир, 1986. – 320 с.
65. Зубкова А.Н. Распространение одномерных волн напряжений в вязкопластической среде / А.Н. Зубкова, Г.В. Рыков // Материалы V Всесоюзн. симпоз. по распространению упругих и упругопластических волн. – Алма-Ата: Наука, 1973. – С. 112-117.
66. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. – М: МГУ, 1990. – 310 с.
67. Ионов В.И. Напряжения в телах при импульсивном нагружении / В.И. Ионов, П.М. Огибалов. – М.: Высшая школа, 1975. – 464 с.
68. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
69. Капустянский С.М. Количественная формулировка упругопластической дилатансионной модели (на примере песчаника) / С.М. Капустянский, В.Н. Николаевский // Изв. АН СССР. МТТ. – 1984. – № 4. – С. 113-123.
70. Карпенко В.В. Математическое моделирование совместного действия горного давления и взрывных волн напряжений на выработки / В.В. Карпенко, А.П. Господариков, Г.А. Колтон. // Записки Горного института. – 2005. – Т. 163. – С. 175-178.
71. Квасов И.Е. Численное моделирование волновых процессов в геологических средах в задачах сейсморазведки с помощью высокопроизводительных ЭВМ / И.Е. Квасов, И.Б. Петров // Вычисл. матем. и матем. физ. – 2012. – Т. 52. – № 2. – С. 330-341.

72. Ковалевский В.Н. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2018614455. Расчёт параметров буровзрывных работ при скважинной отбойке руды в подземных условиях / В.Н. Ковалевский, Я.Н. Выходцев, А.В. Мысин; заявитель и правообладатель ФГБОУ высшего образования «Санкт-Петербургский горный университет» (RU). – №2018614455; заявл. 15.02.2018; опубл. 06.04.2018, Реестр программ для ЭВМ. – 1 с.
73. Ковшов А.Н. О дифракции нестационарной поперечной волны на цилиндрической полости / А.Н. Ковшов, И.И. Нещеретов // Механика твердого тела. – 1982. – № 5. – С. 72-77.
74. Козырев А.А. Указания по безопасному ведению горных работ на месторождениях, склонных и опасных по горным ударам (Хибинские апатит-нефелиновые месторождения) / Рос. акад. наук, Кол. научн. центр, Горн. ин-т. – Апатиты-Кировск, 2010. – 117 с.
75. Колмогоров В.Л. Математическая модель для численного решения нестационарных задач механики твердого тела модифицированным методом Годунова / В.Л. Колмогоров, О.А. Макотра, Н.Я. Моисеев // ПМТФ. – 2004. – Т. 45. – № 1. – С. 66-72.
76. Кольский Г. Волны напряжений в твердых телах. – М.: Иностранная литература, 1955. – 192 с.
77. Корниенко А.В. Развитие методов автоматизированного проектирования карьерных массовых взрывов на основе моделирования условий взрывания и параметров разрушения: автореферат ... кандидата технических наук : 25.00.20. – Апатиты, 2011. – 22 с.
78. Коротков П.Ф. О математической модели постепенного разрушения горных пород и превращении их в пористые сыпучие среды // ДАН СССР. – 1980. – Т. 253, – № 6. – С. 1357-1360.
79. Корчинский И.Л. Сейсмостойкое строительство зданий. – М.: Высшая школа, 1971. – 319 с.

80. Кочин Н.Е. Теоретическая гидромеханика. Том 1 / Н.Е. Кочин, Н.А. Кибель, Н.В. Розе. – М.: Физматгиз, 1963. – 728 с.
81. Кузьмина Н.В. Сейсмический эффект взрывов на выброс в нескальных связных грунтах / Н.В. Кузьмина, А.Н. Ромашов, Б.Г. Рулев, Д.А. Харин // Труды Института физики Земли АН СССР. – 1962. – № 21 (188). – 196 с.
82. Куликовский А.Г. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений / А.Г. Куликовский, Н.В. Погорелов, А.Ю. Семенов. – М.: Физматлит, 2001. – 608 с.
83. Купер Г.Ф. Некоторые основные аспекты действия ядерного оружия / Г.Ф. Купер, Г.Л. Броуд, Дж.Дж. Лей // Расчеты взрывов на ЭВМ: Подземные взрывы. – М.: Мир, 1975. – С. 104-134.
84. Кутузов Б.Н. Безопасность взрывных работ в горном деле и промышленности. – М.: Горная книга, 2009. – 670 с.
85. Лурье А.И. Теория упругости. – М.: Наука, 1970. – 940 с.
86. Ляхов Г.М. Взрывные волны в мерзлых грунтах / Г.М. Ляхов, Г.Б. Фраш // ПМТФ. – 1983. – № 6. – С. 52-57.
87. Ляхов Г.М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах. – М.: Наука, 1982. – 288 с.
88. Ляхов Г.М. Волны в плотных средах и нагрузки на сооружения / Г.М. Ляхов, Н.И. Полякова. – М.: Недра, 1967. – 232 с.
89. Ляхов Г.М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. – М.: Недра, 1974. – 192 с.
90. Майборода В.П. Скоростное деформирование конструкционных материалов / В.П. Майборода, А.С. Кравчук, Н.Н. Холин. – М.: Машиностроений, 1986. – 262 с.
91. Мальверн Л. Распространение пластических волн с учетом влияния скорости деформирования // Механика: период. сб. иностр. ст. – 1952. – № 1. – С. 12-18.
92. Медведев С.В. Сейсмика горных взрывов. – М.: Недра, 1964. – 188 с.

93. Миронов П.С. Взрывы и сейсмобезопасность сооружений. – М.: Недра, 1973. – 168 с.
94. Мосинец В.Н. Дробящее и сейсмическое действие взрыва в горных породах. – М.: Недра, 1976. – 271 с.
95. Мосинец В.Н. Особенности распространения сейсмических волн в области горных выработок / В.Н. Мосинец, Ю.Я. Савельев // Изв. АН Кирг. ССР. – 1968. – № 2. – С. 8-12.
96. Мусаев В.К. Решение задачи дифракции и распространения упругих волн методом конечных элементов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1990. – № 4. – С. 74-78.
97. Муштари Х.М. Нелинейная теория упругих оболочек / Х.М. Муштари, К.З. Галимов. – Казань: Таткнигиздат, 1957. – 351 с.
98. Николаевский В.Н. Дилатансионные эффекты при подземном камуфлетном взрыве / В.Н. Николаевский, А.Н. Поляничев, Е.В. Сумин и др. // ДАН СССР. – 1980. – Т. 250. – № 1. – С. 66-70.
99. Николаевский В.Н. Динамика упругопластических дилатирующих сред / В.Н. Николаевский, Н.М. Сырников, Г.М. Шефтер. – М.: Наука, 1975. – С. 397-413.
100. Николаевский В.Н. Динамическая прочность и скорость разрушения // Удар, взрыв и разрушение. – М.: Мир, 1981. – С. 166-203.
101. Николаевский В.Н. Механические свойства горных пород. Деформации и разрушения. / В.Н. Николаевский, Л.Д. Лившиц, И.А. Сизов // В кн.: Механика твердых деформируемых тел. – М.: ВИНТИ, 1978. – Т. 11. – С. 123-250.
102. Николаевский В.Н. О связи объемных и сдвиговых пластических деформаций и об ударных волнах в мягких грунтах // ДАН СССР. – 1967. – Т. 177. – № 3. – С. 542-545.
103. Николаевский В.Н. Современные проблемы механики грунтов // Определяющие законы механики грунтов. – М.: Мир, 1975. – С. 210-229.
104. Новацкий В.К. Динамика сооружений. – М.: Госстройиздат, 1963. – 376 с.

105. Новожилов В.В. Теория упругости. – Л.: СУДПРОМГИЗ. – 1958. – 371 с.
106. НПО «Системотехника» Автоматизированная система контроля сейсмичности массива [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.syst.ru/vnedren/tel_syst.htm (дата обращения: 27.04.2018).
107. Пасечник И.П. Характеристика сейсмических волн при ядерных взрывах и землетрясениях. – М.: Наука, 1970. – 192 с.
108. Пивнев В.А. Анализ направлений интенсификации работы горных машин и технологии отработки хибинских месторождений апатито-нефелиновых руд // Горная промышленность. – 2012. – № 2 (102). – С. 22. – Режим доступа: <https://mining-media.ru/ru/article/podzemn/2467-analiz-napravlenij-intensifikatsii-raboty-gornyx-mashin-i-tekhnologii-otrabotki-hibinskikh-mestorozhdenij-apatito-nefelinovykh-rud> (дата обращения: 20.04.2018)
109. Протосеня А.Г. Геомеханика: Учеб. пособие / А.Г. Протосеня, О.В. Тимофеев. – СПб.: Санкт-Петербургский государственный горный институт (технический университет), 2008. – 117 с.
110. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твёрдого тела. – М.: Наука, 1979. – 744 с.
111. Райс Дж.Р. Об устойчивости дилатансионного упрочнения насыщенных скальных массивов // Определяющие законы механики грунтов. – М.: Мир, 1975. – С. 195-209.
112. Рахматулин Х.А. Вопросы динамики грунтов / Х.А. Рахматулин, А.Я. Сагомоян, Н.А. Алексеев. – М.: МГУ, 1964. – 239 с.
113. Родионов В.Н. Механический эффект подземного взрыва / В.Н. Родионов, В.В. Адушкин, В.Н. Костюченко, В.Н. Николаевский, А.Н. Ромашов, В.М. Цветков. – М.: Недра, 1971. – 224 с.
114. Родионов В.Н. О поведении среды в зоне разрушения при камуфлетном взрыве / В.Н. Родионов, И.А. Сизов, А.А. Спивак и др. // Взрывное дело. – М.: Недра, 1976. – № 76/33. – С. 24-39.

115. Рождественский Б.Л. Системы квазилинейных уравнений и их применение в газовой динамике / Б.Л. Рождественский, И.И. Яненко. – М.: Недра, 1968. – 591 с.
116. Розин Л.А. Вариационные постановки задач для упругих систем. – Л.: ЛГУ, 1978. – 223 с.
117. РТМ 36.9-88 Руководство по проектированию и производству взрывных работ при реконструкции промышленных предприятий и гражданских сооружений. – М.: ЦБНТИ ММСС СССР, 1988. – 31 с.
118. Рулев Б.Г. Динамические характеристики сейсмических волн при подземных взрывах // В кн.: Взрывное дело. – М.: Недра, 1964. – С. 109-158.
119. Садовский М.А. Геофизика и физика взрыва. – М.: Недра, 1997. – 334 с.
120. Садовский М.А. О сейсмическом действии подземных взрывов / М.А. Садовский, В.Н. Костюченко // Доклады Академии наук СССР. – 1974. – Т. 215. – № 5. – С. 1097-1100.
121. Садовский М.А. Оценка сейсмически опасных зон при взрывах // Труды сейсмологического института АН СССР. – 1920. – № 106. – С. 6-16.
122. Садовский М.А. Простейшие приемы определения сейсмической опасности массовых взрывов. – М.: АН СССР, 1946. – 29 с.
123. Сафонов Л.В. Сейсмический эффект взрыва скважных зарядов / Л.В. Сафонов, Г.В. Кузнецов. – М.: Наука, 1967. – 102 с.
124. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Том 2. – М.: Наука, 1973. – 584 с.
125. Седов Л.И. Понятия разных скоростей измерения тензоров // ПММ. – 1960. – Т. 24, вып. 3. – С. 393-398.
126. Строительные нормы и правила: СНиП II-94-80. Подземные горные выработки [Текст]: нормативно-технический материал. – Москва: ФГУП ЦПП, 2004. – 28 с.
127. Субботин А.И. Безопасность при взрывных работах: Сборник документов. Серия 13. Выпуск 1 / Колл. авт. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Закрытое акционерное общество «Научно-технический центр исследований проблем промышленной безопасности», 2009. – 232 с.

128. Сырников Н.М. О механизме техногенного землетрясения в Хибинах / Н.М. Сырников, В.М. Тряпицын // Доклады Академии наук СССР. – 1990. – Т. 314. – № 4. – С. 830-833.
129. Трикоми Ф. Лекции по уравнениям в частных производных. – М.: Издательство иностранной литературы, 1957. – 444 с.
130. Фачиолли Э. Эйлерова модель для волн в сжимаемой среде / Э. Фачиолли, Х.С. Анг // Действие ядерного взрыва. – М.: Мир, 1971. – С. 163-263.
131. Филоненко-Бородич М.М. Теория упругости. – М.: Физматлит, 1959. – 361 с.
132. Цейтлин Я.И. Сейсмические и ударные воздушные волны промышленных взрывов / Я.И. Цейтлин, Н.И. Смолий. – М.: Недра, 1981. – 192 с.
133. Шемякин Е.И. Динамические задачи теории упругости и пластичности. – Новосибирск: НГУ, 1968. – 337 с.
134. Эквист Б.В. Оценка сейсмического воздействия от взрывных работ на окружающую среду и охраняемые объекты: Учебное пособие для вузов / Б.В. Эквист, П.А. Брагин. – М.: МГГУ, 2009. – 60 с.
135. Эткин М.Б. Взрывные работы в энергетическом и промышленном строительстве: Научно-практическое руководство / М.Б. Эткин, А.Е. Азаркович. – М.: Издательство Московского государственного горного университета, 2004. – 317 с.
136. Antaki G.A. Guidelines for the Design of Buried Steel Pipe / G.A. Antaki, J.D. Hart, T.M. Adams, C. Chern, A.P. Moser and others. – American Lifelines Alliance, 2005. – p. 76.
137. Bormann P. Seismic wave propagation and Earth models / P. Bormann, E.R. Engdahl, R. Kind. – Potsdam: German Research Center for Geosciences, 2012. – p. 105. – DOI: 10.2312/GFZ.NMSOP-2_ch2
138. Brian D., Edward A. Fortran 90 for Scientists and Engineers. – University of Cape Town. – 198 p.
139. Delort F. Dimensional analysis for the mechanical effects of some underground explosions // Proc. symp. eng. nucl. explos. Las Vegas; Springfield, (Va.), 1970. – Vol. 2. – P. 1386-1405.

140. Hansen B. Line ruptures regarded as a narrow ruptures zone: basic equations based on kinematic consideration // Proc. conf. earth pressure probl. Brussels: Univ. press, 1958. – Vol. 1. – P. 39-48.
141. Hudyma M. Mining-induced seismicity in underground, mechanized, hardrock mines. Results of a world. wide survey. – Australia: Australian Centre for Geomechanics, 2004. – 138 p.
142. Kaliski S. On certain equations of dynamics of an elastic/viscoplastic body. The strain hardening properties // Bull. Acad. Polon. Sci., Serie Sci. Techn., 1963. – Vol. 11. – N. 7. – 239 p.
143. Larson D.B. Explosive energy coupling in geologic materials // Intern. J. Rock Mech. and Mining Sci. – 1982. – Vol. 19. – N 4. – P. 157-166.
144. Larson D.B. Inelastic wave propagation in sodium chloride // Bull. Seismol. Soc. Amer. – 1982. – Vol. 72. – N 6. – P. 2107-2130.
145. Love A. Mathematical theory of elasticity. Русский перевод: Ляв А. Математическая теория упругости. – М.: ОНТИ, 1935. – 474 с.
146. Moser A.P. Buried Pipe Design. Third Edition. / A.P. Moser, S. Folkman. – Mc Graw Hill. – 2008. – 601 p.
147. Rudnicki J.W. Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials / J.W. Rudnicki, J.R. Rice // J. Mech. and Phys. Solids. – 1975. – Vol. 23. – N 6. – P. 103-112.
148. Tapponier P. Development of stress-induced microcracks in westerly granite / P. Tapponier, W.F. Brace // Intern J. Rock Mech. and Mining Sci. – 1976. – Vol. 13. – N 4. – P. 103-112.
149. Yan Bo Subsection forward modeling method of blasting stress wave underground / Bo Yan, Xinwu Zeng, Yuan Li // Mathematical problems in engineering, 2015. – Vol. 2015. – Article ID 678468. – 9 p. – DOI: 10.1155/2015/678468
150. Ziaran S. Analysis of seismic waves generated by blasting operations and their response on buildings / S.Ziaran, M.Musil, M.Cekan, O.Chlebo // International Journal of Environmental, Chemical, Ecological, Geological and Geophysical Engineering. – 2013. – Vol.7. – No.11. – p. 769-774.